De Newton a Einstein: a geometrização da gravitação

Júnior Diniz Toniato

Universidade Federal do Espírito Santo

Resumo

Discute-se de que forma se dava o entendimento da atração gravitacional na teoria de Newton e até o advento da relatividade geral de Einstein. Explica-se como o surgimento do eletromagnetismo levantou questões à física newtoniana e conduziu até a relatividade especial. Também se discute as dificuldades de se adequar a gravitação de Newton a uma formulação relativística e as diversas teorias gravitacionais que surgiram antes de Einstein apresentar sua ideia de interpretar a gravitação como um fenômeno geométrico.

Abstract

It is discussed how the understanding of gravitational attraction was given in Newton's theory and until the advent of Einstein's general relativity. It is explained how the emergence of electromagnetism raised questions to Newtonian physics and led to the theory of special relativity. It also discussed the difficulties of adapting Newton's gravitation to a relativistic formulation and the various gravitational theories that emerged before Einstein present his idea interpret gravity as a geometrical phenomenum.

Palavras-chave: Newton, Einstein, gravitação.
Keywords: Newton, Einstein, gravitation.

DOI: 10.47083/Cad.Astro.v1n1.31666

1 Introdução

Durante aproximadamente dois mil anos, a compreensão dos fenômenos ligados à atração gravitacional foi pautada pelas teses de Aristóteles (385 – 323 a.C.). A mudança dessa forma de pensar a gravidade iniciou-se, em grande parte, com os estudos de Galileu Galilei (1564 – 1642) sobre a natureza dos movimentos e sua defesa do método empírico em contraste com a metodologia abstrata predominante no raciocínio aristotélico.

Junto com Galileu, outros grandes cientistas da época, entre eles, Francis Bacon (1561 – 1626), Johannes Kepler (1571 – 1630) e René Descartes (1596 – 1650), ajudaram a pavimentar um caminho que, pouco depois, possibilitou que Isaac Newton (1643 – 1727) elaborasse a primeira teoria da gravitação, fundamentada no método científico e com uma profunda sistematização matemática.

A física newtoniana reinou por quase 300 anos, com larga comprovação experimental e ampla aplicação tecnológica. Somente em meados do século XIX, com o advento da teoria eletromagnética, que as leis de Newton começaram a ser entendidas terem aplicações limitadas, levando a uma nova revolução na física iniciada com a teoria da relatividade especial. Albert Einstein foi o protagonista dessa nova fase de redefinição de padrões na ciência. Suas ideias modificaram profundamente o entendimento da natureza, em especial a forma como entendemos a atração gravitacional, profundamente reformulada com a proposta de se entendê-la como um fenômeno geométrico, e não como uma força, conforme interpretava Newton.

Neste texto, vamos detalhar esse caminho de evolução do conhecimento científico acerca da gravitação, analisando os fundamentos da gravitação newtoniana, como o eletromagnetismo fez transparecer problemas na teoria de Newton e, por fim, de que forma Einstein reformulou a física com sua teoria da relatividade.

O artigo é organizado da seguinte forma. A Seção 2 apresenta a gravitação de Newton e a Seção 3 discute o eletromagnetismo e o princípio da relatividade. Na Seção 4 é explicado como o conceito de espaço-tempo surge naturalmente na teoria da relatividade especial. As fórmulas matemáticas são utilizadas de forma bastante intuitiva, de modo a tornar esse texto acessível não só a estudantes de nível médio e superior mas também a qualquer leitor interessado em ciência. Entretanto, as Seções 5, 6 e 7, possuem um aprofundamento matemático maior ao discutirem as dificuldades encontradas por cientistas em reformular a gravitação newtoniana de acordo com as ideias relativísticas. O leitor não interessado em tais detalhes pode direcionar-se diretamente para a Seção 8, finalizando nossa análise com a discussão sobre como Einstein reformulou a gravitação na teoria da relatividade geral.

Espero, assim, que este texto seja acessível a diferentes públicos dos Cadernos de Astronomia, podendo ser apreciado sobre diferentes óticas, conforme o desejo do leitor.

2 A gravitação Newtoniana

No período histórico da Renascença, a redescoberta dos antigos pensadores gregos e árabes proporcionou uma profunda transformação das ideias científicas em diversas áreas do conhecimento. Na física e astronomia, um marco dessa revolução científica é o icônico trabalho de Isaac Newton, o *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*,[1] ou simplesmente, o *Principia*. Construindo as bases do cálculo matemático necessário para uma descrição teórica sucinta dos fenômenos físicos, Newton estabeleceu as leis da física que governam os movimentos de origem mecânica, suas causas e consequências. Na chamada mecânica clássica de Newton, a interação entre objetos se dá através de *Forças*, grandezas físicas que possuem intensidade, direção e sentido, sendo, portanto, representadas matematicamente através de vetores. A ação de uma força sobre um objeto produz uma aceleração na mesma direção e sentido, enquanto a intensidade depende da capacidade do objeto de resistir a esse movimento, uma propriedade de inércia natural de um corpo, definida como massa inercial. Em linguagem matemática, essa lei é expressa como,

$$\vec{F} = m\vec{a}, \tag{1}$$

onde $\vec{F}$ representa a força resultante que atua sobre um corpo de massa m e $\vec{a}$ indica sua aceleração.

Somado a essa lei, ainda temos a lei da inércia, afirmando que um corpo só altera o estado de seu movimento sob a ação de uma força. Em outras palavras, um corpo em repouso tende a permanecer em repouso, a menos que atue sobre ele uma força. Por fim, a lei da ação e reação determina que uma interação entre dois objetos é recíproca, ou seja, enquanto o objeto A atua com uma força sobre um outro objeto B, este, por sua vez, também deve exercer uma força de volta sobre A. Essa força de reação possui mesma intensidade e direção mas sentido contrário.

Conhecida como segunda lei de Newton, a relação (1) é de fundamental importância pois, conhecendo-se a natureza de uma interação, obtêm-se a aceleração resultante e, com o auxílio do cálculo diferencial e integral, pode se descrever todo o movimento consequente com as expressões da posição e velocidade em função do tempo.

Em seus trabalhos, Newton dedicou-se a estudar uma interação em particular, a gravitação, elaborando a lei de força que rege esse fenômeno. Um corpo de massa M atrai um outro corpo, de massa m, de forma proporcional ao produto de suas massas e ao inverso do quadrado da distância entre eles,

$$\vec{F}_g = G\,\frac{Mm}{r^2}\,\hat{r}, \tag{2}$$

onde $\vec{F}_g$ representa a força gravitacional e a distância entre os dois corpos é dada pelo vetor $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$, sendo r o seu módulo.[2] A constante de proporcionalidade, G, é conhecida como constante gravitacional e seu valor é determinado empiricamente.[3] Mais do que uma simples lei de força, Newton postulou que essa interação deve estar sempre presente entre corpos massivos e, dessa forma, a gravitação na superfície da Terra estende-se até os corpos celestes, governando inclusive o movimento orbital da Lua e dos planetas. Estas ideias mostraram-se bastante consistentes quando Newton também provou que sua teoria gravitacional reproduzia as leis de Kepler $(1571 - 1630)$ do movimento planetário, já devi-

[1] Princípios Matemáticos da Filosofia Natural [1]

[2] O vetor $\hat{r}$ é um vetor unitário na direção e sentido de $\vec{r}$, isto é, do centro de massa do corpo 1 para o centro de massa do corpo 2.

