Buracos negros estelares: a geometria do espaço-tempo de Schwarzschild

Rodrigo Siqueira-Batista[1] e José A. Helayël Neto[2]

[1] *Universidade Federal de Viçosa e Faculdade Dinâmica do Vale do Piranga*
[2] *Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas*

Resumo
A investigação dos buracos negros – objetos astronômicos cuja densidade tende ao infinito e que são capazes de produzir marcante deformação no espaço-tempo – tem experimentado grande impulso nos últimos anos. De fato, em 2015, a equipe do LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) obteve a primeira detecção das ondas gravitacionais, produzidas a partir de um sistema binário de buracos negros, o que levou à concessão do prêmio Nobel de Física aos pesquisadores Rainer Weiss, Barry C. Barish e Kip S. Thorne. Em abril de 2019 foi publicada a primeira imagem direta de um buraco negro e, no ano de 2020, três cientistas – Roger Penrose, Andrea Ghez e Reinhard Genzel – também receberam o prêmio Nobel de Física por suas significativas contribuições para esse campo de pesquisa. Os sucessos obtidos, desde a proposição de tais estruturas até a lendária "foto", têm dependido de decisivas contribuições da matemática à física e à astronomia, permitindo, em última análise, que tais ciências empíricas saibam o que (e onde) procurar. Desde esta perspectiva, a apreciação de aspectos da abordagem matemática dos buracos negros – a partir da apresentação da métrica de Schwarzschild – é o objetivo do presente artigo.

Abstract
The investigation of black holes – astronomical objects whose density tends to infinity and which are capable of producing marked deformation in space-time – has experienced a great impulse in recent years. In fact, in 2015, the LIGO team (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) obtained the first detection of gravitational waves, produced from a binary black hole system, which led to the awarding of the Nobel Prize in Physics to researchers Rainer Weiss, Barry C. Barish and Kip S. Thorne; in April 2019 the first direct image of a black hole was published; and, in the year 2020, three scientists – Roger Penrose, Andrea Ghez and Reinhard Genzel – also received the Nobel Prize in Physics for their significant contributions to the field of research. The successes obtained, from the proposition of such structures to the legendary "photo", have depended on decisive contributions from mathematics to physics and astronomy, allowing, ultimately, such empirical sciences to know what (and where) to look for. From this perspective, the appreciation of the mathematical approach to black holes – from the presentation of the Schwarzschild metric – is the objective of this article.

Palavras-chave: buracos negros, métrica de Schwarzschild, relatividade geral.
Keywords: black holes, Schwarzschild metric, general relativity.

DOI: 10.47456/Cad.Astro.v2n2.34640

1 Introdução

Os buracos negros podem ser caracterizados como a região do tecido do espaço-tempo – conceito este deduzido a partir da teoria da relatividade geral (TRG) de Einstein – no qual a gravidade é suficientemente expressiva para que rigorosamente nada possa escapar-lhes, o que se aplica à matéria e à radiação eletromagnética (a luz incluída).

As concepções originárias afins aos buracos negros – termo cunhado pelo físico estadunidense John Wheeler [1] – podem ser buscadas no século XVIII, a partir dos trabalhos de John Michell. De fato, este último autor propôs, em um artigo de 1783, que uma estrela suficientemente massiva e compacta teria um campo gravitacional especialmente intenso, a ponto de não deixar sair a luz [2]. Tais corpos celestes poderiam ser "sentidos" (gravitacionalmente), mas não "vistos" (pois, a luz não chegaria a um eventual observador). Doze anos mais tarde, Pierre Simon Laplace propôs ideia similar, ao considerar que corpos particularmente massivos do universo seriam provavelmente invisíveis, pela impossibilidade da luz escapar de sua superfície [3]. Ambos os autores, Mitchell e Laplace, propuseram o conceito de "corpo escuro" – para os quais a velocidade de escape é superior à velocidade da luz – no bojo da teoria newtoniana. Todavia, ainda que tal propriedade seja associada aos buracos negros, estes últimos somente serão formulados – com uma estrutura causal particular e um horizonte de eventos – a partir da TRG, como será discutido adiante.

Tais proposições caíram em certo ostracismo, em virtude da preeminência adquirida pela teoria ondulatória da luz, em detrimento da proposta corpuscular, no século 19, cenário modificado a partir da formulação do contínuo espaço-temporal – no contexto da já referida TRG, em 1915 [4] e dos trabalhos de Subrahmanian Chandrasekhar, físico que demonstrou que uma estrela, após a exaustão do "combustível estelar", tenderia ao colapso caso apresentasse uma massa superior a cerca de 1,4 vezes a massa do sol, número que passou a ser denominado Limite de Chandrasekhar [5, 6].

