

Matéria escura e as estruturas cósmicas

Hermano Velten

Universidade Federal de Ouro Preto

Resumo

O objetivo deste artigo é mostrar o motivo de se considerar a matéria escura como ingrediente fundamental para o Universo. A existência da matéria escura é indispensável para formar as estruturas cósmicas que observamos como galáxias e aglomerados de galáxias. Apesar de ainda desconhecermos a natureza desta componente cósmica, pois ainda não a detectamos diretamente, o aspecto discutido neste trabalho é considerado um dos principais argumentos a favor da existência da matéria escura.

Abstract

The goal of this work is to show the reason why one considers dark matter as a fundamental ingredient of the universe. Dark matter existence is indispensable to form structures like galaxies and galaxy clusters. Though its nature is unknown due to the lack of direct detection, the aspect discussed in this work is considered the main argument in favor of dark matter existence.

Palavras-chave: cosmologia, matéria escura, estruturas em grande escala

Keywords: cosmology, dark matter, large scale structure

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v2n1.33609](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v2n1.33609)

1 Introdução

Um leitor interessado em astronomia e nos mistérios do cosmo já deve estar familiarizado com o termo Matéria Escura. Do ponto de vista astrofísico existem várias evidências atestando que deve existir no Universo algum tipo de matéria que ainda não foi detectada. A história da matéria escura tem sua origem com os trabalhos de Fritz Zwicky nos anos 1930, onde ele infere que o aglomerado de COMA possui uma razão massa/luminosidade $\sim 500M_{\odot}/L_{\odot}$. Estudos mais recentes deste mesmo aglomerado indicam valores menores, $\sim 180M_{\odot}/L_{\odot}$, mas ainda prevalece a ideia que um excesso de matéria em comparação à luz emitida por esse objeto.

Galáxias espirais também são denunciadoras da existência deste novo elemento. A curva de rotação de galáxias espirais tem sido estudada desde os anos 1970, notadamente com os trabalhos de Vera Rubin, e o comportamento constante da velocidade de rotação de estrelas e gases a partir de certas distâncias, em contradição ao comportamento esperado ao se utilizar a dinâmica newtoniana para a dada distribuição de matéria obser-

vada, indica a existência de alguma quantidade de matéria invisível nestes sistemas.¹

O fenômeno conhecido como lentes gravitacionais, quando a luz percorre uma trajetória não retilínea devido à curvatura do espaço-tempo que é criada por uma distribuição de matéria, por exemplo, uma estrela ou uma galáxia, também indica a existência de matéria escura no Universo. O ângulo de deflexão deste processo, ou o quanto a luz “se curva”, é proporcional à massa da lente, que pode ser uma galáxia. Assim, estudando em detalhes o padrão de deflexão da luz emitida por objetos distantes ao atravessar a lente, temos uma espécie de balança cósmica, capaz de medir com precisão a massa da galáxia lente, bem como sua distribuição.

As evidências apontadas acima pertencem ao domínio de estudo da astrofísica. Sem dúvida, são indícios fortes do fenômeno “matéria escura”. No entanto, existem propostas que interpretam estas observações sob outra perspectiva: talvez não exista matéria escura nestes sistemas, mas a

¹Veja a contribuição de Davi Rodrigues sobre o problema da curva de rotação de galáxias neste mesmo número dos Cadernos de Astronomia.

teoria gravitacional utilizada, seja a newtoniana ou a relativista, está errada e nos leva, erroneamente, a deduzir que matéria escura deva existir. Esta é a motivação ao se estudar as chamadas *teorias estendidas (ou, modificadas) da gravitação*.

O objetivo deste artigo é discutir em detalhes uma evidência “cosmológica” da existência de matéria escura. Em resumo, a configuração observada de galáxias e aglomerados de galáxias, denominada doravante *estrutura em grande escala do Universo*, não seria concebida na ausência de matéria escura. Na prática, elas não existiriam. É muito comum ouvir, entre os pesquisadores da área, que o argumento apresentado a seguir é o mais robusto a favor da matéria escura.

Na próxima seção vamos fazer uma rápida descrição sobre a dinâmica de expansão de fundo do Universo. Seremos sucintos em muitos aspectos. Para o leitor pouco familiarizado com cosmologia recomendamos a leitura de [1] para maiores detalhes.