[3] A primeira medição experimental da constante gravitacional foi realizada por Henry Cavendish, em 1798, com um resultado incrivelmente próximo do valor conhecido atualmente ($6{,}674\times10^{-11}$ m^3/kg·s^2).

damente comprovadas por observações astronômicas. O trabalho de Kepler explicava o comportamento cinemático das órbitas celestes e Newton deu um passo a mais, elucidando que a origem desses movimentos está na força gravitacional. Mais ainda, muitos acreditavam que a natureza dos fenômenos terrestres era distinta daquela que governava os astros celestes, e Newton explicou ambos com uma única formulação teórica, levando-o a chamá-la de Teoria Universal da Gravitação.

Note que as massas utilizadas na expressão (2) são as massas inerciais de cada corpo, as mesmas utilizadas na formulação da segunda lei de Newton (1). Isso é importante para explicar um fato que já havia sido observado alguns anos antes de Newton, por Galileu (1564 – 1642). Todos os corpos são acelerados igualmente em um campo gravitacional uniforme. É o que ocorre nas proximidades da superfície da Terra, onde podemos aproximar M e r pela massa e o raio da Terra, tornando a força gravitacional uma constante, conhecida como força peso (P),

$$P = mg, \quad \text{com} \quad g = \frac{GM_T}{R_T^2}, \tag{3}$$

onde M_T e R_T são a massa e o raio da Terra e g é a chamada aceleração da gravidade na Terra. Substituindo a força peso na segunda lei de Newton (1), vemos que a aceleração produzida é sempre igual a g, independente da massa do objeto atraído para o solo, o que é condizente com os experimentos. Em outras palavras, massa inercial (resistência a qualquer movimento) e massa gravitacional (responsável por produzir atração gravitacional) são assumidas serem quantidades equivalentes. Esta igualdade é conhecida também como princípio da equivalência de Galileu.

Outro grande sucesso da gravitação Newtoniana está relacionado com a descoberta do planeta Netuno. Comportamentos inesperados na órbita de Urano podiam ser explicados como consequência da influência gravitacional de um planeta desconhecido e nunca antes observado. Usando a teoria de Newton, pôde-se calcular onde encontrar este planeta no céu e, em 1846, foi visualizado em telescópio o gigante gasoso Netuno. Pela primeira vez na história, uma previsão puramente teórica mostrava a existência de algo que escapava aos nossos olhos (e telescópios).

Entretanto, com o passar dos anos e o aumento na precisão de medidas astronômicas, a gravitação Newtoniana começou a encontrar dificuldades em explicar alguns fatos. Em particular, a órbita de Mercúrio também se mostrou anômala e, sugestões de que causa poderia ser um outro planeta desconhecido, mais próximo ainda do Sol, se mostraram equivocadas. Mas a confiança na gravitação Newtoniana era tão grande que o hipotético planeta chegou até a receber um nome, Vulcano. Assim, a ideia de que a gravitação de Newton precisava ser repensada só emergiu depois que uma nova revolução reformulou as bases conceituais da física. Essa transformação começou com o eletromagnetismo de Maxwell (1831 – 1879) e se consolidou com a relatividade especial de Einstein (1879 – 1955).

3 *O Eletromagnetismo e o princípio da relatividade*

James Clerk Maxwell foi outro cientista que marcou a história da física. Seu mais notável trabalho foi a formulação da teoria clássica do eletromagnetismo. Em meados do século XIX, conhecia-se bem os fenômenos elétricos e magnéticos. Além disso, Faraday já havia demonstrado empiricamente a famosa lei da indução, onde um campo magnético que oscila no tempo produz um campo elétrico, é o princípio operacional dos geradores elétricos. Mas, apesar da considerável aplicação tecnológica que já tinha na época (baterias, geradores, circuitos...), todo esse conhecimento era, do ponto de vista teórico, apenas qualitativo e coube a Maxwell a formulação de uma descrição matemática desses fenômenos.

Mais do que uma formulação teórica do eletromagnetismo, Maxwell se apoiou em um dos fundamentos primordiais da ciência para introduzir em sua teoria um efeito reverso da lei da indução, ou seja, um campo elétrico variável no tempo deve produzir um campo magnético. Sem esse fenômeno, a teoria eletromagnética não estaria de acordo com o princípio da conservação, eternizado nas palavras de Lavoisier: "Na natureza nada se cria, tudo se transforma". Mais especificamente, a correção de Maxwell garantia a conservação da carga elétrica.

O efeito recíproco da lei de indução, introduzido por Maxwell, mostra que, um campo elétrico variável no tempo produz um campo magnético também variável no tempo que, por sua vez, produz um novo campo elétrico, e assim sucessivamente. O efeito é autossustentável e se propaga como uma onda. Previa-se, assim, a existência das ondas eletromagnéticas, mais tarde comprovadas com os experimentos do físico alemão Heinrich Hertz (1857 – 1894). Descobria-se que eletricidade e magnetismo eram, na verdade, duas manifestações de um mesmo fenômeno, o eletromagnetismo, sendo separáveis somente em situações estáticas. Essa talvez seja a maior unificação na física desde a gravitação universal de Newton.

Mas um ponto mais relevante para a história que queremos contar está na maneira como a teoria de Maxwell possui uma estrutura causal muito bem comportada, ao contrário da mecânica de Newton. Vamos ver essa questão à partir de uma análise qualitativa das equações destas duas teorias. O eletromagnetismo de Maxwell pode ser inteiramente descrito à partir dos chamados potencial escalar e potencial vetor, grandezas que dizem qual é o campo eletromagnético produzido por uma distribuição de cargas elétricas. Vamos nos concentrar apenas no potencial escalar φ mas as conclusões são as mesmas para o potencial vetor. Dada uma densidade de cargas ρ_e, o potencial escalar satisfaz a equação dinâmica,

$$\nabla^2\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = -\frac{\rho_e}{\varepsilon_0}, \tag{4}$$

onde ∇^2 é o operador diferencial Laplaciano, envolvendo derivadas espaciais de segunda ordem.[4] Em coordenadas cartesianas assume a forma,[5]

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \tag{5}$$

A expressão (4) é uma equação de onda, o lado esquerdo contem as variações temporais e espaciais do potencial elétrico e o lado direito traz a fonte que o produz, a densidade de cargas do sistema. A constante c representa a velocidade da luz no vácuo e ε_0, também uma constante, é a chamada permissividade elétrica no vácuo. A solução dessa equação é conhecida como potencial retardado e recebe esse nome devido ao fato de que, para conhecermos o potencial φ, num dado instante de tempo t, é preciso saber a configuração em que se encontra a fonte ρ_e num instante anterior $t - d/c$, onde d é a distância entre a fonte e o ponto onde estamos calculando o potencial. Isso ocorre porque a informação no campo eletromagnético viaja como uma onda, com velocidade constante igual a c e, por maior que seja essa velocidade (aproximadamente 300.000 km/s no vácuo), leva-se um tempo finito para se percorrer qualquer distância, de modo que, o potencial φ sempre depende da configuração de cargas num instante anterior.