Contemporaneamente, considera-se a existência dos seguintes tipos de buracos negros: 1) ultramassivos, com massas superiores 10 bilhões de massas solares [7, 8]; 2) supermassivos, com massas da ordem de 100 mil a um bilhões de massas solares, origem ainda controversa e localizados nos centros das galáxias [9, 10]; 3) estelares, os quais são oriundos de "morte das estrelas" de grande massa (em geral, dezenas de massas solares), ou seja, provêm do colapso desses corpos celestes ao final de seu "ciclo de vida" [11], como antevisto por Chandrasekhar [12]; 4) primordiais, os quais teoricamente se formaram nos momentos iniciais do próprio universo, na "Era do Big Bang", com destaque para a possibilidade de serem dotados de massas bastante variáveis, o que segundo alguns autores colocam-nos como candidatos à matéria escura [13, 14]; e (5) miniburacos negros, hipotéticos, cujo limite seria a massa de Planck, ou seja, cerca de 2×10^{-8} kg e nos quais os efeitos da mecânica quântica seriam essenciais [15, 16].

O conhecimento produzido acerca dos buracos negros depende, desde suas origens, do uso ferramentas matemáticas, as quais permitem a predição dos comportamentos, pressuposto para a investigação empírica de tais corpos celestes. De fato, citam-se, por exemplo, o pioneiro trabalho de Karl Schwarzschild de solução das equações de campo de Einstein (cuja consequência foi a previsão do buraco negro de Schwarzschild), as investigações de Stephen Hawking e Roger Penrose [17, 18], os estudos que permitiram a detecção das ondas gravitacionais em pela equipe do LIGO – Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory [19]) – e a produção da primeira imagem do objeto M87*, um buraco negro supermassivo situado na região central da galáxia Messier 87 [20].

A partir dessas breves considerações, o objetivo do presente artigo é a apresentação de aspectos da abordagem matemática dos buracos negros estelares [21–23] – enfatizando a métrica de Schwarzschild e comentando-se, sucintamente, os desenvolvimentos de métricas posteriores (Reissner-Nordström, Kerr e Kerr-Newman) – a qual será precedida pela apresentação (1) dos conceitos chaves para o entendimento de tais objetos astronômicos e (2) por breves considerações acerca da teoria da relatividade geral de Albert Einstein.

2 *Conceitos Básicos*

2.1 *Singularidade*

Localizada no "centro" do buraco negro, representa um "ponto" infinitamente denso, conforme demonstração publicada por Roger Penrose e Stephen Hawking, obtida a partir da TRG [17]. Nesse âmbito, as leis da física, conhecidas, não seriam aplicáveis à descrição da realidade [24].

2.2 *Horizonte de eventos*

Refere-se aos limites da região do espaço-tempo a partir dos quais nada, nem mesmo a luz, pode escapar. O que quer que ultrapasse o horizonte de eventos "cairá" no buraco negro, sem jamais poder retroceder, ou seja, é impossível fazer o caminho de volta, dada a intensidade da força gravitacional nas vizinhanças da singularidade.

2.3 Ergosfera

Trata-se da região do espaço-tempo imediatamente externa ao horizonte de eventos dos buracos negros em rotação; apresenta um "formato de abóbora" que coincide com o horizonte de eventos nas regiões polares) [24]. Tanto objetos quanto radiação conseguem sair da ergosfera.

2.4 Disco de acreção

Trata-se de um disco giratório – constituído por poeira e gás superaquecido, que se movimenta com grande velocidade –, formado ao redor de um buraco negro. A energia gravitacional envolvida é convertida em calor, descrevendo-se também a emissão de raios X [25].

2.5 Grandezas

As grandezas utilizadas para caracterizar os buracos negros são três: massa (M), momento angular (J) e carga (Q). Descrevem-se, então, as seguintes possibilidades de buraco negro: de Schwarzschild – se $M \neq 0$, $J = 0$ e $Q = 0$; de Kerr, se, $M \neq 0$, $J \neq 0$ e $Q = 0$; de Reissner-Nordström, se $M \neq 0$, $J = 0$ e $Q \neq 0$; de Kerr-Newman, se $M \neq 0$, $J \neq 0$ e $Q \neq 0$.

