

# Uma proposta de atividade didática sobre a medição do raio da Terra baseada no método empregado por Eratóstenes

Thiago Costa Caetano<sup>1</sup> e Camila Cardoso Moreira<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Itajubá

<sup>2</sup>Bhadram Tutoria e Consultoria Educacional

---

## Resumo

Neste trabalho descrevemos uma das atividades da disciplina “AST929 – Conceitos de Astronomia” do curso de Licenciatura em Física da Universidade Federal de Itajubá. Essa disciplina foi criada em 2007 e integrada à matriz curricular com base nos inúmeros trabalhos que apontam as contribuições que a astronomia pode oferecer para o ensino de ciências. A atividade consiste na medida do raio da Terra com base no método que foi empregado por Eratóstenes (276 a.C. - 195 a.C.). Apresentamos em detalhes a construção do roteiro, para que o docente possa realizar a atividade sempre que desejar, aplicando as adaptações necessárias ao material. Trazemos também alguns relatos para ilustrar os procedimentos e os resultados que foram obtidos. Os valores determinados pelos estudantes apresentaram desvio inferior a 6% com relação ao valor teórico (em módulo) e a média dos valores apresentou um desvio de apenas -0,3%. A qualidade dos resultados e também o fato de que os estudantes não manifestaram dificuldades durante a realização da atividade indicam que se trata de um material didático com grande potencial pedagógico. Considerando ainda o fato de que a abordagem da disciplina AST929 é majoritariamente conceitual, por ser oferecida no primeiro ano, é razoável supor que a atividade seria adequada também para os anos finais da Educação Básica, em que os conceitos de astronomia podem ser explorados de maneira multidisciplinar.

## Abstract

In this paper, we describe one of the practical activities of “AST929 - Concepts of Astronomy” of the Physics undergraduate course at the Federal University of Itajubá. The subject was created in 2007 and integrated into the curriculum taking into account several works available in the literature which indicate the vast contributions Astronomy can offer to Science teaching. The activity refers to the measurement of the Earth’s radius according to the method employed by Eratosthenes (276 b.C. - 195 b.C.) in ancient Greece. We describe how to build the script for the activity, so teachers can use it whenever wished as long as they perform the appropriate adjustments to the material. In this paper, we also bring some narratives about the activity within the context of the subject AST929 hoping that this might better illustrate the procedures and the results obtained. The values determined by the students are within less than 6% of deviation related to the theoretical value (absolute value) and the average showed only -0.3% of deviation. The quality of the results and also the fact that the students have manifested no difficulties during the activity indicate that this is material with great pedagogical potential. Also considering the fact that the approach of the AST929 course is mostly conceptual, as it is a subject from the first year, it is reasonable to assume that the activity would also be suitable for the final years of Basic Education, in which the concepts of Astronomy can be explored in a multidisciplinary way.

---

**Palavras-chave:** raio da Terra, Eratóstenes, atividades práticas

**Keywords:** Earth’s radius, Eratosthenes, practical activities

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v3n1.36681](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v3n1.36681)

## 1 Introdução

A astronomia é apontada frequentemente como a mais antiga de todas as ciências [1–4]. A necessidade de observar o céu e compreender o comportamento dos astros surge naturalmente na antiguidade como uma forma de garantir a sobre-

vivência dos povos. Ao compreenderem os fenômenos astronômicos, as civilizações antigas foram capazes de prever a época do plantio, as secas, as cheias do Nilo no Egito. Constate-se ainda que a astronomia teve um papel primordial naquilo que diz respeito à cultura dos povos nessa época, tanto no oriente quanto no ocidente, principal-

mente no que concerne à religião. Os fenômenos astronômicos e sua periodicidade constituíram a base para a marcação do tempo, para a criação dos calendários e determinação das principais festividades religiosas. Os astros receberam nomes próprios em cada cultura, não raramente associados às divindades de cada povo [5–7].

De tempos remotos à renascença, uma rica herança nos foi deixada. Ainda hoje utilizamos o sistema sexagesimal para a medida dos ângulos e para a marcação das horas – não que ambos os conceitos sejam completamente independentes. O calendário Gregoriano, o nosso calendário, é o resultado de um longo processo de observações e aferições. As principais festividades religiosas continuam a ser definidas a partir de eventos astronômicos como o equinócio de outono (no hemisfério sul, equinócio de primavera no hemisfério norte, aproximadamente em 21 de março). Na cartografia temos as linhas imaginárias, trópicos, círculos, os quais são definidos a partir do estudo do movimento do nosso planeta em sua órbita. E, na era da astronomia moderna, tem-se uma revolução: o sistema de mundo passa a ser heliocêntrico e, a partir dos esforços para compreender a mecânica dos astros, surge o cálculo diferencial e integral e as leis fundamentais da dinâmica. Para muitos, esse momento marca o nascimento da própria física [3, 4, 8, 9].

Dessa forma, ensino da astronomia pode oferecer contribuições extremamente significativas para o ensino de ciências, ao passo que possibilita aos estudantes o contato com aspectos epistemológicos da área, a familiarização com questões pertencentes ao domínio da natureza da ciência e com os seus métodos, com a sua história. O estudo da astronomia permite conhecermos e compreendermos a evolução dos conceitos em certas áreas, notavelmente na área de mecânica, em física. Todas essas contribuições e muitas outras já estão bem estabelecidas e existe um amplo referencial teórico em que esse assunto é adequadamente discutido [10–15]. De um modo particular, nos trabalhos [16–18] há uma revisão da pesquisa relativa à educação em astronomia e os trabalhos mostram que a produção na área tem crescido de forma acelerada nas últimas décadas, tendo ocorrido, inclusive, o surgimento de periódicos específicos no início do novo milênio.

Considerando a importância do tema, foi criada a disciplina “AST929 – Conceitos de Astrono-

mia” e a mesma foi integrada à matriz curricular do curso de Licenciatura em Física da Universidade Federal de Itajubá (Unifei). A disciplina foi oferecida pela primeira vez no ano de 2007 e está localizada no primeiro semestre do curso, o que significa que os estudantes apenas recentemente concluíram o Ensino Médio (via de regra). Porque esses estudantes tiveram pouco contato com as ferramentas matemáticas do ensino superior, a proposta da disciplina é que ela seja sobretudo conceitual e que abranja o máximo possível do conteúdo de diversas áreas em astronomia. A ideia é fornecer um panorama da área para os estudantes e despertar assim o seu interesse pelo tema e também pelo curso. Isso vai ao encontro de um outro objetivo da disciplina, qual seja, combater o índice de evasão durante o primeiro ano do curso. Nesse contexto, atividades didáticas focadas nos conceitos, com caráter mais prático e metodologias inovadoras são exemplos de alguns dos elementos que têm espaço privilegiado dentro da AST929.