Na Seção 3 discutiremos os princípios básicos da teoria de perturbações cosmológicas, uma ferramenta fundamental para o entendimento da estrutura em grande escala do Universo.

2 Uma breve história do Universo

O modelo padrão para a descrição da evolução cósmica, conhecido como *big bang*, indica que o Universo inicia sua história de expansão a partir de um ponto singular, extremamente denso e quente. A medida que o Universo expande ele esfria e diferentes processos físicos são iniciados.

Para uma expansão homogênea e isotrópica, a expansão cósmica é ditada pela função de Hubble

$$H = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}, \quad (1)$$

onde a é o fator de escala do Universo e o ponto “ $\dot{\cdot}$ ” denota a taxa de variação com relação ao tempo cósmico t . Esta função dita a taxa de expansão do Universo. Ao normalizarmos seu valor hoje $a_0 = 1$ podemos escrever sua relação com o desvio para o vermelho (*redshift*) z ,

$$a = \frac{1}{1+z}. \quad (2)$$

Assim, podemos parametrizar a expansão do Universo em termos de valores de z . Hoje, $z = 0$. O início do Universo é caracterizado pelo passado

assintótico $z \rightarrow \infty$ enquanto que o futuro assintótico por $z = -1$.

A taxa de expansão H é determinada pelo conteúdo energético do Universo seguindo a equação de Friedmann para um Universo plano

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho, \quad (3)$$

onde ρ é a densidade de energia total do Universo, ou seja, é a soma das densidades das i componentes cósmicas $\rho = \sum_i \rho_i$. Uma descrição aproximada do Universo faz uso de quatro componentes: radiação, matéria bariônica, matéria escura e energia escura. Em um Universo em expansão estas densidades dependem do tempo e, portanto, a densidade total ρ é, geralmente, melhor aproximada pela densidade da componente que domina o conteúdo energético. Cada densidade ρ_i é determinada pela equação da continuidade

$$\dot{\rho}_i + 3H(\rho_i + p_i) = 0, \quad (4)$$

uma vez que conhecemos a equação de estado da componente. Para a radiação $p_r = \rho_r/3$ levando a $\rho_r \sim a^{-4} = (1+z)^4$. Para a matéria sem pressão (tanto matéria escura quanto bárions) $p_{me} = p_b = 0$ obtendo $\rho_{me} \sim \rho_b \sim a^{-3} = (1+z)^3$. A energia escura, na forma de uma constante cosmológica, possui densidade constante ($\dot{\rho}_{ee} = 0$), equivalendo a um fluido com pressão $p_{ee} = -\rho_{ee}$. Assim, se medirmos o valor da densidade de qualquer destes fluidos em algum instante, por exemplo, hoje ($z = 0$), saberemos seu valor em qualquer instante da história cósmica.

O Universo hoje é completamente preenchido por uma radiação emitida logo após o *big bang*. Trata-se da radiação cósmica de fundo (RCF). No Universo primordial, fótons e elétrons estiveram fortemente acoplados. A expansão cósmica, e consequentemente seu resfriamento, conduz a um momento onde, finalmente, a radiação consegue se desacoplar dos elétrons. Isso ocorre quando o Universo tinha apenas 380.000 anos de idade correspondendo a um valor $z \sim 1100$. Este momento é chamado simplesmente de *desacoplamento*. Esta radiação primordial é detectada hoje na faixa de microondas e possui um espectro típico de corpo negro com temperatura $T_{RCF} = 2,726 K$. Essa informação nos dá acesso a densidade da radiação hoje e, segundo a solução $\rho_r \sim a^{-4}$, sabemos a densidade da radiação em qualquer momento. A densidade da radiação é pouco relevante para a dinâmica cósmica

hoje mas era a componente dominante no Universo primordial. A RCF possui uma distribuição *quase* homogênea e isotrópica como visto da bem conhecida Figura 1. Esta imagem utiliza coordenadas galácticas com o plano da nossa galáxia correndo horizontalmente ao longo do ponto central desta imagem. A diferença entre pontos quentes (vermelhos) e frios (azuis) é da ordem de