3 A teoria da relatividade geral

A descrição dos buracos negros estelares – estruturas sobre as quais as primeiras ideias correlatas, "corpos escuros", foram apresentadas ainda no século 18, como anteriormente comentado – consubstanciou-se, em caráter definitivo, no século 20, a partir dos desdobramentos dos trabalhos de Albert Einstein. A ideia básica que permitiu tais encaminhamentos pode ser recuperada a partir da equação da gravidade descrita por Newton [26], a qual pode ser expressa do seguinte modo,

$$F = \frac{GmM}{R^2}, \tag{1}$$

onde F é o módulo da força gravitacional entre dois corpos; M e m são as massas dos dois corpos; R é a distância entre os centros de massa dos dois corpos; e G é a constante universal da gravitação, cujo o valor no SI (sistema internacional) é $6,67 \times 10^{-11}$ $\mathrm{Nm^2/kg^2}$. A partir da equação (1) é possível obter a equação (2), abaixo, a qual permite o cálculo da aceleração da gravidade, ainda de uma perspectiva newtoniana, na superfície de qualquer corpo celeste,

$$a_g = \frac{GM}{r^2}, \tag{2}$$

sendo a_g a aceleração da gravidade; M a massa do corpo celeste; r a distância do centro de massa do corpo celeste.

Em 1915, Albert Einstein propôs a TRG, em um conjunto de dezesseis equações – denominadas equações de campo de Einstein (ECE) –, as quais definem a geometria do espaço-tempo e as influências – materiais e eletromagnéticas – sofridas por este tecido [27]. O próprio Einstein considerava que "a teoria do campo gravitacional puro, assentada sobre a TRG, é facilmente acessível, pois podemos estar confiantes de que o espaço 'livre de campo' de Minkowski (...) deve corresponder às leis gerais de campo". Ademais, é comum "considerar a realidade física como um campo (...)" [28].

As ECE podem ser apresentadas de modo compacto como [29]

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \tag{3}$$

onde $G_{\mu\nu}$ é denominado tensor de Einstein (uma equação diferencial de segunda ordem); $T_{\mu\nu}$ é o tensor de energia-momento (conteúdo material do espaço-tempo); c é a velocidade da luz no vácuo; e G é a constante universal da gravitação. Deve ser destacado que $G_{\mu\nu}$ pode ser escrito, igualmente, do seguinte modo:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{g_{\mu\nu}}{2} R + \Lambda g, \tag{4}$$

onde $R_{\mu\nu}$ é o tensor de curvatura de Ricci; R é o escalar de curvatura de Ricci; e Λ é a constante cosmológica. O primeiro termo da equação (3), $G_{\mu\nu}$, diz respeito ao conteúdo geométrico de um dado ponto do espaço-tempo; o segundo termo, $T_{\mu\nu}$, se refere ao conteúdo material atinente ao mesmo ponto do espaço-tempo.

4 A métrica de Schwarzschild

As ECE representaram um substantivo avanço na descrição da realidade física, mesmo reconhecendo-se as dificuldades atinentes às suas soluções, por se tratarem de equações não-lineares. De todo modo, uma primeira solução não trivial das ECE [cf.(3)] no vácuo (ou seja, quando $T_{\mu\nu} = 0$ e, portanto, $R_{\mu\nu} = 0$) foi obtida por Karl Schwarzschild, em 1916, naquilo que posteriormente convencionou-se nomear como métrica de Schwarzschild [30]. A referida solução descreve o campo gravitacional exterior a uma determinada massa ($M \neq 0$), com simetria esférica, momento angular zero ($J = 0$) e carga elétrica nula ($Q = 0$), em um espaço plano. Com efeito, a métrica pode ser descrita do seguinte modo,

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2 dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2, \quad (5)$$

onde M é a massa do corpo e $d\Omega^2$ é o elemento de ângulo sólido da esfera, dada por $d\Omega^2 = d\theta^2 + \text{sen}^2\theta \text{d}\phi^2$. Ao se considerar as coordenadas $(x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, r, \theta, \phi)$, a métrica poderá ser descrita como uma matriz diagonal 4×4, de caráter lorentziano, uma vez que possui elementos positivos e negativos na diagonal principal (respectivamente $= g_{00}, g_{11}, g_{22}$ e g_{33}) [31]:

$$g = \begin{bmatrix} g_{00} & g_{01} & g_{02} & g_{03} \\ g_{10} & g_{11} & g_{12} & g_{23} \\ g_{20} & g_{21} & g_{32} & g_{33} \\ g_{30} & g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