Algumas atividades práticas são propostas durante a disciplina e nesse trabalho descrevemos uma delas, que se refere à medida do raio da Terra segundo o método que foi empregado por Eratóstenes na antiguidade. Trazemos também alguns relatos a partir da realização dessa atividade, onde é possível constatar que foram obtidos bons resultados. Além disso, descrevemos com detalhes como é feita a construção do roteiro para a atividade, para que os professores tenham autonomia e possam realizá-la sempre que desejarem, com os devidos ajustes ao material.

A estrutura do trabalho está organizada da seguinte maneira: primeiramente fazemos uma descrição da atividade em linhas gerais, trazendo alguns aspectos históricos relevantes e apresentando também os objetivos de aprendizagem. Na seção seguinte são apresentados alguns conceitos básicos de astronomia que serão empregados repetidas vezes durante a explicação sobre a construção do roteiro. Na sequência, a próxima seção descreve em detalhes a construção do roteiro e é dado um exemplo, o qual pode ser encontrado em anexo a este trabalho. Para ilustrar os procedimentos e os resultados, como uma forma de demonstrar a validade do que está sendo proposto, inserimos uma seção com alguns relatos baseados na aplicação da atividade feita durante a disciplina AST929. Finalizamos o trabalho com algu-

mas considerações finais e a discussão de algumas possibilidades.

## 2 A atividade em linhas gerais

A atividade consiste na determinação do raio da Terra conforme o método utilizado por Eratóstenes (276 a.C – 194 a.C.), matemático, gramático, poeta, geógrafo, bibliotecário e astrônomo da Grécia Antiga.

Enquanto ocupava o cargo de diretor da biblioteca de Alexandria, Eratóstenes teria tomado conhecimento de que durante o solstício de verão, na cidade de Siena (atual Assuão, Egito), o Sol passava muito próximo do zênite ao meio-dia, de forma que podia ser visto a partir do fundo de um poço naquela cidade. Em Alexandria, entretanto, na mesma data e hora, isso não era possível, pois o Sol não se encontrava no zênite. Refletindo acerca disso, Eratóstenes teria então percebido que se fosse possível medir essa inclinação e se a distância entre as duas cidades fosse conhecida, seria possível determinar a circunferência da Terra.

Conforme mostra a Figura 1, na ocasião do solstício de verão que acabamos de descrever, os raios solares incidem perpendicularmente na cidade de Siena. Portanto, um gnômon – uma haste vertical de tamanho conhecido, cuja sombra projetada é utilizada para indicar a passagem do tempo – nessa cidade exibiria nenhuma sombra. Já no caso da cidade de Alexandria, os raios solares incidentes e o gnômon formam um ângulo  $\alpha$ . A seguinte relação é verdadeira:

$$\frac{S}{C} = \frac{\alpha}{2\pi} \quad (1)$$

em que  $\alpha$  está em radianos,  $S$  é a distância entre as duas cidades, medida sobre a superfície da Terra, e  $C$  é a circunferência da Terra. A Equação 1 é equivalente à relação,

$$R_{\odot} = \frac{S}{\alpha}. \quad (2)$$

Portanto, para que seja possível elaborar o roteiro da atividade serão necessárias duas coisas: a) identificar uma cidade a partir da qual o Sol poderá ser visto no zênite na data em que a atividade deve ser realizada e b) determinar a distância entre essa cidade e a cidade onde a atividade será realizada – medida da sombra do gnômon.

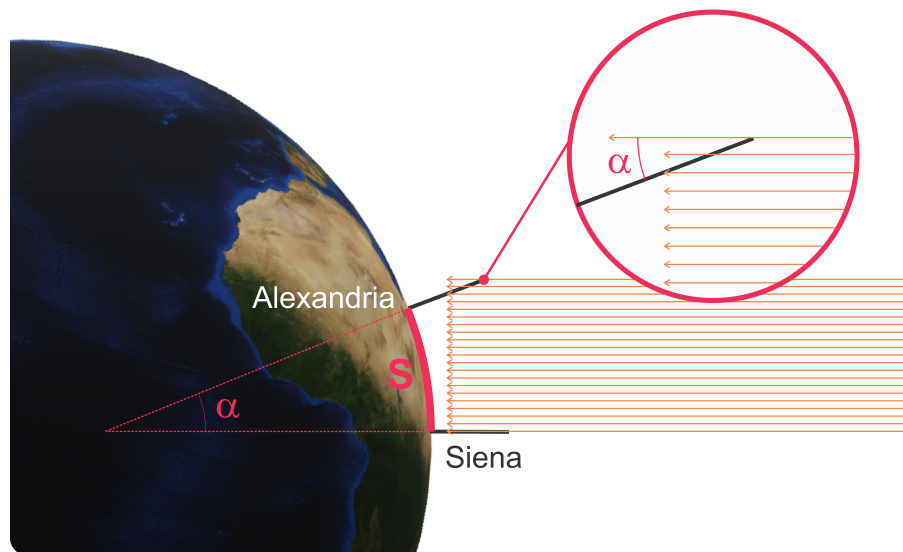
Esses dados são fornecidos aos estudantes. Na data prevista para a realização da atividade, os estudantes devem construir um gnômon e realizar a medida do comprimento da sombra projetada no solo no momento exato indicado no roteiro, o qual corresponde ao instante da passagem do Sol pelo zênite – ou muito próximo a ele – na cidade que foi escolhida. Ao final da atividade é esperado que os estudantes sejam capazes de:

- construir um gnômon;
- realizar medidas simples de comprimento;
- determinar o ângulo implícito entre o gnômon e os raios solares incidentes;
- determinar o ângulo de elevação do Sol;
- descrever o método empregado por Eratóstenes para a determinação do raio da Terra;
- deduzir as equações 1 e 2;
- explicar porque a medida da sombra do gnômon não foi feita em um horário mais próximo do meio-dia;
- determinar o raio da Terra através da Equação 2.

Dependendo das circunstâncias em que a atividade é realizada, podemos ter ainda os seguintes objetivos de aprendizagem adicionais:

- buscar por localidades com a ferramenta Google Maps, seja através do nome ou das coordenadas geográficas;
- determinar a distância entre dois pontos sobre a superfície da Terra com essa ferramenta.