$$\frac{\Delta T}{T_{RCF}} \sim 10^{-5}. \quad (5)$$

Ao levarmos em conta diversos observáveis cosmológicos e astrofísicos chega-se ao modelo de concordância cosmológica que nos diz que, hoje, o Universo é composto por $\sim 70\%$ de energia escura, 25% de matéria escura, $\sim 5\%$ de matéria conhecida (bárions) e apenas $0,0049\%$ de radiação. Seguindo estes valores e as leis de evolução para as densidade de cada fluido, verifica-se que a densidade da radiação foi igual a da matéria em $z_{ig} \sim 3400$ (desvio para o vermelho da igualdade), quando o Universo tinha apenas cerca de 51.000 anos de idade. Neste momento, deu-se início a fase de dominação da matéria que só terá fim quando sua densidade for igual à da energia escura. Isso ocorre em $z \sim 0.3$, cerca de 3 bilhões de anos atrás. Resumindo, ao longo de seus 13,8 bilhões de anos, o Universo pode ser separado em 3 fases dinâmicas: uma fase dominada pela radiação ($z > z_{ig}$), uma fase dominada pela matéria escura e uma fase dominada pela energia escura a partir de $z \lesssim 0.3$.²

A descrição acima assumiu que a matéria escura já existia no Universo, como uma componente independente, desde momentos muito próximos ao *big bang*. Para momentos anteriores a $z \sim 1100$, quando houve a liberação da RCF, a matéria conhecida, elétrons e prótons, estava acoplados com a radiação e não podiam se unir para formar um átomo de hidrogênio. Assim, usa-se o termo fluido bárion-fóton para esta componente de radiação que existia antes da separação entre RCF e matéria bariônica. A partir de $z \sim 1100$, estando elétrons e prótons livres, eles se unem em órbitas de Bohr e a atração gravitacional destes entes dá origem às primeiras nuvens de hidrogênio

²A relação entre tempo cósmico, medido em anos, e z não é linear. Eventos que ocorrem entre $z = 0$ e $z = 1$ são separados por cerca de 7 bilhões de anos. Eventos que ocorrem entre $z = 1000$ e $z = 1001$ são separados por setecentos anos.

no Universo. A subsequente atração gravitacional destas nuvens criará os primeiros protótipos de estrelas que, por sua vez, se aglutinarão para formar protótipos de galáxias. Em tese, esse processo pode seguir indefinidamente até formarmos estruturas cada vez maiores. Este é o processo hierárquico de formação de estruturas, mais aceito atualmente, onde as menores estruturas formam-se primeiro). A partir de agora, podemos fazer questionamentos mais detalhados: qual a velocidade de formação destas estruturas? Quais são as maiores estruturas já formadas?

3 A formação de estruturas cósmicas e a necessidade da matéria escura

O *princípio cosmológico* é fundamental para descrever a expansão cósmica pois nos assegura que o Universo é homogêneo e isotrópico em grandes escalas. No entanto, é óbvio que, quando temos uma boa resolução e observamos objetos colapsados como estrelas e galáxias, percebemos que o Universo não é exatamente homogêneo e isotrópico nestas escalas. Portanto, há uma escala limite acima da qual o Universo aparenta³ ser homogêneo e isotrópico, enquanto que em escalas menores identifica-se a não-homogeneidade da distribuição de matéria. Não existe um valor de consenso para esta escala mas estima-se que seja próxima a 200 Mpc, ou seja, acima desta escala temos uma distribuição homogênea. Galáxias possuem um tamanho típico da ordem de poucas dezenas de milhares de parsecs. Por exemplo, o planeta Terra, que está mais próximo da borda da galáxia que de seu centro, está a uma distância de 7,9 kpc do centro da Via Láctea. Nossa galáxia está localizada em uma região do espaço juntamente com outras 30 galáxias formando o chamado grupo local de galáxias. Andrômeda, pertencente a este grupo, possui tamanho similar à nossa galáxia enquanto que as demais são de menor porte (galáxias anãs). Ao redor do grupo local existem outros grupos e aglomerados galácticos separados por distâncias da ordem de dezenas de Mega parsecs. Por exemplo, o aglomerado de Virgo, que contém cerca de 1000 galáxias, está

³Rigorosamente, a homogeneidade e isotropia são conceitos estabelecidos de maneira estatística. Na prática, por maior que seja a escala, não há 100% de homogeneidade.