A métrica, Eq. (6), refere-se ao espaço-tempo (plano) de Minkowski da teoria da relatividade especial (TRE). No caso da solução de Schwarzschild, o tensor métrico adquire a forma dada a seguir:

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} -(1 - \frac{2GM}{rc^2}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1 - \frac{2GM}{rc^2})^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r^2\,\text{sen}^2(\theta) \end{bmatrix}$$

A partir do entendimento da expressão acima e da equação (5), pode-se reescrever a equação (2), referente ao cálculo da aceleração da gravidade da mecânica de Newton, do seguinte modo,

$$a_g = \frac{GM}{r^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}}, \quad (7)$$

onde o termo

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}}, \quad (8)$$

pode ser denominado correção de Schwarzschild. O resultado expresso na equação (7) pode ser derivado a partir do chamado limite newtoniano, estudando-se a geodésica de uma partícula massiva no campo gravitacional da fonte – a massa M – como apresentado nas Seções 4 e 5 do Capítulo 3 do livro citado na referência [32]. Na mencionada seção 4, onde se considera o limite newtoniano, adota-se a aproximação linearizada para se relacionar a componente puramente temporal da perturbação da métrica ao potencial newtoniano. Entretanto, nesta etapa, aparece o fator de dilatação temporal, que é tomado igual a 1, já que se está trabalhando na aproximação linearizada na perturbação da métrica. Por outro lado, na referida seção 5 – do Capítulo 3 de [32] – o fator de dilatação está associado à raiz quadrada do componente g_{00} da métrica, tendo em vista a derivação da dilatação temporal. Para se chegar à equação (7) foi, então, introduzido o fator de dilatação completo na equação do potencial (dada pela relação (3.4.2) da seção 4, Capítulo 3 de [32]). Assim, abrindo mão da aproximação linear, o fator de dilatação temporal corrige a aceleração da gravidade, exatamente como dado na equação (7). Tal expressão – contida de forma implícita, como descrito acima, na referência [32] – não é muito frequente na literatura, o que justifica sua apresentação nesta seção do artigo.

Ao se considerar $2GM/rc^2$ próximo de 0 (limite em que $r \gg 2GM/c^2$, o que corresponde a distâncias muito afastadas da origem) o resultado do termo (8) aproxima-se 1 e, desse modo, a expressão (7) se reduziria à (2), o que é perfeitamente compatível com a descrição newtoniana. Sem embargo, ao se considerar distâncias tais que o valor da fração $2GM/rc^2$ seja próximo de 1, o denominador do termo (8) se aproxima de zero e, assim, a aceleração da gravidade tenderia ao infinito. Desse modo,

$$\frac{2GM}{rc^2} = 1, \quad (9)$$

define o raio de Schwarzschild,

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}. \quad (10)$$

Nesse caso, se um objeto esférico qualquer apresentar um raio $R < r_S$ – ou seja, menor do que o raio de Schwarzschild – a equação (7) descreverá uma singularidade, ou seja, o corpo será um buraco negro, do qual nenhuma informação poderá sair (uma vez que nada, no universo, é capaz de viajar mais rapidamente do que a velocidade da luz, c, a qual, por sua vez, não consegue "escapar" da gravidade da singularidade). Nesse sentido, pode-se considerar que a solução obtida por Schwarzschild:

> "(...) descreve o campo gravitacional de uma partícula pontual massiva (sem carga e sem rotação) e apresenta em sua formulação duas singularidades: uma na origem do sistema de coordenadas, onde a massa se concentraria, e uma radial, o raio de Schwarzschild, que na época acreditava-se delimitar uma região para qual a solução não mais seria válida" [33].

Reescrevendo as consequências da solução de Schwarzschild em termos contemporâneos (veja a Seção 2), torna-se possível enunciar que o "centro" do sistema de coordenadas seria a singularidade propriamente dita e que o "raio de Schwarzschild" representaria, em última análise, o "horizonte de eventos" [34].

Os resultados obtidos por Schwarzschild foram, no início, considerados uma "curiosidade matemática" (por Einstein e, inclusive, pelo próprio autor). De fato, a existência de um objeto pontual massivo era vista como uma mera idealização, pois, nesse momento, não se considerava possível a existência de um corpo esfericamente simétrico com dimensões inferiores às descritas pelo raio de Schwarzschild [35]. Ademais, à época, reconhecia-se igualmente a existência de outras forças que poderiam atuar sobre objetos esféricos, em contraposição à gravidade, evitando – assim – a emergência de objetos com raio menor que r_S [33].