Não é só o potencial elétrico que funciona de forma temporal "retardada". Estamos frequentemente lidando com esse fenômeno no nosso dia a dia. Quando olhamos para um objeto, estamos enxergando como ele era no passado. Isso porque a luz que sai do objeto demora um tempo para chegar ao nossos olhos e formar a imagem em nosso cérebro. Esse atraso pode ser muito pequeno, quase imperceptível, mas ele existe e é consequência do fato de que a luz se propaga com velocidade finita. Estamos sempre olhando para o passado e nunca para o presente. Quanto mais distante está o objeto, mais no passado estamos olhando.

Acontece que, a gravitação Newtoniana, na sua formulação em termos de um potencial gravitacional Φ, relaciona este com a sua fonte geradora, uma densidade de massa ρ_m, à partir de uma equação ligeiramente diferente, a saber,

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho_m. \tag{6}$$

Note que não há variações temporais na expressão acima. Consequentemente, a solução dessa equação não é um potencial retardado e a teoria diz que a informação no campo gravitacional deve viajar a uma velocidade infinita. Newton sabia desse problema e também se incomodava com a ação à distância da força gravitacional, mas os sucessos de sua teoria fez com que deixasse para os futuros cientistas a resolução desse impasse [2].

Um segunda contradição entre o eletromagnetismo de Maxwell e a teoria da gravitacional de Newton foi ainda mais importante na evolução do conhecimento acerca da gravitação. A física newtoniana é inteiramente construída sobre o alicerce do princípio da relatividade de Galileu: as leis da física devem ser as mesmas independente do referencial a partir do qual são observadas. Posterior-

[4]Para o leitor não familiarizado com o cálculo variacional, uma derivada é uma medida taxa de variação de uma certa quantidade. Por exemplo, a velocidade de um carro é uma derivada da posição em relação ao tempo e a aceleração é a derivada temporal de segunda ordem da posição. Na equação (4), leva-se em conta não só a taxa de variação temporal do campo ($\partial^2\phi/\partial t^2$) como também a maneira como ele varia no espaço tridimensional ($\nabla^2\phi$).

[5]As coordenadas x, y e z descrevem as populares dimensões largura, altura e profundidade.

mente, Newton refinou esse princípio com a identificação de referenciais inerciais e não-inerciais. Nos referenciais inerciais, toda aceleração detectada pode ser associada a uma força cujo agente causador é devidamente identificado (gravitação, atrito, tração e etc). O segundo tipo, os referenciais não-inerciais, ocorre quando não é possível determinar a origem de uma força para explicar uma aceleração e, consequentemente, as leis de Newton não se aplicam.[6] Não é difícil concluir que os referenciais inerciais são aqueles que se movimentam com velocidade constante, uma vez que, sob a influência de um movimento não uniforme, um observador deverá associar a qualquer objeto uma aceleração sem causa aparente.

O ponto chave aqui é que, embora a física seja a mesma entre referenciais inerciais, cada referencial deve adotar seu próprio sistema de coordenadas para descrever um fenômeno observado. As relações entre as coordenadas de dois referenciais, A e B, são dadas pelas transformações de Galileu,

$$t_A = t_B = t, \tag{7}$$

$$x_A = x_B + u_{AB}t,, \tag{8}$$

onde u_{AB} é a velocidade com a qual o referencial B se move em relação à A. Por simplicidade, consideramos que u_{AB} possui componente na direção x apenas e, portanto, as coordenadas y e z permanecem as mesmas em cada referencial. A equação (7) traduz a hipótese básica da relatividade de Galileu na qual o tempo é considerado absoluto, ou seja, o mesmo para qualquer referencial. Por fim, variando (8) com relação ao tempo e, sendo u_{AB} constante, obtém-se que $\vec{a}_A = \vec{a}_B$ e, segundo (1), as forças em cada sistema são as mesmas, ou seja, a física Newtoniana não muda. Em outras palavras, a mecânica de Newton é invariante sob as transformações de Galileu.

Se aplicarmos o princípio da relatividade de Galileu ao eletromagnetismo de Maxwell, a equação (4) não mais será uma equação de onda. A princípio, isso não representaria um problema pois o mesmo ocorre na física acústica, teoria que descreve o comportamento do som. A ondas sonoras são influenciadas pelo movimento do meio material em que elas se propagam e o som só satisfaz uma equação de onda no referencial em que este meio está em repouso. Poderia-se pensar que o mesmo valeria para a luz mas, diferente de um meio material, que é possível de se detectar de várias formas, para o eletromagnetismo deveria haver um meio especial apenas para dar suporte à propagação das ondas eletromagnéticas. Apesar do teor um tanto quanto artificial desse meio, os cientistas deram-lhe um nome, *éter*, e se esforçaram para detectá-lo experimentalmente, mas não houve resultados positivos. Restava, então, uma questão fundamental para toda a física: ou a teoria de Maxwell estava errada, ou a relatividade de Galileu era imprecisa, e, consequentemente, isso levaria a inconsistências na teoria newtoniana.

A teoria de Maxwell também trazia resultados bastante precisos, de modo que cientistas como Henri Poincaré (1854 – 1912) e Hendrik Lorentz (1853 – 1928) seguiram na linha da corrigir a relatividade galileana e, Albert Einstein foi quem obteve maior sucesso na descrição de como a teoria de Newton deve ser modificada.

Assumindo-se correto o eletromagnetismo maxwelliano, com a impossibilidade de se detectar o éter, vinha também a conclusão de que a velocidade da luz é uma constante, independente do referencial e da fonte que a emite.[7] Portanto, o novo princípio da relatividade deveria ser alterado de forma que mantivesse invariante a teoria de Maxwell e respeitasse a constância da velocidade das ondas eletromagnéticas. Dessa forma, as transformações de Galileu, (7) e (8), dão lugar às transformações de Lorentz,

$$t_A = \frac{\left(t_B - \frac{u_{AB}}{c^2}\, x_B\right)}{\sqrt{1 - \frac{u_{AB}^2}{c^2}}}, \tag{9}$$

$$x_A = \frac{\left(x_B - u_{AB}\, t_B\right)}{\sqrt{1 - \frac{u_{AB}^2}{c^2}}}. \tag{10}$$

A primeira grande diferença, em relação à relatividade de Galileu, é que o tempo não é mais absoluto, ele depende do referencial tal como a coordenada espacial. Como já foi dito anteriormente, as Leis de Newton devem se adaptar a esse novo conceito de relatividade e, tal reformulação, resulta na teoria da *relatividade especial* de Einstein.[8]

[6] Ainda pode-se ajustar as Leis de Newton de forma a manter sua validade para alguns casos de referenciais não-inerciais através do formalismo de forças fictícias.