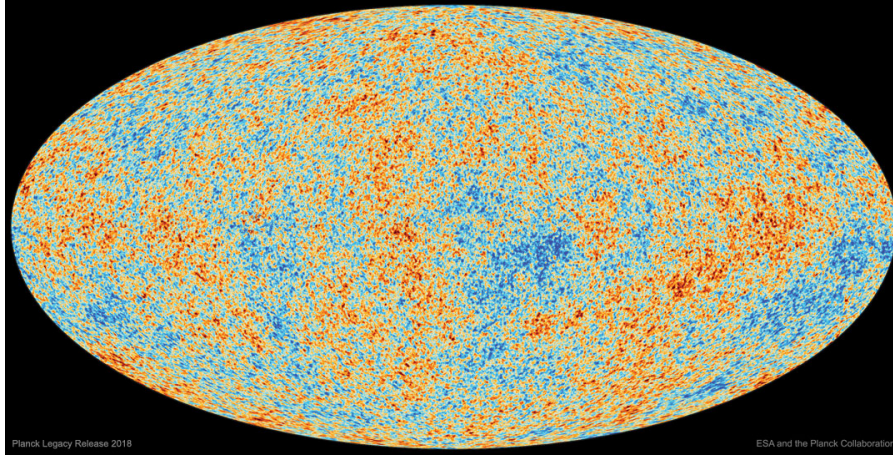


Figura 1: Mapa da distribuição de temperatura da radiação cósmica de fundo. A diferença de temperatura entre pontos vermelhos (quentes) e azuis (frios) é da ordem 10^{-5} . Créditos: Agência Espacial Europeia (ESA).

distante cerca de 20 Mpc do grupo local de galáxias.

A teoria de perturbação cosmológica é uma das principais ferramentas utilizadas em cosmologia. A ideia segue um princípio muito simples: precisamos entender a evolução das pequenas perturbações de densidade que surgiram no Universo, ao longo de sua história, até a confecção dos aglomerados de galáxias que observamos hoje em dia.

O nascimento das perturbações de densidade ocorre no período da inflação cósmica, muito próximo ao *big bang*. Nesta época, as leis da mecânica quântica governavam o Universo. *Grosso modo*, o princípio da incerteza de Heisenberg não permite a exata determinação da distribuição de matéria e, assim, é natural que existam flutuações na configuração energética do Universo primordial. Estas flutuações são as sementes que, após germinarem e crescerem, deram origem às estruturas cósmicas.

Ao introduzir pequenas flutuações ao redor de cada quantidade física descrita no fundo cosmológico implementamos a técnica da teoria de perturbações. Podemos implementar uma separação entre a densidade média do Universo não perturbado $\rho(t)$ e as perturbações. Com isso, podemos escrever a densidade total como $\rho(t) + \hat{\rho}(\vec{r}, t)$, onde o símbolo “ $\hat{\rho}$ ” significa uma pequena perturbação ao redor da densidade do fundo homogêneo e isotrópico $\rho(t)$. Então, a densidade total será

$$\begin{aligned} \rho(t) + \hat{\rho}(\vec{r}, t) &= \rho(t) \left(1 + \frac{\hat{\rho}(\vec{r}, t)}{\rho(t)} \right), \\ &= \rho(t) [1 + \Delta(\vec{r}, t)], \end{aligned} \quad (6)$$

onde definimos uma quantidade fundamental para nossa discussão daqui para frente: o contraste na densidade $\Delta(\vec{r}, t) = \hat{\rho}(\vec{r}, t)/\rho(t)$.

A estratégia é adotar uma aproximação onde cada componente cósmica comporta-se de acordo com as equações da hidrodinâmica em um sistema em expansão. Para a grande maioria das escalas de interesse, como galáxias e aglomerados, pode-se utilizar uma aproximação newtoniana.