Vale ressaltar que do modo segundo o qual a métrica foi proposta, o limite de r_S também seria uma singularidade, o que não faz sentido. Para resolver tal situação, o autor substituiu a coordenada radial r por outra coordenada, considerada melhor, e definida como

$$\bar{r} = (r^3 - r_S^3)^{1/3}, \qquad (11)$$

Desse modo, de acordo com o próprio Schwarzschild, a descontinuidade se move para o ponto $\bar{r} = 0$, ou seja, r_S deixa de ser entendido como uma singularidade "física" e passa a ser considerado uma "singularidade de coordenada", conforme apresentado em detalhe no artigo citado na referência [29]. Isso explica o porquê de não ser possível, a um observador qualquer, notar o momento no qual é cruzado o horizonte de eventos de um buraco negro. Outras soluções possíveis para abordar o problema da existência de uma singularidade em r_S foram organizadas em termos dos diagramas de Finkelstein [36] e dos diagramas de Kruskal-Szekeres [37,38].

O trabalho de Finkelstein [36] apresenta argumentos acerca da solução encontrada por Schwarzschild, os quais permitem considerar os buracos negros como dotados de significado em termos astrofísicos (e não apenas de um ponto de vista matemático). Em relação aos diagramas de Kruskal-Szekeres [37, 38], estes revelam a estrutura espaço-temporal clássica completa da solução de Schwarzschild, a partir da descrição de um sistema de coordenadas capazes de cobrir toda a variedade do espaço-tempo, com extensão máxima. Esses resultados corroboraram a ideia de que os buracos negros deveriam ser considerados, muito mais do que uma simples possibilidade matemática, como genuínos objetos físicos.

5 *Outras métricas: desenvolvimentos posteriores*

O buraco negro de Schwarzschild é um caso considerado simples – em termos das possibilidades de solução das ECE – por ser estático e sem carga. Situações mais complexas – e quiçá condizentes com a realidade física – dizem respeito à existência de buracos negros com momento angular não nulo ($J \neq 0$) e com carga ($Q \neq 0$), para os quais foram apresentadas as soluções comentadas a seguir.

A solução exata das ECE para a descrição do espaço-tempo na vizinhança de um corpo com massa e carga elétrica diferentes de zero – ou seja, com a produção de campos gravitacional e elétrico, respectivamente [39] – foi proposta de modo independente pelo físico, matemático e engenheiro Hans Jacob Reissner [40], em 1916, e pelo físico Gunnar Nordström, em 1918 [41]. A métrica de Reissner-Nordström é dada pela seguinte equação,

$$\begin{aligned} ds^2 = &\left[1 - \frac{r_S}{r} + \left(\frac{r_Q}{r}\right)^2\right] c^2 dt^2 \\ &- \left[1 - \frac{r_S}{r} + \left(\frac{r_Q}{r}\right)^2\right]^{-1} dr^2 \\ &- r^2(d\theta^2 + \mathrm{sen}^2(\theta) d\phi^2), \end{aligned} \qquad (12)$$

onde c é a velocidade da luz; t é a coordenada do tempo (medida por um relógio qualquer, estacionário, no infinito); r é a coordenada radial; (θ, ϕ) são os ângulos esféricos; r_S = raio de Schwarzschild [cf. (10)]; e r_Q é a escala de comprimento característica, definida como

$$r_Q^2 = \frac{Q^2 G}{4\pi\epsilon_0 c^4}, \tag{13}$$

destacando-se que $1/4\pi\epsilon_0$ é a constante de Coulomb.

As situações nas quais o corpo possua carga zero ($Q = 0$) e esteja em rotação (dotado, com efeito, de momento angular, ou seja, com $J \neq 0$) podem ser descritas pela equação obtida por Roy Kerr, em 1963 [42], a qual pode ser apresentada nos seguintes termos [43],

$$\begin{aligned} ds^2 = &-\left(\frac{\Delta' - a^2\,\mathrm{sen}^2\theta}{H'}\right)dt^2 \\ &+ \frac{2a\,\mathrm{sen}^2\theta\left(r^2 + a^2 - \Delta'\right)}{H'}dtd\phi \\ &+ \frac{\left[(r^2+a^2)^2 - \Delta' a^2\,\mathrm{sen}^2\theta\right]}{H'}\,\mathrm{sen}^2\theta d\phi^2 \\ &+ \frac{H'}{\Delta'}dr^2 + H'd\theta^2, \end{aligned} \tag{14}$$