[7] A velocidade da luz assume valores distintos dependendo do meio de propagação (vácuo, ar, água...). Essa propriedade que dá origem ao fenômeno da refração quando a luz muda de meio de propagação. Mas, dentro de um único meio, sua velocidade é constante.

[8] Neste mesmo número dos Cadernos de Astronomia

Mas se a mecânica clássica estava errada, como explicar os sucessos da física Newtoniana? Ocorre que, até antes da compreensão do eletromagnetismo, a ciência lidava com fenômenos que envolviam velocidades muito menores do que a velocidade da luz. Nesse limite ($u_{AB} \ll c$), as transformações de Lorentz se reduzem às transformações de Galileu, mostrando que a teoria de Newton, na verdade, possui um limite de aplicabilidade e, a baixas velocidades, ela funciona adequadamente.

4 O conceito de espaço-tempo

Na física Newtoniana, com a relatividade de Galileu (7)-(8), o espaço tridimensional euclidiano é sua representação geométrica natural. A distância entre dois pontos $r_1 = (x_1, y_1, z_1)$ e $r_2 = (x_2, y_2, z_2)$ é a mesma, independente do referencial inercial adotado. Em outras palavras, a quantidade

$$\mathsf{d}^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2, \tag{11}$$

se mantém invariante quando aplicada as transformações de Galileu, onde $dx = x_1 - x_2$, e similar para dy e dz. A expressão anterior está escrita no sistema de coordenadas cartesiano mas é válida para qualquer sistema de coordenadas adotado. Por isso, é mais conveniente utilizarmos uma notação independente das coordenadas, escrevendo

$$\mathsf{d}^2 = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} \delta_{ij} dx^i dx^j, \tag{12}$$

com $dx^i = (dx, dy, dz)$ sendo um vetor e δ_{ij} um tensor de dois índices, conhecido como a métrica do espaço euclidiano. Tensores são generalizações dos vetores (que possuem somente um índice) que satisfazem regras específicas para transformações de coordenadas. Eles podem ser vistos como as componentes de uma matriz 3×3. Em coordenadas cartesianas, a métrica δ_{ij} possui a forma de uma matriz identidade,

$$\delta_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{13}$$

Com a relatividade restrita de Einstein, valendo as transformações de Lorentz (9)-(10), onde o tempo não é mais absoluto, a quantidade que permanece invariante sob a transformação de referenciais é dada por,

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2. \tag{14}$$

Em analogia com o que discutimos no parágrafo anterior, a invariância de ds sugere que a representação geométrica natural da relatividade especial é um espaço quadridimensional, onde o tempo faz o papel da quarta coordenada. Devido a isso, nomeamos essa estrutura de *espaço-tempo*. Em notação tensorial, escrevemos,

$$ds^2 = \sum_{\mu=0}^{3}\sum_{\nu=0}^{3} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu. \tag{15}$$

Note que, agora, cada índice assume valores de 0 a 3, para incluir o tempo e $dx^\mu = (c\,dt, dx, dy, dz)$, com a multiplicação da coordenada temporal por c para que todas as componentes tenham unidades de comprimento. A métrica passa a ser representada por $\eta_{\mu\nu}$ e recebe o nome de métrica de Minkowski $(1864 - 1909)$, em homenagem ao matemático que primeiro utilizou essa descrição geométrica da relatividade especial. Em coordenadas cartesianas ela assume a forma de uma matriz identidade 4×4 mas com um sinal negativo na componente temporal,

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{16}$$

Na relatividade especial, cada referencial pode medir as dimensões de um objeto e sua velocidade, tudo em relação às suas coordenadas espaciais e temporal. Esses valores mudam de referencial para referencial, dando origem aos fenômenos da *dilatação temporal* e *contração espacial*. Quanto mais rápido se move um observador mais lentamente passa o tempo para ele, ao passo que as distâncias que ele mede ficam menores. Mas a quantidade ds é invariante e define o que chamamos de *comprimento próprio*, uma medida de distância que independe do referencial e seu movimento. Uma vez que a velocidade da luz é também uma constante universal na relatividade especial, é possível definir uma variação de tempo também independente de referencial, o *tempo próprio*, dado por $d\tau = ds/c$, que será

apresenta-se, traduzido para o português, o artigo de Einstein que lançou a teoria da relatividade especial.

muito importante na construção de grandezas cinemáticas, como a velocidade.

A teoria da relatividade especial revolucionou a física no início do século XX, evidenciando a natureza como nunca havíamos pensado e mostrando que a física Newtoniana é apenas uma aproximação de uma formulação mais complexa. Entretanto, o termo "especial" atenta para o fato de que a teoria possui aplicação restrita,[9] válida somente para os casos de movimentos uniformes. A generalização da relatividade especial só foi possível após uma extensa discussão acerca do princípio da equivalência e engloba a natureza da gravidade. Vamos discutir a seguir como se deu a evolução dessas ideias até a formulação da teoria relatividade geral.

5 Generalização da gravitação newtoniana

Nos anos que se seguiram a apresentação da teoria da relatividade especial, não se imaginava encontrar uma maior dificuldade para adaptar a gravitação newtoniana aos conceitos revolucionários que a teoria de Einstein trazia. Uma das questões chaves estava na equação satisfeita pelo campo gravitacional Newtoniano, equação (6), e a ação à distância instantânea que ela implica, violando o postulado da relatividade especial de que nada se propaga mais rápido que a velocidade da luz. A solução desta incompatibilidade mostrou-se mais complexa do que se esperava.

Em 1907, Einstein registrou as suas primeiras especulações acerca da possibilidade de estender sua teoria da relatividade especial a movimentos acelerados [3]. Sua descrição é simples e suas ideias sobre o tema podem ser reconstruídas facilmente [4]. A proposta naturalmente surge com uma generalização da força Newtoniana ao formalismo quadridimensional da relatividade restrita,

$$F^{\mu} = \frac{d}{d\tau}\left(m\,\frac{dx^{\mu}}{d\tau}\right), \tag{17}$$

onde m é a massa do objeto que sofre ação da força F^{μ}, e x^{μ} indica a sua posição no espaço-tempo. Note que as variações temporais são tomadas em relação ao tempo próprio. Esta definição é feita no espaço-tempo de Minkowski, onde a constância da velocidade da luz implica na condição de normalização da quadrivelocidade,

$$\eta_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{d\tau}\frac{dx^{\nu}}{d\tau} = c^2\,. \tag{18}$$

Na expressão acima, estamos fazendo uso da notação de Einstein e índices repetidos implicam que os mesmos estão sendo somados sobre todos os valores que possam assumir. Há, portanto, uma soma dupla em μ e ν, tal como na expressão (15). Na verdade, a condição acima é obtida dividindo (15) por $d\tau^2$.