Um bom exemplo de um cenário em que esses últimos objetivos se tornam parte da atividade é aquele que estamos vivenciando no momento, em que as medidas restritivas de combate à pandemia inviabilizaram a prática de atividades na modalidade presencial. Por consequência desse cenário os estudantes encontram-se dispersos geograficamente, em suas residências, razão essa pela qual é necessário que cada um determine a distância do local onde se encontra até a cidade onde pode ser observada a passagem pelo zênite.



**Figura 1:** Representação do método utilizado por Eratóstenes. Os raios solares incidem perpendicularmente ao plano horizontal com relação a cidade de Siena, onde o gnômon é paralelo aos raios. Na cidade de Alexandria, os raios formam um ângulo  $\alpha$  com relação ao gnômon.

### 3 Alguns conceitos básicos de astronomia

Apresentamos aqui alguns conceitos básicos que são úteis para compreender o significado dos termos empregados nas seções posteriores, especialmente quando descrevemos a elaboração do roteiro da atividade.

Primeiramente, vejamos como é definido o sistema local de coordenadas, ou sistema horizontal. Esse sistema consiste em duas coordenadas denominadas azimute e elevação, ou altitude. O azimute é definido como a abertura angular medida no sentido horário sobre o plano do observador, a partir do Norte – ângulo  $z$  na Figura 2b. Isto é, a origem dessa coordenada está localizada no Norte e o seu valor aumenta no sentido de norte para leste. A elevação, ou altitude, corresponde ao ângulo implícito entre o plano do observador e o segmento de reta imaginário que vai do observador até o astro – ângulo  $h$  da figura.

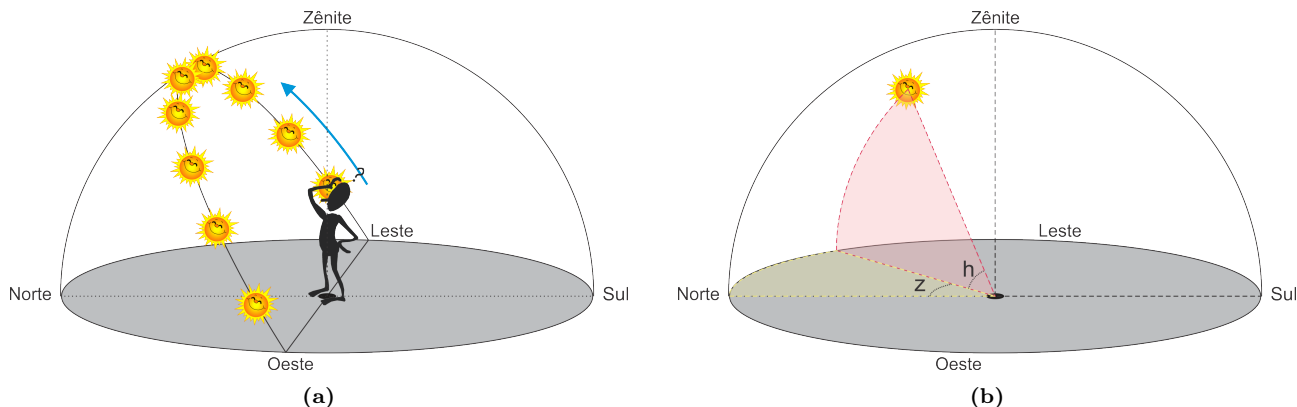
O zênite é o ponto mais alto da esfera celeste. Pode ser definido como a interseção da esfera com um segmento de reta perpendicular ao plano horizontal e que passa pelo observador. O meridiano local é um círculo imaginário que contém o zênite e passa pelos pontos norte e sul, conforme é mostrado na Figura 2a. Portanto, o meridiano local divide o céu em duas partes, leste e oeste. Todos os dias, o Sol, aproximadamente, nasce no leste e se põe no oeste. Em algum momento entre o nascer e o ocaso ele realiza a passagem pelo meridiano local. Nos referimos a esse momento como

passagem meridiana ou trânsito.

É importante enfatizar que a posição exata em que o Sol nasce no horizonte varia no decorrer do ano em consequência do movimento de translação da Terra e da inclinação do seu eixo de rotação. Ora ocorre um pouco mais ao sul, ora um pouco mais ao norte com relação ao leste. Esse efeito pode ser estudado com o auxílio de simuladores, como aquele que utilizamos neste trabalho. Também chamamos a atenção para o fato de que a passagem meridiana do Sol não ocorre sempre exatamente ao meio-dia. Trata-se apenas de um comportamento médio medido ao longo de um ano. Essa variação deve-se à excentricidade – pequena – da nossa órbita, que faz com que a velocidade de translação da Terra varie ao longo do ano.

### 4 Preparando o roteiro da atividade

O primeiro passo para a elaboração do roteiro é determinar a *elevação* do Sol ao passar pelo *meridiano local* na cidade e na data em que a atividade será realizada. Utilizamos um programa que simula um planetário, através do qual é possível obter a configuração do céu para qualquer instante, em qualquer posição que o observador estiver no globo terrestre. Existem inúmeras opções e o leitor poderá usar aquela com a qual estiver mais familiarizado. Neste trabalho utilizamos a primeira versão do programa *WinStars*.



**Figura 2:** Representação do plano do horizonte com os principais pontos cardeais. a) Mostra o observador e a trajetória aparente do Sol na Esfera Celeste, além dos pontos cardeais norte e sul. b) Mostra como são medidos os ângulos que correspondem às coordenadas horizontais. O azimute é representado pela letra  $z$  e a altitude ou elevação do astro é representada pela letra  $h$ .

A razão pela qual optamos pela primeira versão, em particular, refere-se ao fato de que é uma versão pequena e leve, ou seja, exige poucos recursos do computador. Além disso, pode ser executada sem a necessidade de instalação e possui uma interface simples. Embora não possua todos os recursos disponíveis nas versões mais recentes, é mais que suficiente para execução da nossa proposta. Todos os recursos que serão mencionados no texto também estão disponíveis em todas as demais versões do programa e muito provavelmente em outros simuladores dessa categoria.