onde,

$$H' = r^2 + a^2\cos^2\theta, \tag{15}$$

e,

$$\Delta' = r^2 + a^2 - 2Mr. \tag{16}$$

Cerca de dois anos após, em 1965, Ezra Theodore Newman [44,45] descreveu as equações para um caso ainda mais geral, considerando um corpo com carga elétrica e momento angular distintos de zero ($Q \neq 0$; $J \neq 0$). A equação que descreve a então denominada métrica de Kerr-Newman pode ser assim apresentada [43],

$$\begin{aligned} ds^2 = &-\left(\frac{\Delta - a^2\,\mathrm{sen}^2\theta}{H}\right)dt^2 \\ &+ \frac{2a\,\mathrm{sen}^2\theta\left(r^2 + a^2 - \Delta\right)}{H}dtd\phi \\ &+ \frac{\left[(r^2+a^2)^2 - \Delta a^2\,\mathrm{sen}^2\theta\right]}{H}\,\mathrm{sen}^2\theta d\phi^2 \\ &+ \frac{H}{\Delta}dr^2 + Hd\theta^2. \end{aligned} \tag{17}$$

com,

$$A_a = \left[-\frac{Qr}{H}dt_a - a\,\mathrm{sen}^2\theta d\phi_a\right], \tag{18}$$

sendo

$$H = r^2 + a^2\cos^2\theta, \tag{19}$$

e

$$\Delta = r^2 + a^2 + Q^2 - 2Mr. \tag{20}$$

Nas expressões acima, Q é a carga elétrica; M a massa; J o momento angular; e $a = J/M$. Observa-se que ao se definir $Q = 0$ e $A_a = 0$, obtém-se a métrica de Kerr (14); distintamente, ao se delimitar $Q \neq 0$, encontra-se a solução de Reissner-Nordström (12); ao se caracterizar $J = 0$, a solução obtida é, precisamente, a de Schwarzschild (5).

As métricas de Reissner-Nordström, de Kerr e de Kerr-Newman representam soluções para as ECE capazes de descrever buracos negros e representaram genuínos avanços, ao longo do século XX, desenvolvidos a partir da solução originária elaborada por Schwarzschild. Nessa perspectiva, contribuíram para o trabalho de investigação teórica e empírica dirigido à detecção destes corpos celestes.

6 *Considerações Finais*

A breve exposição acerca das “origens matemáticas” dos buracos negros representa o núcleo temático do presente ensaio. De fato, após sucinta introdução ao problema, passou-se à exposição dos conceitos chave e dos aspectos formais da teoria da relatividade geral – enfocando as equações de campo de Einstein – e da métrica de Schwarzschild (desenvolvida para um corpo massivo, sem carga e sem momento angular). Alguns desdobramentos foram mencionados, ato contínuo – soluções de Reissner-Nordström, de Kerr e de Kerr-Newman – cujas implicações históricas e conceituais poderão ser analisadas em trabalhos posteriores.

A descrição dos resultados originais obtidos por Schwarzschild permite que se conjecture, com certa segurança, sobre a potência preditiva da matemática, a qual tem se mostrado bastante útil para a descrição dos mais díspares fenômenos da natureza. Tal afirmativa poderá soar como lugar comum, mas, é sempre oportuno reavivá-la na memória, especialmente ao se reconhecer que a investigação dos buracos negros tem potencialidade para levar a um melhor entendimento (1) da realidade – tendo em vista as possibilidades de proposição de uma teoria quântica da gravitação (unificação da TRG e da mecânica quântica) – e (2) das próprias origens do universo, ao se considerar sua promissora relevância para o entendimento do *big bang*.

Sobre os autores

Rodrigo Siqueira-Batista (rsbatista@ufv.br) é diplomado em Medicina e em Filosofia pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ); diplomado em Matemática pela Universidade Estácio de Sá (UNESA); especialista e mestre em Doenças Infecciosas e Parasitárias pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ); mestre em Filosofia pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio); doutor em Ciências pela Fundação Oswaldo Cruz (FIOCRUZ). Realizou estágios de pós-doutoramento no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF) e na UFRJ. Atualmente, é professor associado da Universidade Feral de Viçosa (UFV); professor titular da Faculdade Dinâmica do Vale do Piranga (FADIP); docente permanente do Programa de Pós-graduação em Bioética, Ética Aplicada e Saúde Coletiva da UFRJ; docente permanente do Programa de Pós-graduação em Filosofia da Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ); Coordenador do BraiNNIAC (http://www.brainniac.ufv.br/); Bolsista de Produtividade em Pesquisa do CNPq. Tem experiência/interesse nas áreas de história e filosofia das ciências, teoria quântica, cosmologia, astrofísica e astrobiologia.