Além disso, a constância da massa m, implica

$$\eta_{\mu\nu}F^{\mu}\frac{dx^{\nu}}{d\tau} = 0\,. \tag{19}$$

No caso gravitacional, podemos definir uma quadriforça F_g^{μ}, nos moldes como define-se a força gravitacional Newtoniana, a partir do gradiente do potencial gravitacional Φ,

$$\vec{F}_g = m\vec{\nabla}\Phi. \tag{20}$$

No domínio da relatividade restrita generalizamos essa definição como

$$F_g^{\mu} = mc^2\,\eta^{\mu\nu}\,\frac{\partial\Phi}{\partial x^{\nu}}\,. \tag{21}$$

O termo c^2 é inserido para que Φ passe a ser adimensional. No entanto, o campo gravitacional deve satisfazer uma equação dinâmica que seja invariante segundo as transformações de Lorentz. Para isso, o mais simples seria o potencial gravitacional satisfazer uma equação de onda como o potencial escalar do eletromagnetismo, ou seja

$$\nabla^2\Phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Phi = \frac{4\pi G}{c^2}\,\rho_m\,, \tag{22}$$

Mas a condição (19), juntamente com a força gravitacional definida em (21), implicam que,

$$\frac{d\Phi}{d\tau} = 0\,. \tag{23}$$

Em outras palavras, o potencial gravitacional deve permanecer constante ao longo da trajetória de uma partícula, ou seja, a força gravitacional deve ser nula na partícula. Uma análise um pouco mais detalhada mostra que, uma teoria como a proposta acima, falha em cumprir o princípio de equivalência de Galileu, que deve permanecer inalterado. Essa inconsistência física levou Einstein a abandonar a formulação de uma

[9] Relatividade restrita é também um sinônimo pra relatividade especial.

teoria da gravitação invariante de Lorentz e o fez repensar o princípio de equivalência para estabelecer as relações entre um campo gravitacional e uma aceleração correspondente [5]. A afirmação Galileana de que, na ausência de forças externas, todos os corpos caem com a mesma aceleração (igualdade entre as massas inercial e gravitacional), foi então reformulada por Einstein no que hoje conhecemos como o princípio de equivalência forte, tornando-se uma hipótese heurística necessária para a elaboração do que viria a ser a teoria relatividade geral.

O princípio de equivalência forte assegura que não é possível distinguirmos entre um referencial acelerado uniformemente e um outro sob a influência de um campo gravitacional homogêneo e estático. É a essência do famoso experimento mental do foguete parado na superfície da Terra ou sendo acelerado com intensidade g. Uma pessoa no interior desse foguete, sem contato visual com o exterior, não poderia distinguir entre uma situação ou outra.

Mas antes que ele voltasse a publicar sobre o assunto, o físico finlandês Gunnar Nordström (1881 – 1923) propôs algumas variações nessa formulação para escapar dos problemas acima citados.

6 As teorias gravitacionais de Nordström

Buscando contornar o problema da adaptação da gravitação newtoniana à relatividade restrita, Nordström primeiramente manteve a generalização da equação dinâmica do campo gravitacional (22), como proposta por Einstein. Todavia, sua contribuição relevante veio no tratamento da quadriforça. Propôs que a massa de um corpo dependesse do campo gravitacional. As equações (17) e (21) dão origem à expressão

$$m\,\frac{dv_\mu}{d\tau} + v_\mu\,\frac{dm}{d\tau} = mc^2\,\frac{\partial\Phi}{\partial x^\mu}, \tag{24}$$

e o termo de derivada da massa impede o surgimento da condição (23). Contrariamente, a contração dessa última expressão com v^μ nos leva a uma equação diferencial facilmente integrável que indica a dependência da massa com o campo gravitacional, a saber

$$m(\Phi) = M_0\,e^{\Phi}, \tag{25}$$

com M_0 sendo uma constante de integração. Usando este resultado na equação (24), obtém-se a equação de movimento para uma partícula teste,

$$c^2\,\frac{\partial\Phi}{\partial x^\mu} = \frac{dv_\mu}{d\tau} + v_\mu\,\frac{d\Phi}{d\tau}\,. \tag{26}$$

Nordström afirmava que a equação dinâmica de sua teoria, sendo independente da massa, era um reflexo da igualdade entre as massas gravitacional e inercial. A aceleração de diferentes partículas em um campo gravitacional não depende de suas respectivas massas, implicando que a teoria contém o princípio de equivalência de Galileu. Porém, essa teoria possui problemas ao descrever o movimento de uma partícula teste em queda livre, por exemplo. Considere um campo gravitacional estático, $\partial\Phi/\partial t = 0$, e assuma que este campo atue somente no sentido da queda da partícula, por exemplo $\Phi = \Phi(z)$. As equações (26) são escritas como

$$\frac{dv_\mu}{d\tau} = -\,v_\mu\,\frac{d\Phi}{d\tau}\,, \qquad \mu \neq 3\,, \tag{27}$$

$$c^2\,\frac{d\Phi}{dz} = \frac{dv_3}{d\tau} + v_3\,\frac{d\Phi}{d\tau}\,. \tag{28}$$

Escrevendo as velocidades da partícula em termos do tempo local t, teremos

$$v_0 = c\,\frac{dt}{d\tau}\,, \qquad v_i = \frac{v_0}{c}\,V_i\,, \quad \text{com} \quad V_i \equiv \frac{dx^i}{dt}\,. \tag{29}$$

Substituindo isso nas equações de movimento, verifica-se que

$$\frac{dV_z}{dt} = -c^2\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)\frac{d\Phi}{dz}\,, \tag{30}$$

$$\frac{dV_x}{dt} = 0\,, \qquad \frac{dV_y}{dt} = 0\,. \tag{31}$$

onde definimos $V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2$. Esse resultado diz que corpos que possuam velocidades horizontais caem mais lentamente que aqueles que não as possuam, ou seja, corpos girantes em queda livre serão acelerados mais lentamente que os não girantes [6].

Outra questão problemática está relacionada com a determinação da fonte do campo gravitacional. A densidade de massa, como se sabe, é dada em termos da projeção do tensor de energia e momento $T_{\mu\nu}$, na direção do observador que se move com velocidade v^μ,

$$\rho_m = T_{\mu\nu}\,v^\mu v^\nu\,. \tag{32}$$

O tensor de energia e momento descreve a densidade e o fluxo de energia e momento no espaço-tempo. É uma generalização relativística do tensor de tensões da física Newtoniana. Utilizar este parâmetro ρ_m como a fonte do campo gravitacional resulta em uma dinâmica do campo que implicitamente depende do sistema de referência adotado. Einstein, então, sugeriu que a única quantidade escalar que poderia ser fonte do campo gravitacional era o traço do tensor de energia-momento da matéria,

$$T = T_{\mu\nu}\,\eta^{\mu\nu}\,. \tag{33}$$

Isso levou Nordström à formulação de uma segunda teoria gravitacional, no qual acatava as críticas de Einstein.