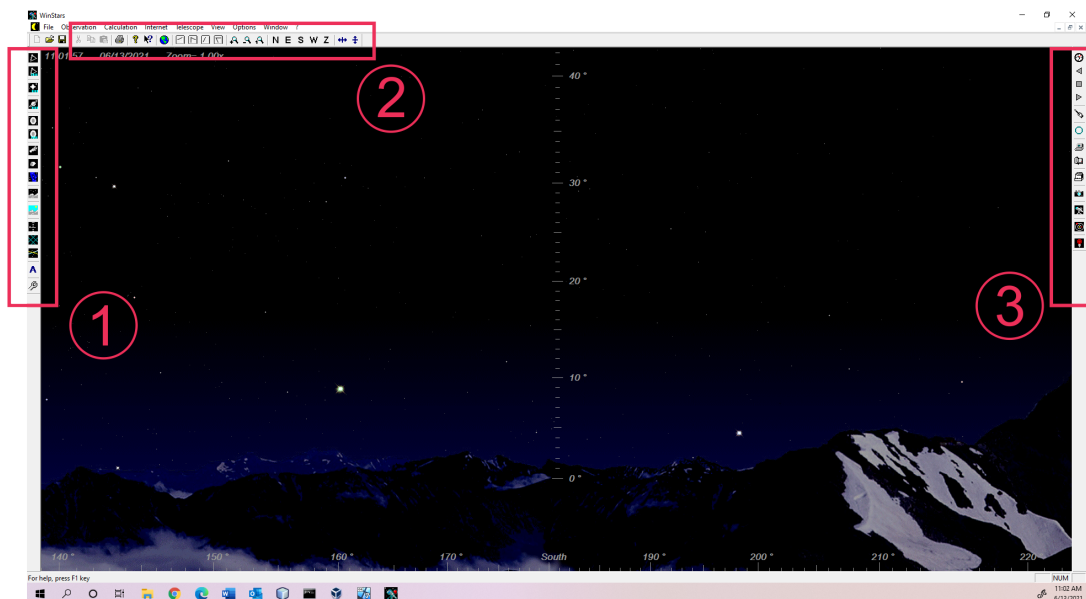
A interface do programa é mostrada na Figura 3. No menu lateral esquerdo encontram-se basicamente os comandos que exibem ou ocultam elementos da apresentação, como os nomes dos objetos astronômicos, as representações imaginárias e os limites das constelações, o equador celeste e a eclíptica e – o mais importante – permite que simulemos o céu desconsiderando o efeito provocado pela nossa atmosfera. Esse talvez seja um dos recursos mais interessantes deste tipo de simulador. Durante o dia não é possível observarmos as estrelas pois a luz do Sol é espalhada pela nossa atmosfera, com maior intensidade em comprimentos de ondas menores (região próxima do azul). Com o artifício de um simulador, entretanto, podemos remover a atmosfera do planeta e observar as constelações mesmo durante o dia.

O menu superior contém as funções relacionadas à localização e orientação do observador, além de algumas funções típicas de todo programa, como imprimir, copiar e colar, abrir e salvar. Utilizaremos as funções desse menu para informar a nossa posição no globo, o nosso fuso horário e a

altitude. Por último, no menu lateral direito estão as funções relacionadas à animação do céu e também algumas funções voltadas para consulta ao banco de dados do programa e para a localização de objetos.

Retomemos o nosso primeiro passo: a determinação da elevação do Sol ao passar pelo meridiano local na cidade onde será feita a medida com o gnômon. Como consequência do movimento de translação da Terra, a elevação de um astro, medida sempre em um mesmo instante do dia, varia com o passar dos dias. A sua elevação também depende da posição em que o observador se encontra na superfície do globo terrestre. Portanto, antes de qualquer outra coisa, é necessário definirmos o dia em que a atividade será realizada e o local. À título de exemplo, considere deste ponto em diante que a atividade será realizada em 18 de junho de 2022, na cidade de Itajubá, Minas Gerais, Brasil.

No menu superior, selecione a opção *Date and place of the observation* (botão cujo ícone é um pequeno globo terrestre). Uma nova janela irá se abrir, onde poderá informar a data, fuso horário e o local – coordenadas geográficas – em que a atividade será realizada. A cidade de Itajubá está localizada 3 horas a oeste do meridiano de Greenwich, suas coordenadas geográficas são aproximadamente  $-22,4$  graus de latitude e  $-45,4$  graus de longitude e está a aproximadamente 800 metros acima do nível do mar. Caso as coordenadas geográficas do local não sejam conhecidas, poderão ser obtidas na internet. O horário não precisa ser informado com exatidão, já que iremos ajustá-lo em breve. Qualquer horário próximo ao meio-



**Figura 3:** Interface do programa WinStars 1.0. 1 – menu lateral esquerdo; 2 – menu superior e 3 – menu lateral direito.

dia é suficiente. Feitas as devidas configurações, pressione o botão *Apply*. Agora estamos quase prontos para medir a elevação do Sol no instante da passagem meridiana. Mas em que momento exatamente isso ocorre?

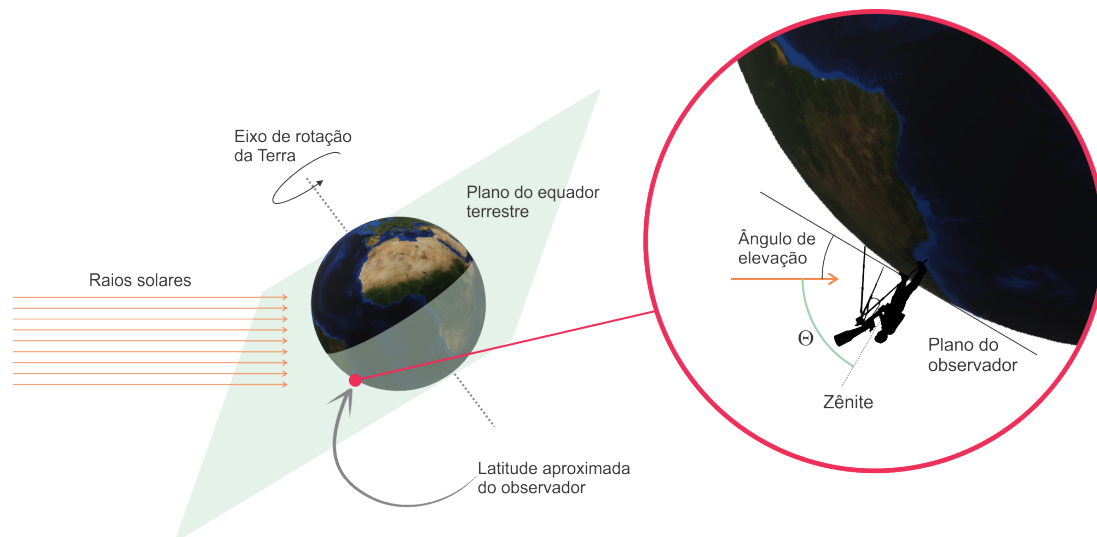
Para responder a essa pergunta, precisamos antes localizar o Sol em nosso simulador. No menu lateral direito, utilize a opção *Find object* (quinta opção de baixo para cima). Na janela que irá se abrir, no grupo *Solar System*, escolha o objeto *Sun* e pressione o botão *Find*. Uma outra janela irá se abrir com informações do objeto. A passagem pelo meridiano local, ou simplesmente passagem meridiana, é também chamada de trânsito e o instante em que isso ocorre pode ser encontrado entre as informações disponíveis nessa janela. Procure pela seção sob o título *Local information* e anote a hora que é informada em *Transit*. No nosso exemplo, o valor encontrado foi 12h04.