Para isso considera-se as equações da continuidade, expressando a conservação de massa.

$$\dot{\rho} + \nabla(\rho \vec{V}) = 0. \quad (7)$$

Nesta equação, \vec{V} é o campo de velocidades do fluido. Para o caso cosmológico utiliza-se a lei de Hubble $\vec{V} = H\vec{r}$.

A equação para a dinâmica do movimento será a equação de Euler, expressando a conservação de momento,

$$\dot{\vec{V}} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla \Phi \quad (8)$$

e a equação de Poisson, descrevendo o potencial gravitacional

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho. \quad (9)$$

Para discutir a evolução de perturbações no Universo padrão é conveniente utilizar coordenadas comóveis \mathbf{x} . Este sistema de coordenadas que “acompanha” a expansão do Universo. Assim, a posição \vec{r} é reescrita como,

$$\vec{r} = a(t)\vec{x}. \quad (10)$$

O sistema de coordenadas \mathbf{r} denota a posição física, real, de cada partícula (galáxia, por exemplo). Em um Universo em expansão, a posição

de uma galáxia irá mudar gradativamente com o tempo. Se você tentar desenhar a posição de uma galáxia, em eixos cartesianos fixos, precisará de uma quantidade cada vez maior de papel e espaço físico para acompanhar o efeito da expansão do Universo.

No sistema de coordenadas comóveis \mathbf{x} a partícula permanece fixa em um ponto dos eixos coordenados. O efeito da expansão ocorre ao mudar a noção de distância demarcada nos eixos cartesianos. As coordenadas (na prática, os “números” que estão anotados sobre os eixos) vão se ajustando para acomodar o efeito da expansão do Universo. Na tentativa de desenhar a evolução da posição de uma galáxia em uma folha de papel utilizando as coordenadas \mathbf{x} , o Universo sempre caberá em uma única folha, mas os eixos sempre precisarão ser demarcados a medida que o tempo passa.

A velocidade própria $\dot{\vec{r}}$ em cada ponto \mathbf{x} pode ser escrita como

$$\vec{V} = \dot{a}(t)\vec{x} + \hat{v}, \quad (11)$$

de maneira que \hat{v} é a velocidade peculiar descrevendo o movimento de uma parte do fluido em relação a um observador fundamental em \vec{x} que está comóvel com a expansão do fundo cosmológico. Trata-se, na verdade, do que chamaremos de perturbação da velocidade. Assim, o conjunto de variáveis (\vec{x}, t) substitui (\vec{r}, t) .

A partir do processo de linearização, cujos detalhes são apresentados no apêndice, encontramos que perturbações em um fluido sem pressão, $p = 0$, devem obedecer à seguinte equação diferencial

$$\ddot{\Delta} + 2H\dot{\Delta} - 4\pi G\rho\Delta = 0. \quad (12)$$

Por se tratar de uma equação diferencial, lembre-se que sua solução necessitará a adoção de duas condições de contorno.

Enquanto as perturbações são lineares, $\Delta \ll 1$, esta equação é válida. Trata-se do regime linear das perturbações. Estruturas cósmicas, como galáxias e aglomerados, são obviamente estruturas não-lineares, no sentido da definição de Δ apresentada acima. De fato, a densidade local destas estruturas é muito maior que a densidade média de uma porção considerável do espaço ao redor. O objetivo de uma evolução satisfatória é que as perturbações lineares cresçam o suficiente para chegar ao nível não-linear.

Dada a imensidão cósmica e suas centenas de bilhões de galáxias seria impossível estudar a evolução de cada pequeno desvio da homogeneidade (flutuação) que geraria uma galáxia específica. Este processo levaria à resolução de bilhões de equações do tipo (12) para a evolução de cada região “superdensa”. Ao invés disso, esta equação é resolvida no espaço de Fourier onde cada escala possui sua condição inicial própria. Uma única escala, por exemplo, com 0.1 Mpc, representaria a evolução média de todos aglomerados de galáxias que devem ter este tamanho. A dependência com a escala não apareceu na equação (12) pois decidimos estudar fluidos sem pressão, como a matéria escura e os bárions. Portanto, de acordo com (12), todas as escalas evoluirão da mesma maneira.