José Abdalla Helayël-Neto (helayel@cbpf.br) é diplomado (BSc) e mestre (MSc) em Física pela PUC-Rio; Magister Philosophiae (MPh) e Doctor Philosophiae (PhD) em Física pela Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati (SISSA), instituição onde realizou seus estudos formativos junto ao grupo do Prof. Abdus Salam, e sob a orientação do Prof. J. J. Strathdee. Complementou a sua qualificação através de estágios de pós-doutoramento no Abdus Salam International Centre for Theoretical Physics (ICTP), na SISSA, na Università degli Studi di Trieste e no CBPF. Atualmente, é pesquisador titular do CBPF, alocado na Coordenação de Astrofísica, Cosmologia e Interações Fundamentais; membro efetivo e coordenador científico do Grupo de Física Teórica José Leite Lopes (GFT-JLL), colaborando, como voluntário, na Coordenação Científica da Aprendanet, Petrópolis/RJ. Tem experiência/interesse na área de física, com ênfase em teoria geral de partículas elementares e campos, concentrando-se principalmente nos tópicos: teorias de Yang-Mills, física das interações fundamentais, supersimetria-supergravidade e extensões não-maxwellianas do eletromagnetismo.

Referências

[1] J. A. Wheeler, *Our universe: The known and the unknown*, American Scientist **56**(1), 34A (1968).

[2] J. Michell, *VII. On the means of discovering the distance, magnitude, &c. of the fixed stars, in consequence of the diminution of the velocity of their light, in case such a diminution should be found to take place in any of them, and such other data should be procured from observations, as would be farther necessary for that purpose. By the Rev. John Michell, B.D. F.R.S. In a letter to Henry Cavendish, Esq. F.R.S. and A.S*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London **74**, 35 (1784).

[3] P. S. Laplace, *Exposition du systeme du monde* (De l'Imprimerie du Cercle-Social, Paris, 1796).

[4] A. Einstein, *Relativity: The Special and the General Theory* (Ancient Wisdom Publications, London, 2010).

[5] S. Chandrasekhar, *The maximum mass of ideal white dwarfs*, Astrophysical Journal **74**, 81 (1931).

[6] S. Chandrasekhar, *The highly collapsed configurations of a stellar mass (Second paper)*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **95**, 207 (1935).

[7] B. T. Dullo, A. Gil de Paz e J. H. Knapen, *Ultramassive black holes in the most massive*

galaxies: $m_{\rm bh}-\sigma$ versus $m_{\rm bh}-r_{\rm b}$, Astrophys. J. **908**(2), 134 (2021). ArXiv:2012.04471.

[8] W. Ishibashi e A. C. Fabian, *Ultramassive black hole feedback in compact galaxies*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **472**(3), 2768 (2017). ArXiv:1709.01551.

[9] A. King, *How big can a black hole grow?*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters **456**(1), L109 (2015).

[10] O. T. Matsuura, *A primeira imagem de um buraco negro*, Cadernos de Astronomia **1**(1), 52 (2020).

[11] A. Celotti, J. C. Miller e D. W. Sciama, *Astrophysical evidence for the existence of black holes: Topical review*, Class. Quant. Grav. **16**, A3 (1999). ArXiv:astro-ph/9912186.

[12] S. Chandrasekhar, *On stars, their evolution and their stability (nobel lecture)*, Angewandte Chemie International Edition in English **23**(9), 679 (1984).

[13] B. J. Carr e S. W. Hawking, *Black holes in the early universe*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **168**(2), 399 (1974).

[14] J. García-Bellido, *Primordial black holes and the origin of the matter-antimatter asymmetry*, Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A **377**(2161), 20190091 (2019).

[15] B. J. Carr e S. B. Giddings, *Quantum black holes*, SA Especial Editions **17**(1s), 20 (2012).

[16] J. R. Muñoz de Nova, K. Golubkov et al., *Observation of thermal hawking radiation and its temperature in an analogue black hole*, Nature **569**(7758), 688 (2019). ArXiv:1809.00913.

[17] S. W. Hawking, R. Penrose e H. Bondi, *The singularities of gravitational collapse and cosmology*, Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences **314**(1519), 529 (1970).