Vamos agora ajustar as nossas configurações. Outra vez, clique na opção *Date and place of the observation* no menu superior e altere a hora local (*Local time*) para o instante da passagem meridiana. Pressione *Apply*. Sabemos que o Sol se encontra agora exatamente sobre o meridiano local. Nos resta apenas obter o valor da sua elevação. A maneira mais direta e precisa de se fazer isso é através do menu lateral direito, utilizando a opção *Find object*. Da mesma forma que antes, selecione *Sun* no grupo *Solar system* e pressione *Find*. A janela que irá se abrir contém novas in-

formações sobre o objeto. Localize o termo *Altitude*, na seção *Local information*. Esse é precisamente o valor da elevação do Sol no instante da passagem meridiana. Para a data e o local em questão, esse valor é  $44^{\circ} 13' 8,3''$ , ou 44,2 graus decimais, aproximadamente.

A perspectiva mostrada na Figura 4 é útil para que possamos entender melhor os passos seguintes. Na figura, a posição da Terra com relação ao Sol é aquela que corresponde ao mês de junho, inverno no hemisfério sul. No detalhe estão representados o plano do observador, o zênite e uma seta que indica a direção do Sol. O ângulo formado entre a seta e o plano do observador corresponde a elevação do astro. Todos esses elementos foram representados considerando um observador localizado no hemisfério sul, aproximadamente no local onde está situada a cidade de Itajubá.

O segundo passo na construção do roteiro consiste em encontrar alguma cidade onde o Sol passará pelo zênite na data em que desejamos que a atividade seja realizada. Para isso, imagine que o observador da Figura 4 esteja sobre uma esfera sólida e estática e que ele comece a caminhar na direção norte, tomando cuidado para manter sua longitude constante. Ele não se desloca nem para oeste, nem para o leste. Apenas na direção norte. Ele então percebe que, à medida que caminha, o ângulo de elevação do Sol vai se tornando cada vez maior. Eventualmente ele alcançará o zênite (provavelmente após anos de caminhada). Quando isso finalmente acontecer, a latitude do



**Figura 4:** Representação da Terra em sua órbita durante o inverno no hemisfério sul. O observador da figura está situado aproximadamente na mesma latitude da cidade de Itajubá. À direita, o observador é mostrado em detalhes.

observador terá se alterado um ângulo equivalente ao ângulo  $\theta$ , conforme é mostrado na Figura 4. Um raciocínio análogo pode ser empregado para outras localizações do observador.

No nosso exemplo, o ângulo  $\theta$  equivale a 45,8 graus. Como a cidade de Itajubá está situada a  $-22,4$  graus de latitude, resulta que a cidade que buscamos possui latitude igual a  $+23,4$  graus, muito próxima ao Trópico de Câncer. Agora é só consultar um atlas para escolher uma cidade que satisfaça a essa condição. Há também inúmeros recursos digitais que podem ser úteis nesse sentido, como a plataforma *Map Maker*,<sup>1</sup> por exemplo.

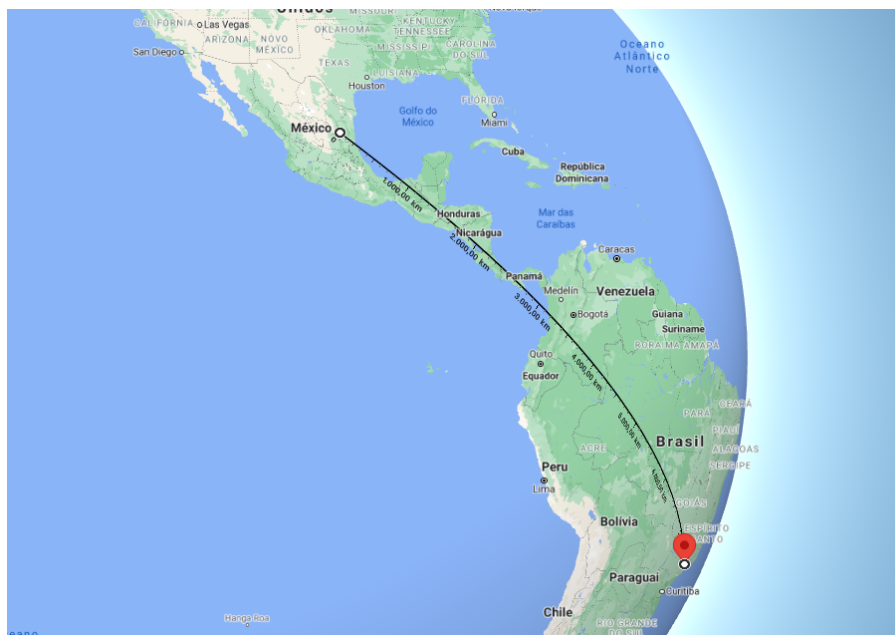
A cidade de Jaumave, no México, está localizada aproximadamente a  $+23,40$  graus de latitude, a  $-99,38$  graus de longitude e está 6 horas a oeste do meridiano de Greenwich. São três horas a menos que a cidade de Itajubá. Significa que, no instante em que o Sol alcançar o zênite na cidade de Jaumave, estaremos três horas à frente, de acordo com o horário de Brasília (GMT-3). Recorremos ao programa *WinStars* mais uma vez para determinar esse instante. No menu superior, selecione a opção *Date and place of the observation*. Então insira as coordenadas geográficas de Jaumave, a data em que a observação deve ser realizada (18 de junho de 2022, neste caso) e o fuso horário (GMT-6). O tempo local não precisa ser exato. Qualquer horário próximo ao meio-dia é o bastante. Pressione o botão *Apply*. No menu

lateral direito, selecione a opção *Find object*. Selecione *Sun* e pressione *Find*. Na janela que irá se abrir, anote o horário da passagem meridiana, que corresponde ao instante em que o Sol estará no zênite. No exemplo que temos considerado, o horário encontrado foi 12h39 do dia 18 de junho de 2022 (horário de Jaumave, México – GMT-6).