Temos em (12) uma equação diferencial de segunda ordem. Este tipo de equação também descreve, por exemplo, um oscilador harmônico amortecido. O termo $2H\dot{\Delta}$ é conhecido como termo de fricção de Hubble, pois quanto maior for a taxa de expansão H , mais difícil será amplificar as perturbações Δ , ou seja, a expansão dificulta o processo de formação de estruturas cósmicas.

Tanto a matéria escura quanto a matéria bariônica obedecem a equação (12) pois as consideramos como fluidos sem pressão. No entanto, a condição inicial a ser utilizada para cada componente, a amplitude da perturbação em um instante inicial, será diferente. A matéria bariônica está acoplada à radiação até $z \sim 1100$ (momento chamado de desacoplamento). A matéria escura, de acordo a hipótese mais aceita para sua descrição, desacoplou do plasma primordial em um momento muito anterior. Assim, enquanto a matéria bariônica está “presa” à radiação, formando a componente bárion-fóton, a matéria escura começou a formar estruturas, por meio da atração gravitacional, desde instantes anteriores. Na prática, as flutuações de temperatura da RCF, da ordem de 10^{-5} , servem como condição inicial para este problema por meio da chamada fórmula de Sachs-Wolfe [2]:

$$\frac{\Delta T}{T} = -\frac{1}{3}\hat{\phi}. \quad (13)$$

Nesta expressão, $\hat{\phi}$ é a perturbação no potencial gravitacional. Por meio da equação de Poisson perturbada (veja apêndice), percebe-se que $\hat{\phi} \sim \Delta$. Com isso, a amplitude das flutuações na

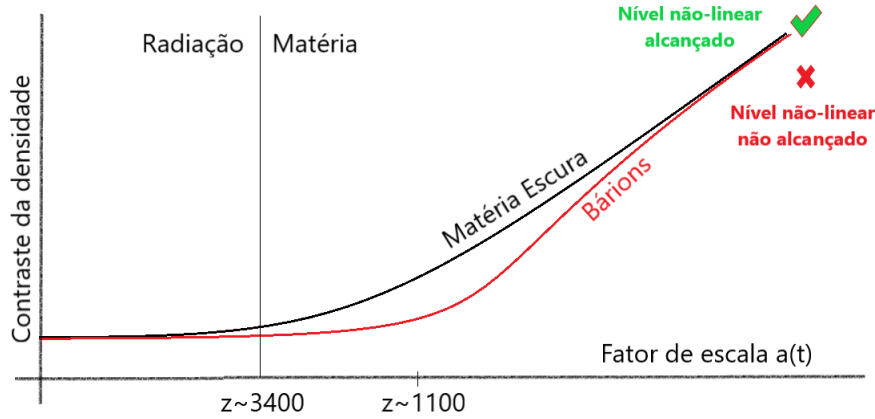


Figura 2: Evolução das perturbações da matéria escura e dos bárions em função do tempo. O ponto no gráfico onde se lê “nível não-linear não alcançado” refere-se à amplitude alcançada pelas perturbações nos bárions caso não existissem as perturbações de matéria escura (curva preta). Esta figura é uma representação quantitativa. Os eixos ordenados não possuem a escala apropriada quantitativamente.

RCF fornecem o valor para as condições iniciais do problema.

Pela equação (12), o conceito de “formar” uma estrutura refere-se a amplificar o valor do contraste da densidade Δ , desde valores muito pequenos, até próximo do valor não-linear $\Delta \sim 1$. Uma maneira mais fácil de se visualizar a solução da equação para Δ é trocar a variável dinâmica para o fator de escala a . Com isso, teremos:

$$a^2 \Delta'' + \left[3 + a \frac{H'}{H} \right] a \Delta' - \frac{3}{2} \left(\frac{8\pi G \rho_m}{3H^2} \right) \Delta = 0 \quad (14)$$

onde o símbolo “'” significa uma derivada com relação ao fator de escala. Quando o Universo é dominado pela matéria escura temos $H \sim a^{-3/2}$ e, com isso, $3 + aH'/H = 3/2$. Ainda, o termo $8\pi G \rho_m / 3H^2 \sim 1$. Portanto, a solução da equação (14) será $\Delta \propto a$, ou seja, cresce linearmente com o fator de escala. Note que essa aproximação só é válida após a igualdade entre as densidade de radiação e matéria, $z < 3400$. Antes disso, $z > 3400$, a dinâmica é dominada pela radiação, $8\pi G \rho_m / 3H^2 < 1$. Isso inibe o aparecimento de uma solução crescente para Δ em $z < 3400$. A curva preta da Figura 2 demonstra esse fenômeno. Estas estruturas serão chamadas de halos de matéria escura. Somente após a igualdade entre matéria e radiação, com a dominação da matéria, a expansão cósmica se desacelera e as perturbações da matéria escura crescem de maneira mais acentuada.