6.1 Segunda teoria de Nordström

Como dito na seção anterior, em sua segunda teoria gravitacional, Nordström modifica a fonte do campo escalar da densidade de energia ρ para o traço do tensor de energia-momento, T. Isso implica em considerar que, assim como o campo eletromagnético, o campo gravitacional deve carregar uma certa energia, o que leva a uma não linearidade na teoria (já que a relatividade especial afirma que qualquer forma de energia é equivalente à uma massa e, portanto, deve gerar um campo gravitacional). Nordström incluiu essa não linearidade através da adição de um fator gravitacional na fonte do campo,

$$\nabla^2\Phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Phi = -\frac{4\pi G}{c^4}\frac{T}{\Phi}\,, \tag{34}$$

e também na força gravitacional (21),

$$F^\mu_g = \frac{mc^2}{\Phi}\,\eta^{\mu\nu}\frac{\partial\Phi}{\partial x^\nu}\,. \tag{35}$$

Novamente estamos trabalhando com uma formulação onde o campo escalar é adimensional.

A equação de movimento resultante dessa modificação é tal que

$$c^2\,\frac{\partial\Phi}{\partial x^\mu} = \Phi\,\frac{dv_\mu}{d\tau} + v_\mu\,\frac{d\Phi}{d\tau}\,, \tag{36}$$

com a dependência da massa sendo agora dada de forma linear,

$$M(\Phi) = M_0\,\Phi\,. \tag{37}$$

Para analisarmos a conservação da energia, fica mais fácil utilizarmos a maneira pelo qual Einstein apresentou esta teoria de Nordström em 1913 [7]. O tensor de energia-momento da matéria em um sistema fechado é tal que,

$$T^{\mu\nu} = \rho\,\Phi\,v^\mu v^\nu\,. \tag{38}$$

Já a contribuição do próprio campo gravitacional será dado por,

$$t^{\mu\nu} = \frac{c^4}{4\pi G}\,\eta^{\mu\alpha}\eta^{\nu\beta}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x^\alpha}\frac{\partial\Phi}{\partial x^\beta} - \frac{w}{2}\eta_{\alpha\beta}\right)\,, \tag{39}$$

com,

$$w \equiv \eta^{\mu\nu}\,\frac{\partial\Phi}{\partial x^\mu}\frac{\partial\Phi}{\partial x^\nu}. \tag{40}$$

Sob essas definições, o tensor de energia-momento total, $T^{\mu\nu} + t^{\mu\nu}$, se conservará. Basta ver que,

$$\frac{\partial t^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = -\frac{T}{\Phi}\,\eta^{\mu\nu}\frac{\partial\Phi}{\partial x^\nu}\,, \tag{41}$$

onde utilizamos a equação (34) e,

$$\frac{\partial T^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = \frac{T}{\Phi}\,\eta^{\mu\nu}\frac{\partial\Phi}{\partial x^\nu}\,, \tag{42}$$

considerando-se a conservação da massa, expressa como,

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu}(\rho\,v^\mu) = 0. \tag{43}$$

Portanto, a divergência do tensor de energia-momento total é nula, garantindo a conservação da energia.

Essa teoria chamou a atenção de Einstein, que a qualificou como a única teoria gravitacional satisfatória até aquele momento. Tanto que pouco tempo depois, publicou uma reformulação geométrica para ela como veremos a seguir.

6.2 Reformulação de Einstein-Fokker

Em 1914, Einstein e seu aluno, Adriaan Fokker (1887 – 1972), publicaram um trabalho no qual aplicam a teoria matemática do cálculo diferencial aos últimos resultados de Nordström [8]. Mostra-se então que a equação de movimento (36) consiste em uma geodésica em um espaço-tempo descrito pela métrica

$$g_{\mu\nu} = \Phi^2\,\eta_{\mu\nu}\,. \tag{44}$$

A métrica de Minkowski define um espaço-tempo cuja geometria é plana, tal como o espaço tridimensional euclidiano. Já uma métrica como $g_{\mu\nu}$

descreve um espaço-tempo de geometria curva. Uma geodésica é a menor distância entre dois pontos e, em um espaço plano, ela se reduz a uma reta. Portanto, nessa formulação de Einstein e Fokker, os efeitos da gravitação são descritos como consequência de uma geometria curva, que altera o caminho seguido por partículas testes.

Em geometrias curvas, uma quantidade muito importante para a descrição da curvatura do espaço-tempo é o tensor de Ricci, $R_{\mu\nu}$, calculado à partir de derivadas segundas da métrica. O seu traço, $R = R_{\mu\nu}g^{\mu\nu}$, é conhecido como *escalar de curvatura* e, para a métrica (44) ele é dado por,

$$R = -\frac{6}{\Phi^3}\left(\nabla^2\Phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Phi\right). \tag{45}$$

Como a métrica $g_{\mu\nu}$ nada mais é que uma transformação conforme de $\eta_{\mu\nu}$, o tensor de energia-momento se transforma como

$$T(\eta_{\mu\nu}) \rightarrow \frac{T(g_{\mu\nu})}{\Phi^4}\,. \tag{46}$$

Assim, facilmente vemos que a equação dinâmica (34) pode ser reescrita como

$$R = \frac{24\pi G}{c^4}T\,. \tag{47}$$

Novamente, essa formulação descreve o campo gravitacional em termos de variáveis geométricas. Assim, o princípio de equivalência forte está garantido, pois todo corpo teste sentirá os mesmos efeitos da gravitação, uma vez que ela está contida na geometria do espaço-tempo. Um ponto interessante é que a massa não precisa mais ser dependente do campo escalar.

Embora esta teoria escalar da gravitação tenha sido bem aceita, hoje podemos evidenciar problemas que à época não eram tão claros ou careciam de evidências experimentais para confirmá-los. Por um lado, a teoria de Nordström satisfaz os princípios básicos de equivalência, conservação da energia e possui um correto limite para a gravitação Newtoniana. Por outro lado, ao utilizar o traço do tensor de energia-momento como fonte do campo gravitacional, não se acopla o eletromagnetismo à gravitação, isso porque, para o electromagnetismo, $T = 0$. Além disso, não podemos interpretar a equação (47) de forma plena devido à restrição existente na definição da geometria do espaço-tempo. Essa equação só se reduz à teoria de Nordström no caso de um sistema de coordenadas conformalmente Cartesiano. Na métrica (44), somente o fator conforme tem uma dinâmica devidamente determinada pelo conteúdo material de um sistema, ou seja, sua estrutura não pode ser mudada apenas modificando-se a distribuição de matéria desse sistema.