Para sabermos o instante em que a atividade deve ser realizada na cidade de Itajubá (GMT-3), precisamos levar em consideração a diferença entre os fusos horários. Itajubá está três horas à frente da cidade de Jaumave. Significa que a atividade deve ser realizada às 15h39 do dia 18 de junho de 2022. É neste exato instante que o observador deve medir o comprimento da sombra do gnômon e determinar o ângulo  $\alpha$  (Figura 1).

Sabemos, portanto, o instante em que a atividade deve ser realizada na cidade de Itajubá e identificamos uma cidade onde o Sol estará no zênite naquele instante. A próxima informação necessária para a construção do roteiro da atividade é a distância entre essas duas cidades. Essa informação pode ser obtida facilmente com a ferramenta Google Maps. Pesquise por uma das duas cidades, clique com o botão direito do mouse no local desejado e selecione a opção *Medir distância*. Pesquise agora pela outra cidade, clique com o botão direito do mouse no local desejado e selecione a opção *Distância até aqui*. No nosso exemplo, a distância entre Itajubá e Jaumave é de 7.743 km, aproximadamente. É importante notar que essa distância é dada sobre a superfície terrestre, como mostra a Figura 5.

<sup>1</sup><https://mapmaker.nationalgeographic.org>



**Figura 5:** Distância entre Itajubá (Brasil) e Jaumave (México), medida sobre a superfície da Terra. Fonte: Google Maps<sup>©</sup>.

Enfim, temos todas as informações necessárias para a construção do roteiro da atividade. Um exemplo está disponível no Apêndice A. Conforme os objetivos de aprendizagem, é pedido aos estudantes que descrevam o método que empregaram para a determinação do raio da Terra, apresentando e discutindo as relações matemáticas relevantes para os cálculos. Também é pedido que incluam fotografias mostrando o instante exato em que as medidas foram feitas.

### 5 Alguns relatos da disciplina “Conceitos de Astronomia”

A atividade tem sido realizada nos últimos anos durante a disciplina “Conceitos de Astronomia – AST929”, oferecida no primeiro semestre do curso de Licenciatura em Física da Universidade Federal de Itajubá. No ano de 2021, em particular, as medidas foram feitas no dia 6 de junho, às 14h17 (GMT-3). Neste instante, o Sol encontrava-se aproximadamente no zênite para um observador localizado na cidade de Remedios, Cuba. O roteiro da atividade foi construído segundo os procedimentos que foram apresentados anteriormente.

A Figura 6 mostra as fotografias de dois gnômons que foram construídos pelos estudantes da disciplina para a realização das medidas do comprimento da sombra projetada no solo e do ân-

gulo de elevação do Sol no instante mencionado anteriormente. De modo particular, o item 6b expressa bem a simplicidade com que esta atividade pode ser realizada. O estudante, autor da imagem, engenhosamente improvisou um gnômon com uma caneta e uma borracha para servir de base e manter o objeto na posição vertical. Os resultados do seu trabalho foram bons, apesar da precariedade do gnômon utilizado por ele. O valor determinado para o raio da Terra foi de aproximadamente 6.039 km, um desvio da ordem de -5% relativamente ao valor de referência (6.371 km).

A atividade permite que os estudantes realizem as medidas em suas próprias casas, o que é considerado um aspecto positivo. De fato, é possível perceber através da Figura 6 que os gnômons foram montados em locais variados. Isso possibilita que a atividade seja realizada mesmo durante os finais de semana e em horários extraclasses sem quaisquer dificuldades. Esse aspecto foi especialmente conveniente no ano de 2021, em que as aulas da disciplina tiveram que ser oferecidas na modalidade online em consequência das medidas restritivas de combate à pandemia. Muitos dos estudantes sequer encontravam-se na mesma cidade onde a universidade está situada. Por conta disso, além do roteiro utilizado tradicionalmente, também foi necessário fornecer aos estudantes instruções sobre como calcular a dis-



tância entre a cidade onde estavam e a cidade-alvo, ou seja, a cidade na qual um observador veria o Sol aproximadamente no zênite na data e hora indicadas no roteiro.

As instruções foram oferecidas na forma de um vídeo-tutorial e consistiram basicamente na última etapa da construção do roteiro, a qual foi apresentada anteriormente. Os estudantes utilizaram a ferramenta Google Maps para obter o valor da distância medida sobre a superfície da Terra. Felizmente, todos eles encontravam-se no mesmo fuso horário (GMT-3), do contrário também teria sido necessário realizar ajustes quanto ao instante das medições. Essa situação é improvável, todavia, considerando a localização da universidade e que a maior parte do território brasileiro se encontra no horário oficial de Brasília.

A Tabela 1 contém os resultados obtidos por 8 estudantes da disciplina, aqueles que realizaram a atividade e a entrega do relatório. O valor de referência adotado para o raio da Terra foi de 6.371 km. Sabe-se que nosso planeta não é perfeitamente esférico e que esse valor apresenta pequenas variações. Contudo, esse é um valor médio e as variações são irrelevantes para a realização da atividade proposta, tendo em consideração que: i) se trata de uma atividade didática focada muito mais no método e nos aspectos conceituais e epistemológicos do que na precisão instrumental e nos valores absolutos; ii) os erros associados aos procedimentos adotados pelos estudantes, aos instrumentos que foram utilizados e ao próprio método são consideravelmente maiores que a amplitude das variações que foram citadas.

**Tabela 1:** Resultados das medidas feitas por 8 estudantes da disciplina “AST929 – Conceitos de Astronomia” no dia 6 de junho de 2021.

	Raio (km)	Desvio relativo (%)
E1	6.039	-5,2
E2	6.437	1,0
E3	6.383	0,2
E4	6.354	-0,3
E5	6.255	-1,8
E6	6.413	0,7
E7	6.164	-3,2
E8	6.769	6,2

Apesar de todas as limitações, a tabela mostra que os estudantes foram capazes de obter bons resultados, com três deles (E3, E4 e E6) obtendo

valores com desvio inferior a 1%, relativamente ao valor de referência. Todavia, mais importante do que os valores obtidos é o fato de que os resultados indicam que os estudantes realizaram a coleta de dados corretamente e seguiram precisamente os passos da atividade.

## 6 Considerações finais

Neste trabalho buscamos apresentar os detalhes da construção do roteiro para uma atividade prática em astronomia. A abordagem utilizada é essencialmente conceitual e visa também familiarizar os estudantes com aspectos epistemológicos da astronomia antiga, em particular com o método que foi empregado por Eratóstenes de Cirene para a determinação da circunferência da Terra.