[18] R. Penrose, *Gravitational collapse: The role of general relativity*, Riv. Nuovo Cim. **1**, 252 (1969).

[19] B. P. Abbott et al., *Observation of gravitational waves from a binary black hole merger*, Phys. Rev. Lett. **116**(6), 061102 (2016). ArXiv:1602.03837.

[20] K. Akiyama et al., *First M87 Event Horizon Telescope results. I. The shadow of the supermassive black hole*, Astrophys. J. Lett. **875**, L1 (2019). ArXiv:1906.11238.

[21] H. I. Baltazar, *Métricas críticas do funcional volume e não-existência de múltiplos buracos negros em espaço-tempo estático*, Tese de Doutorado, Departamento de Matemática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza (2017).

[22] R. R. D. V. de Oliveira, *Caos homoclinico no sistema buraco negro + halo em relatividade geral*, Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada, Campinas (2001).

[23] C. R. Santos, *Buracos negros e a conjectura da censura cósmica*, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Goiás, Jataí (2019).

[24] C. M. G. G. Franchi, R. G. Reis e M. F. Borges Neto, *Breve história dos buracos negros*, Revista UNILAGO **11**(41), 41 (2012).

[25] R. V. Wagoner, *Relativistic and newtonian diskoseismology*, New Astronomy Reviews **51**(10), 828 (2008), jean-Pierre Lasota, X-ray Binaries, Accretion Disks and Compact Stars.

[26] *Seção Temática: A gravitação*, Cadernos de Astronomia **5**(1), 5 (2020). Disponível em https://periodicos.ufes.br/astronomia/issue/view/1212, acesso em jul. 2021.

[27] A. J. Kox, M. J. Klein e R. Schulmann (eds.), *The Collected Papers of Albert Einstein* (Princeton University Press, 1997).

[28] A. Einstein, *A Teoria da Relatividade Especial e Geral* (Contraponto, Rio de Janeiro, 1999).

[29] C. H. Coimbra-Araújo, *Carter-Penrose diagrams in general relativity: black holes and other explicit examples*, Rev. Bras. Ens. Fis. **38**(3), e3305 (2016).

[30] K. Schwarzschild, *Über das gravitationsfeld eines massenpunktes nach der Einsteinschen theorie*, Sitzungsberichte der Königlich Preuszischen Akademie der Wissenschaften (Berlin 189–196 (1916).

[31] D. Soares, *From Schwarzschild to Newton*, Rev. Bras. Ens. Fís. **42**, e20190262 (2020).

[32] S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity* (Wiley, New York, NY, 1972).

[33] C. R. Almeida, *A pré-história dos buracos negros*, Rev. Bras. Ens. Fis. **42**(e202001) (2020).

[34] R. Stannard, *Relatividade* (L&PM, Porto Alegre, 2013).

[35] C. R. Almeida, *Buracos negros: mais de 100 anos de história*, Cadernos de Astronomia **2**(1), 93 (2021).

[36] D. Finkelstein, *Past-future asymmetry of the gravitational field of a point particle*, Phys. Rev. **110**, 965 (1958).

[37] M. D. Kruskal, *Maximal extension of schwarzschild metric*, Phys. Rev. **119**, 1743 (1960).

[38] G. Szekeres, *On the singularities of a Riemannian manifold*, Publicationes Mathematicae Debrecen 7 **7**, 285 (1960).

[39] J. P. B. Brito, R. P. Bernar et al., *Movimento de partículas-teste no espaço-tempo de Reissner-Nordström*, Rev. Bras. Ens. Fis. **42**, e20200015 (2020).

[40] H. Reissner, *Über die eigengravitation des elektrischen feldes nach der Einsteinschen theorie*, Annalen der Physik **355**(9), 106 (1916).

[41] G. Nordström, *On the energy of the gravitation field in einstein's theory*, Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen Proceedings Series B Physical Sciences **20**, 1238 (1918).

[42] R. P. Kerr, *Gravitational field of a spinning mass as an example of algebraically special metrics*, Phys. Rev. Lett. **11**, 237 (1963).

[43] E. Gausmann, *Termodinâmica de buracos negros*, Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista, Instituto de Física Teórica, São Paulo (1996).

[44] E. T. Newman e A. I. Janis, *Note on the kerr spinning-particle metric*, Journal of Mathematical Physics **6**(6), 915 (1965).

[45] E. T. Newman, E. Couch et al., *Metric of a rotating, charged mass*, Journal of Mathematical Physics **6**(6), 918 (1965).