Vamos analisar agora o crescimento das estruturas de matéria bariônica, de acordo com a linha

vermelha da Figura 2. Quando a RCF é liberada, em $z \sim 1100$, ocorre o momento do desacoplamento e a matéria bariônica está livre para se aglomerar, por meio da atração gravitacional. O processo de formação da componente bariônica é acelerado pois, lembre-se que, em $z \sim 1100$, os halos de matéria escura (curva preta na Figura 2) já existiam. Estes halos de matéria escura pré-existentes formam poços de potencial gravitacional que impulsionam a aglomeração da matéria bariônica. Se estes halos primordiais de matéria escura não existissem, as estruturas bariônicas, como as galáxias, nunca existiriam pois, dada a taxa de crescimento esperada pela equação (12), $\Delta \propto a$, não haveria tempo suficiente para que o contraste de densidade da matéria bariônica crescesse o suficiente para chegar ao nível não-linear. Se a curva vermelha da Figura 2 iniciasse um crescimento $\propto a$ a partir de $z \sim 1100$, sendo amplificada por um fator 1000, o resultado final seria o ponto denotado por X vermelho nesta figura $\Delta \sim 10^{-5} \times 10^3 = 10^{-2}$. Portanto, acabamos de descrever um cenário no qual a matéria escura se faz imprescindível para o sucesso da estrutura em grande escala do Universo. Este é um dos principais argumentos em favor da existência da matéria escura no Universo. A única alternativa para construir uma explicação aceitável para a cosmologia abrindo mão da existência da matéria escura seria abandonar a RG e buscar uma nova teoria para a gravitação que explique o processo de formação de estruturas cósmicas e acelere a aglomeração de nuvens bariônicas no período posterior à liberação da RCF.

4 Considerações finais

A mensagem deste texto é muito clara: matéria escura é um elemento fundamental no Universo pois ela é a responsável por guiar as flutuações de densidade dos bárions até o processo não linear de formação de estruturas.

Cabe também um comentário sobre o papel da energia escura do processo de formação de estruturas. Como dito acima, entendemos que o processo de formação de estruturas ocorreu primeiramente com as menores estruturas e, a constante aglomeração causada pela atração gravitacional, forma as estruturas maiores. Aglomerados de galáxias são as maiores estruturas cósmicas conhecidas. Objetos maiores que aglomerados de galáxias não existem pois, quando super-aglomerados⁴ teriam a oportunidade de se unir, a energia escura passou a dominar a expansão cósmica e, com isso, separando o objetos cósmicos. Na dominação da energia escura, que ocorreu a partir de $z \sim 0.5$, a função H volta a crescer e, com isso, o termo de fricção de Hubble ($2H\dot{\Delta}$) também cresce. Uma vez que um objeto cósmico está formado, ou seja, chegou ao nível não-linear, a expansão cósmica passa a ter papel secundário na sua dinâmica interna. Portanto, se os modernos mapeamentos de galáxias encontrarem alguma hiper estrutura cósmica, muito maior que um aglomerado de galáxias, teremos um cenário desafiador a ser explicado.

Apêndice A: Dedução da equação de evolução para as perturbações

Neste apêndice vamos detalhar a obtenção da equação (12). Aqui, trataremos apenas do caso mais simples, onde estudamos a evolução das perturbações das componentes sem pressão, como matéria escura e matéria bariônica, sob a perspectiva de uma teoria newtoniana. Outros exemplos sobre teoria de perturbações cosmológicas,

⁴Cabe aqui uma explicação. Estamos considerando que as maiores estruturas são os aglomerados de galáxias pois estes são as maiores estruturas virializadas. É possível encontrar na literatura o termo super-aglomerado, referindo-se ao conjunto de vários aglomerados. No entanto, *grosso modo*, esta reunião de aglomerados não forma um único objeto virializado, cuja dinâmica é determinada pela sua auto-gravidade.

incluindo a análise relativística, podem ser encontrados em [3].