Ainda assim, a teoria de Nordström desempenhou um papel importantíssimo para Einstein na sua busca pela teoria geral da relatividade, mostrando-o todo o potencial do ferramental matemático do cálculo diferencial e indicando o caminho a ser seguido.

7 A proposta de Einstein

Einstein publicou em 1913 um famoso artigo em conjunto com seu amigo matemático Marcel Grossmann (1878 − 1936). O trabalho, conhecido como *Entwurf* (esboço), generaliza a ideia contida na formulação de Einstein-Fokker e descreve o campo gravitacional como um tensor de dois índices arbitrário [9]. Foram os indícios provenientes de suas tentativas passadas, para formular uma teoria para uma campo gravitacional estático [10], que levou a essa significante modificação na representação do potencial gravitacional.

A relatividade especial, faz uma generalização do princípio de inércia Newtoniano ao descrever a trajetória de partículas livres segundo geodésicas no espaço quadridimensional de Minkowski. Isso nada mais é do que o princípio de Hamilton da mínima ação, a dinâmica de uma partícula teste é obtida a partir do princípio variacional,

$$\delta\int ds = \delta\int\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2} = 0. \tag{48}$$

Utilizando os avanços do cálculo diferencial da época, Einstein propõe que na presença de um campo gravitacional a métrica plana de Minkowski deve ser substituída por uma estrutura mais geral. O comprimento próprio é então redefinido como,

$$ds^2 = g_{\mu\nu}\,dx^\mu dx^\nu\,. \tag{49}$$

Partículas livres seguirão geodésicas na métrica $g_{\mu\nu}$ e o campo gravitacional será representado por suas dez componentes [11].[10]

[10] O tensor $g_{\mu\nu}$ é simétrico, ou seja, $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$, e só há 10 componentes independentes.

Essa interpretação dos fenômenos gravitacionais abdica do conceito de força da mecânica Newtoniana (e também da ideia inicial de Nordström) para entender a gravitação como uma manifestação da geometria do espaço-tempo. Contudo, assim como na gravitação Newtoniana, o princípio da mínima ação apenas determina o movimento de uma partícula teste sujeita ao campo gravitacional. Era preciso ainda estabelecer as equações dinâmicas para $g_{\mu\nu}$.

A equação do campo gravitacional (6) continuou sendo uma espécie de inspiração na busca pela dinâmica da gravitação. O lado esquerdo deveria conter uma combinação da métrica $g_{\mu\nu}$, suas primeiras e segundas derivadas. O lado direito traria a fonte do campo que, àquela época já se entendia que deveria ser o tensor de energia-momento $T_{\mu\nu}$. Além disso, a equação resultante deveria ser de tal forma que a teoria final fosse uma verdadeira generalização da teoria da relatividade especial e, assim, todos os sistemas de referências seriam equivalentes entre si. Em outras palavras, a equação dinâmica deveria ser covariante. Entretanto, no artigo *Entwurf*, Grossmann mostrou que o tensor de Ricci, $R_{\mu\nu}$, seria a única quantidade covariante que poderia ser construída com a métrica e suas duas primeiras derivadas, mas ambos os cientistas, equivocadamente, acreditaram que a equação de campo construída com $R_{\mu\nu}$ falhava em obter o limite Newtoniano para campos fracos. Isso chegou a levar Einstein a abrir mão da covariância geral da teoria [12].

Somente após o trabalho feito junto com Fokker, aplicando o cálculo tensorial à segunda teoria de Nordström, foi que Einstein voltou a acreditar que o tensor de Ricci poderia sim ter um papel fundamental na derivação de uma equação dinâmica covariante para o campo $g_{\mu\nu}$ condizente com o limite Newtoniano, já que a equação (47), construída com o escalar de Ricci, corretamente fornece esse limite. A busca por uma teoria da gravitação, sob o conceito geométrico representado pelo tensor métrico $g_{\mu\nu}$, que fosse completamente covariante, teve seu desfecho, como bem sabemos, com a formulação da equação de campo de Einstein,

$$R_{\mu\nu} - \frac{R}{2}\, g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}\, T_{\mu\nu}\,. \tag{50}$$

Para uma discussão mais detalhada desse processo veja as referências [13–15].

8 A geometrização da gravitação

Recapitulando as últimas sessões, Einstein observou que a gravitação Newtoniana não possui uma generalização imediata para se adequar ao princípio da relatividade de Lorentz. A solução dessa questão passava por repensar o princípio de equivalência de Galileu, que Einstein reformulou através do experimento mental do foguete. Uma pessoa dentro de um foguete, sem contato visual com o exterior, não pode distinguir entre as duas situações a seguir: i) está parado na superfície da Terra ou ii) está em movimento com aceleração igual ao do campo gravitacional da Terra. Em outras palavras, não há distinção entre movimento inercial (foguete acelerado) e movimento sobre influência da gravitação (foguete parado).

A ideia de Einstein para solucionar o problema da gravitação é ampliar o conceito de movimento inercial de forma a incluir a atração gravitacional nele. A forma com a qual ele conseguiu esta proeza baseia-se na interpretação geométrica introduzida por Minkowski à teoria da relatividade especial. O movimento de uma partícula livre (sem atuação de forças) é uma geodésica, uma curva determinada pela estrutura geométrica do espaço-tempo. Em coordenadas cartesianas, essa curva se reduz a uma reta, mas este não é sempre o caso. Isso é semelhante ao que acontece quando traçamos a menor distância entre dois pontos em um mapa-múndi. Em uma versão plana do mapa obtém-se uma reta. Mas em uma versão do tipo globo a menor distância entre dois pontos não será uma reta, pelo simples fato de que a trajetória tem de acompanhar a superfície curva do globo.

Einstein, portanto, assume que essa propriedade deve continuar valendo quando a gravidade se faz presente, ou seja, partículas livres devem continuar seguindo geodésicas no espaço-tempo. Mas essa geodésica não pode ser equivalente àquela sem a presença de um campo gravitacional e, sua modificação não pode estar associada com o sistema de coordenadas que se adota (o exemplo anterior do mapa plano e do globo é um analogia de como a forma de uma geodésica muda de acordo com as coordenadas adotadas). Resta a opção de se modificar a geometria do espaço tempo. Dessa forma, a teoria da relatividade geral, inclui a gravitação como uma forma de movimento inercial e, em consequência, deixa de interpretar essa interação como um força, passando a vê-la como uma consequência da curvatura do espaço-tempo.

A fonte do campo gravitacional é toda forma de massa e energia, seguindo as ideias da relatividade especial. Portanto, matéria/energia curva o espaço-tempo que, por sua vez, influencia no movimento da matéria/energia, que altera a estrutura do espaço-tempo... e assim por diante. O leitor atento, observará que esse é um processo análogo ao da criação de ondas eletromagnéticas na teoria de Maxwell. Não por acaso que, poucos anos depois da formulação da teoria da relatividade geral (1915), o próprio Einstein demonstrou que ondas gravitacionais devem existir, uma previsão que se mostrou verdadeira quase 100 anos depois.