Algumas tecnologias digitais são fundamentais para a construção do roteiro, entre elas um simulador do céu e a ferramenta *Google Maps*. Embora essas ferramentas sejam normalmente empregadas exclusivamente pelo professor durante a fase de construção do roteiro, existe a possibilidade de que elas sejam utilizadas também com os estudantes dependendo das circunstâncias em que a atividade é realizada ou das escolhas feitas pelo docente. No texto foi mencionado o cenário atual, por exemplo, em que as medidas de distanciamento social tornaram inviáveis a prática de trabalhos coletivos na modalidade presencial. Nesse cenário os estudantes encontram-se dispersos geograficamente e, portanto, devem recorrer às plataformas mencionadas para o cálculo da distância entre a sua localização e a cidade onde o Sol poderá ser observado no zênite. Mas é claro que isso não precisa ser sempre determinado por fatores extrínsecos. Essa abordagem pode ser uma opção do docente, para que os estudantes desenvolvam também alguma familiaridade com esses recursos digitais. Para tanto, basta omitir a informação da distância no roteiro e deixar a cargo dos estudantes que obtenham essa informação.

A preparação do roteiro segundo os procedimentos que foram apresentados aqui é uma boa forma de introduzir o recurso do simulador do céu. Uma vez que tenha domínio dessa ferramenta, o docente poderá utilizá-la com os estudantes em outros contextos. Mesmo na atividade proposta a ferramenta pode ser empregada para estender e aprofundar as discussões em torno do



(a)



(b)

**Figura 6:** Dois gnômons construídos pelos estudantes para realização das medidas do comprimento da sombra projetada no solo em 6 de junho de 2021.

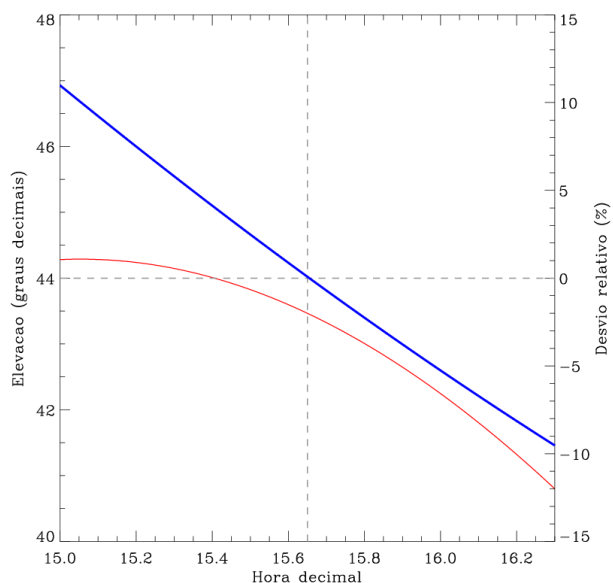
tema. Com respeito a esse aspecto, a proposta apresentada aqui e o roteiro dado como exemplo devem ser vistos também como um ponto de partida para a construção de atividades, sequências didáticas, abordagens mais elaboradas. À título de exemplo, depois da atividade concluída, os professores poderão trazer para sala de aula – ou para a sala virtual – os resultados obtidos por todos e checar esses valores com auxílio do simulador. Na ocasião poderão ainda demonstrar para os estudantes como observadores em diferentes locais do globo veem o Sol em um mesmo instante, de que forma a elevação do Sol se altera em função da latitude e como a longitude influencia no instante na passagem meridiana. Na verdade, existe a possibilidade de que o próprio conceito de fuso horário ganhe um novo significado para os estudantes nesse processo.

Uma possibilidade que deve ser considerada ao planejar a atividade é a de que não seja possível realizar as medidas na data desejada devido às condições meteorológicas. Apesar dessas condições serem em média bastante favoráveis durante o mês de junho na região sudeste do nosso país, com tempos secos e pouca probabilidade de chuva, ainda existe uma chance de ocorrência de

nuvens e, portanto, a sombra do gnômon pode não ser perceptível no instante em que a medida deve ser feita. Ou pode ser que ela esteja demasiadamente esmaecida, ao ponto de que o erro associado à medida se torne significativo. Por essa razão, é recomendável sempre fornecer aos estudantes uma segunda chance, pelo menos. Deve-se preparar sempre mais de um roteiro considerando datas diferentes e os prazos de entrega devem ser flexíveis.

No caso da disciplina AST929, alguns estudantes relataram que não foi possível realizar a medida no exato instante indicado no roteiro, mas que a fizeram alguns minutos depois. Isso é algo que ocorre de forma recorrente devido principalmente à passagem de nuvens e não compromete a atividade desde que o atraso não seja algo significativo, digamos, superior a 20 minutos. Quanto mais nos afastamos do horário da medição indicado pelo roteiro, seja para mais ou para menos, maior será o erro que estaremos cometendo.

Na Figura 7, a linha vermelha mostra o comportamento da elevação do Sol para o dia 18 de junho, no período próximo às 15h39. O instante previsto para a realização da atividade está indicado por uma linha tracejada vertical. A linha



**Figura 7:** Elevação do Sol para o dia 18 de junho de 2022, observado a partir da cidade de Itajubá - MG, Brasil (GMT-3). A linha tracejada vertical indica o instante em que a medida da sombra do gnômon deve ser realizada, 15h39. A linha vermelha corresponde à elevação do Sol em graus decimais. A linha sólida azul representa o desvio relativo associado à medida do raio da Terra para instantes diferentes daquele recomendado pelo roteiro da atividade. A linha tracejada horizontal indica o desvio relativo igual a zero.

sólida azul indica o desvio relativo associado à medida do raio da Terra em função do horário em que é feita a medida da sombra do gnômon. O gráfico mostra que existe um desvio relativo de aproximadamente 5% se a medida for realizada 20 minutos após o instante recomendado pelo roteiro.

A melhor alternativa é que a medida seja realizada no dia seguinte, respeitando o horário indicado pelo roteiro. Na verdade, as instruções nele contidas permanecem válidas por um intervalo de cerca de duas semanas. Isso acontece porque o deslocamento aparente do Sol na esfera celeste é lento o bastante para que a configuração do céu não se altere significativamente entre dois dias consecutivos, ou mesmo durante alguns dias. Exceção se faz para objetos mais próximos como a Lua e os planetas da órbita interna. Contudo, esses objetos não têm relação com a atividade. O simulador apresentado neste trabalho pode ser utilizado para averiguar esse comportamento.