Em um Universo que expande, de maneira homogênea e isotrópica, de acordo com a lei de Hubble, podemos escrever as chamadas quantidades de base, da seguinte maneira:

$$\rho \equiv \rho(t), \quad \vec{V} = \vec{V}_0 = H(t)\vec{r} \quad (15)$$

Agora, vamos assumir que pequenas perturbações existem neste sistema. Com isso, as quantidades físicas serão reescritas da seguinte forma

$$\begin{aligned} \rho &= \rho(t) + \hat{\rho}(\vec{r}, t), \\ \vec{V} &= \vec{V}_0 + \hat{v}, \\ \Phi &= \Phi_0 + \hat{\phi}. \end{aligned} \quad (16)$$

Ao inserir as definições acima na equação da continuidade para um fluido sem pressão

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} + \rho \nabla \vec{v} + \nabla \left(\hat{\rho} \cdot \vec{V}_0 \right) = 0 \quad (17)$$

Da mesma maneira, a linearização da equação de Euler fornece

$$\frac{\partial \hat{v}}{\partial t} + \left(\vec{V}_0 \cdot \nabla \right) \hat{v} + \left(\hat{v} \cdot \nabla \right) \vec{V}_0 + \nabla \hat{\phi} = 0. \quad (18)$$

Por fim, a linearização da equação de Poisson é

$$\nabla^2 \hat{\phi} = 4\pi G \hat{\rho}. \quad (19)$$

A mudança para coordenadas comóveis converte os operadores diferenciais para atuar mediante o novo conjunto de coordenadas \vec{x} . O operador ∇ (*nabla*) se transforma, de acordo com a regra da cadeia, da seguinte maneira:

$$\nabla_r = \frac{1}{a} \nabla_x, \quad (20)$$

enquanto que as derivadas temporais são substituídas por

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \right)_r = \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)_x - \left(\vec{V}_0 \cdot \frac{\nabla_x}{a} \right), \quad (21)$$

Agora, definindo o contraste de densidade $\Delta = \hat{\rho}/\rho$, seremos levamos a um conjunto intermediário de equações:

$$\frac{\partial \Delta}{\partial t} + \frac{\nabla \hat{v}}{a} = 0, \quad (22)$$

$$\frac{\partial \hat{v}}{\partial t} + H\hat{v} + \frac{\nabla \hat{\phi}}{a} = 0, \quad (23)$$

$$\nabla^2 \hat{\phi} = 4\pi G a^2 \rho \Delta. \quad (24)$$

Com o objetivo de obter uma equação para a evolução de Δ precisamos eliminar os termo \hat{v} destas equações. Ao tomarmos a derivada temporal da equação (22) e combinarmos com o gradiente da equação (23) encontraremos

$$\ddot{\Delta} + 2H\dot{\Delta} = \frac{\nabla^2 \hat{\phi}}{a^2}. \quad (25)$$

Finalmente, a expressão acima, quando combinada com a equação de Poisson perturbada (24) resultará na equação (12).

Sobre o autor

Hermano Endlich Schneider Velten (hermano.velten@ufop.edu.br) é professor da UFOP. É Doutor em Física pela UFES e bolsista de produtividade do CNPq. Fez estágios de pós-doutoramento na Alemanha e França. O foco de

suas pesquisas encontra-se nas áreas de astrofísica e cosmologia.

Referências

- [1] H. Velten, *Matéria escura, energia escura e a busca por uma nova teoria para a gravitação*, Cad. Astro. **1** (1), 40–51 (2020).
- [2] R. K. Sachs and A. M. Wolfe, *Perturbations of a cosmological model and angular variations of the microwave background*, Astrophys. J. **147**, 73-90 (1967).
- [3] S. Weinberg, *Gravitation and cosmology: principles and applications of the general theory of relativity* (John Wiley & Sons, New York, 1972).