Obviamente, a relatividade geral encontrou confirmação experimental muito antes disso. Já em seu primeiro trabalho, Einstein provou que as anomalias na órbita de Mercúrio, antes um problema inexplicado na gravitação newtoniana, eram naturalmente previstas em sua teoria. A teoria de Newton prevê que a órbita de planetas é uma elipse, mas a relatividade geral, com sua inovadora descrição da gravitação como geometria, prevê que essas elipses podem girar no espaço, como ilustrado na Figura 1. Esse fenômeno é hoje conhecido como o *avanço do periélio orbital* e é mais acentuado na órbita de Mercúrio. Levando em conta esse efeito, as previsões teóricas concordam satisfatoriamente com as observações astronômicas.

Posteriormente, outros testes fortaleceram e estabeleceram a teoria da relatividade geral como a formulação padrão para a descrição dos fenômenos gravitacionais. Esse caminho de consolidação da teoria de Einstein é o que se discute no seguinte artigo dessa série de textos A Gravitação.

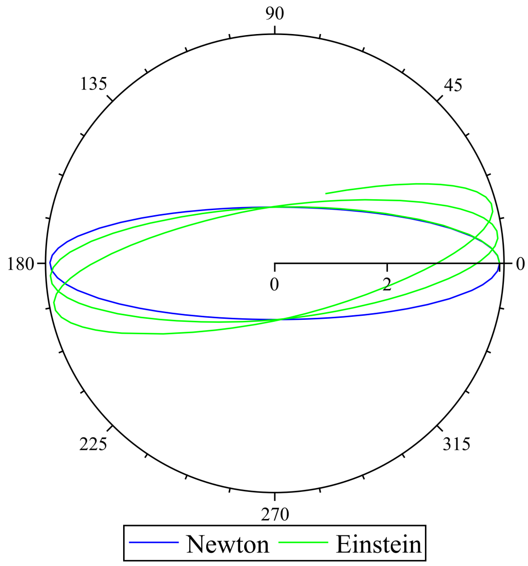

Figura 1: Simulação computacional do fenômeno do avanço do periélio orbital, comparando as previsões da relatividade geral e da gravitação newtoniana (Fonte: Ref. [16]).

Agradecimentos

J.D. Toniato agradece à FAPES e CAPES pelo apoio financeiro através do programa Profix.

Sobre o autor

Junior Diniz Toniato (junior.toniato@ufes.br) é doutor em física pelo Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF), Rio de Janeiro - RJ, tendo recebido dessa instituição o prêmio de melhor tese de doutorado em 2014. Já lecionou como professor substituto na UFES e atualmente é pós-doutorando no PPGCosmo/UFES, desenvolvendo pesquisas na área de gravitação e cosmologia com especial enfoque a teorias alternativas e testes gravitacionais.

Referências

[1] I. Newton, *Principia: princípios matemáticos de filosofia natural* (EDUSP, São Paulo, 2008).

[2] A. Janiak (ed.), *Newton: Philosophical Writings*, Cambridge Texts in the History of Philosophy (Cambridge University Press, 2014), 2 ed.

[3] A. Einstein, *On the relativity principle and the conclusions drawn from it*, in *The collected papers of Albert Einstein. Vol. 2: The swiss years: Writings, 1900-1909 (English translation)*, editado por A. Beck e P. Havas (Princeton University Press, Princeton, 1987), 252–311.

[4] C. H. Brans, *Gravity and the tenacious scalar field*, in *Symposium to honor Engelbert Schucking* (1996).

[5] J. D. Norton, *Einstein, nordström and the early demise of scalar, lorentz-covariant theories of gravitation*, Archive for History of Exact Sciences **45** (1), 17–94 (1992).

[6] J. D. Norton, *Einstein and Nordström: Some Lesser Known Thought Experiments in Gravitation*, in *The Attraction of Gravitation: New Studies in History of General Relativity*, editado por J. Earman, M. Janssen e J. D. Norton (Birkhäuser, Boston, 1993), vol. 5 de *Einstein Studies*, 3–29.

[7] A. Einstein, *On the present state of the problem of gravitation*, in *The collected papers of Albert Einstein. Vol. 4: The swiss years: Writings 1912-1914 (English translation)*, editado por A. Beck e P. Havas (Princeton University Press, Princeton, 1996), vol. 4, 198–222.

[8] A. Einstein e A. D. Fokker, *Nordström's theory of gravitation from the point of view of the absolute differential calculus*, in *The collected papers of Albert Einstein. Vol. 4: The swiss years: Writings 1912-1914 (English translation)*, editado por A. Beck e P. Havas (Princeton University Press, Princeton, 1996), vol. 4, 293–299.

[9] A. Einstein e M. Grossmann, *Outline of a generalized theory of relativity and of a theory of gravitation*, in *The collected papers of Albert Einstein. Vol. 4: The swiss years: Writings 1912-1914 (English translation)*, editado por A. Beck e D. Howard (Princeton University Press, Princeton, N. J., 1996), 151–188.

[10] A. Einstein, *On the theory of the static gravitational field and note added in proof*, in *The collected papers of Albert Einstein. Vol. 4: The swiss years: Writings, 1912-1914 (English translation)*, editado por A. Beck e D. Howard (Princeton University Press, Princeton, 1996), 107–120.

[11] D. Lehmkuhl, *Why einstein did not believe that general relativity geometrizes gravity*, Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics **46**, 316 – 326 (2014).

[12] J. Stachel, *Einstein's search for general covariance, 1912 - 1915.*, in *Einstein and the History of General Relativity*, editado por D. Howard e J. Stachel (Birkhäuser, 1989), vol. 1 de *Einstein Studies*, 63–100.

[13] J. Renn e T. Sauer, *Pathways out of classical physics*, in *The Genesis of General Relativity*, editado por M. Janssen, J. D. Norton, J. Renn, T. Sauer e J. Stachel (Springer Netherlands, Dordrecht, 2007), 113–312.

[14] J. D. Norton, *How Einstein found his field equation, 1912-1915*, in *Einstein and the History of General Relativity*, editado por D. Howard e J. Stachel (Birkhäuser, Boston, 1989), vol. 1 de *Einstein Studies*, 101–159.

[15] M. Janssen e J. Renn, *Untying the knot: how einstein found his way back to field equations discarded in the zurich notebook*, in *The Genesis of General Relativity*, editado por M. Janssen, J. D. Norton, J. Renn, T. Sauer e J. Stachel (Springer Netherlands, Dordrecht, 2007), 839–925.

[16] T. Ribeiro, *Scalar gravitation: inconsistency of planetary orbits*, Rev. Bras. Ens. Fis. **38**(4), e4313 (2016).