Essas questões relacionadas aos erros e sobre a validade dos procedimentos também podem constituir uma estratégia interessante de ensino. Nessa perspectiva, os professores poderiam uti-

lizar o simulador durante a atividade para explorarem a relação entre o movimento aparente do Sol e a incerteza associada à medida do raio da Terra de acordo com os procedimentos sugeridos no roteiro. São inúmeros os desdobramentos que podem ocorrer a partir da proposta que foi apresentada neste trabalho e esperamos, assim, que ela contribua como uma alternativa simples e viável aos professores que desejam explorar os conceitos e recursos relacionados, bem como sirva de estímulo para que mais conteúdos de astronomia sejam incluídos no currículo da licenciatura em física e também da educação básica.

### Sobre os autores

Thiago C. Caetano ([tccaetano@unifei.edu.br](mailto:tccaetano@unifei.edu.br)) possui doutorado em ciências com ênfase em astronomia pelo Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas (IAG-USP). Tem atuado como docente no Instituto de Física e Química da Universidade Federal de Itajubá desde 2010 e conduzido investigações nos campos da educação em ciências e do ensino de física. Possui experiência com a produção de experimentos didáticos controlados remotamente, com a metodologia *Design-Based Research*, com o desenvolvimento de sequências de ensino e aprendizagem e com atividades práticas no ensino de ciências.

Camila Cardoso ([milacardoso.fisica@gmail.com](mailto:milacardoso.fisica@gmail.com)) é doutora em educação para a ciência pela Universidade Estadual Paulista (Unesp). Atua como pesquisadora na área de ensino de ciências, focada principalmente em experimentação no ensino de física, educação não-formal e educação em astronomia. Tem experiência com a produção de experimentos controlados remotamente e uso de tecnologias em sala de aula.

### Referências

- [1] M. C. Gutzwiller, *Moon-earth-sun: The oldest three-body problem*, *Reviews of Modern Physics* **70**(2), 589 (1998).
- [2] M. Hoskin (ed.), *The Cambridge concise history of astronomy* (Cambridge University Press, 1999).
- [3] D. Kelley, A. Aveni e E. Milone, *Exploring Ancient Skies: A Survey of Ancient and*

- Cultural Astronomy* (Springer, Nova York, 2011).
- [4] E. C. Krupp, *Echoes of the Ancient Skies: The Astronomy of Lost Civilizations*, Dover Books on Astronomy (Dover Publications, Nova York, 2012).
- [5] Bede, *The reckoning of time*, traduzido por F. Wallis (Liverpool University Press, Liverpool, 1999).
- [6] M. Yano, *Calendar, astrology, and astronomy* (Blackwell Publishing, Malden, 2003).
- [7] C. L. N. Ruggles, *Calendars and astronomy*, in *Handbook of Archaeoastronomy and Ethnoastronomy*, editado por C. L. N. Ruggles (Springer, Nova York, 2015), 15.
- [8] J. Evans e m. Evans, *The History and Practice of Ancient Astronomy* (Oxford University Press, USA, 1998).
- [9] A. McLeod, *Astronomy in the Ancient World: Early and Modern Views on Celestial Events*, Historical & Cultural Astronomy (Springer International Publishing, 2016).
- [10] J. Nussbaum, *Astronomy teaching: challenges and problems*, in *IVth International Conference on Teaching Astronomy* (Barcelona, 1990), 387–389.
- [11] H. L. Tignanelli, *Sobre o ensino da astronomia no ensino fundamental*, in *Didática das ciências naturais: contribuições e reflexões*, editado por H. Weissmann (Artmed, Porto Alegre, 1998), 57–89.
- [12] G. Townsend, *Using telescopic observations in undergraduate astronomy courses*, *The Physics Teacher* **36**(5), 304 (1998).
- [13] C. Leite e Y. Hosoume, *Os professores de ciências e suas formas de pensar a astronomia*, *Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia* (4), 47 (2007).
- [14] C. Leite, *Os professores de ciências e suas formas de pensar a astronomia*, Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo (USP), São Paulo (2002).
- [15] R. Langhi, *Um estudo exploratório para a inserção da astronomia na formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental*, Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista (UNESP) (2004). Disponível em <http://hdl.handle.net/11449/90856>, acesso em jan. de 2022.
- [16] J. Bailey e T. Slater, *A review of astronomy education research*, *Astronomy Education Review* **2**(2), 20 (2003).
- [17] P. S. Bretones e J. M. Neto, *An analysis of papers on astronomy education in proceedings of iau meetings from 1988 to 2006.*, *Astronomy Education Review* **10**(1), 010102 (2011).
- [18] S. J. Slater et al., *iSTAR First light: Characterizing astronomy education research dissertations in the iSTAR database*, *Journal of Astronomy & Earth Sciences Education (JAESE)* **3**(2), 125 (2016).

## Apêndice A: Medindo o raio da Terra

### Introdução

No dia 18 de junho de 2022 (sábado) o Sol passará muito próximo do zênite para um observador na cidade de Jaumave, no México.

#### Dados

Coordenadas da cidade de Jaumave, México:

- Latitude: +23.40 graus
- Longitude: -99.38 graus

Distância entre a cidade de Jaumave (México) e Itajubá (Brasil), medida sobre a superfície terrestre – MG, Brasil: 7.743 km

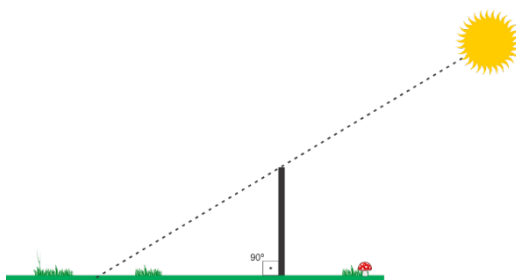
Hora da passagem pelo zênite na cidade de Jaumave (horário de Brasília, GMT-3): 15h39

#### Materiais necessários

- Trena
- Gnômon

### Atividade proposta

Defina um gnômon para ser utilizado. O gnômon nada mais é que uma haste vertical cuja sombra projetada no solo era utilizada para marcação das horas na antiguidade. Nessa atividade iremos utilizar a sombra projetada por esse objeto para determinar a elevação do Sol na cidade de Itajubá na data e hora que foram mencionadas.



**Figura 8:** Representação esquemática de um gnômon e a sombra projetada sobre o solo.

Com base no método de **Eratóstenes** e nos dados fornecidos, determine o raio da Terra.

### Para entregar

- Uma descrição detalhada do método utilizado, apresentando e discutindo as relações matemáticas relevantes, e os resultados que você obteve;
- O ângulo de elevação do Sol no instante da medição;
- Fotografias do gnômon, da equipe (se feito em grupo) e da sombra projetada, no momento estipulado.