

# Introdução à física de buracos negros

Santiago Esteban Perez Bergliaffa

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

---

## Resumo

O artigo apresenta de forma introdutória as principais características dos diferentes tipos de buracos negros, sejam eles isolados ou em interação com o entorno.

## Abstract

We present, in an introductory way, the main features of different types of black holes, both isolated or interacting with the environment.

---

**Palavras-chave:** Buracos negros, Relatividade Geral.

**Keywords:** Black holes, General Relativity.

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v4n1.40192](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v4n1.40192)

## 1 Introdução

Nos últimos anos, os buracos negros ocuparam repetidamente as manchetes da imprensa internacional, seja pela detecção das ondas gravitacionais, ou pela imagem obtida pelo telescópio *Event Horizon* [1] (Figura 1). Como veremos ao longo do artigo, os buracos negros são objetos fascinantes, cuja descrição envolve diversas áreas da física. Mas o que é um buraco negro (BN)? Uma primeira definição poderia ser “um BN é uma região do espaço-tempo, limitada por um horizonte, da qual nada pode sair”. Mesmo essa definição simples a pouco precisa faz com que seja necessário introduzir conceitos tais como espaço-tempo, interação gravitacional, e colapso, entre outros. Tais conceitos serão discutidos de forma introdutória no presente artigo, além de outros relacionados. Para evitar detalhes técnicos, o conceito de BN será apresentado em função do comportamento dos cones de luz, definidos pela geometria associada ao BN, sem entrar no detalhe da resolução das equações de Einstein.<sup>1</sup>

Para entender o conceito de cone de luz e da geometria associada será utilizada uma analogia na Seção 3. A seção 4 será dedicada ao BN de Schwarzschild. Outros buracos negros (incluindo o BN de Kerr) serão apresentados na Seção 6. Na Seção 7 veremos qual o processo que origina a

formação dos buracos negros estelares. A Seção 8 será dedicada à astrofísica de buracos negros, em particular à interação com seu entorno, incluindo o fenômeno de lenteamento, e as ondas gravitacionais. A relação entre os buracos negros e a mecânica quântica será discutida na Seção 10. A termodinâmica de buracos negros será apresentada na Seção 11. A Seção 12 contém as considerações finais.

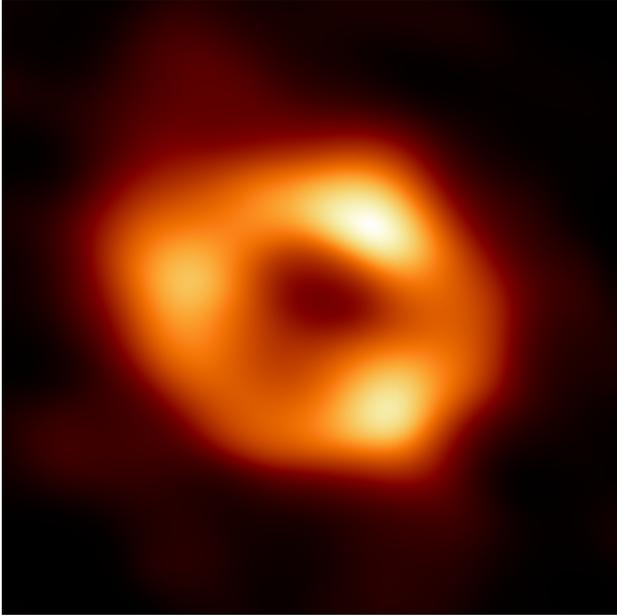
A seguir, será apresentado um breve (e necessariamente incompleto) resumo da evolução do conceito de buraco negro.

## 2 Um pouco de história

Os buracos negros são regiões do espaço-tempo das quais nada pode sair. Tais regiões são representadas por soluções das equações de campo de alguma teoria que descreve a interação gravitacional. Em particular, a primeira solução representando um buraco negro foi obtida por Karl Schwarzschild em 1916 [2] no contexto da teoria da Relatividade Geral de Einstein [3]. Mas a existência de corpos tais que a atração gravitacional é intensa o suficiente para que a luz não consiga escapar dele foi de fato proposta muito antes da criação da RG. Em 1783, John Michell [4] aplicou a lei da gravitação de Newton à luz, que segundo a teoria vigente naquela época era composta de partículas. O raciocínio de Michell é simples: se

---

<sup>1</sup>Mas serão fornecidas referências com os detalhes técnicos ao longo do texto.



**Figura 1:** A figura mostra a imagem do buraco negro *Sagittario A*, no centro da Via Láctea. Crédito: EHT Collaboration.

uma partícula de luz de massa  $m$  é lançada verticalmente para cima desde a superfície de uma estrela, em qualquer ponto da trajetória é válida a conservação da energia [5],

$$E = \frac{1}{2}mv_z^2 + V(z), \quad (1)$$

onde  $V(z) = -GmM/z$  é o potencial gravitacional,  $G$  é a constante de Newton,  $M$  é a massa da estrela, e a origem da coordenada  $z$  coincide com o centro da estrela. Lembrando que a energia cinética não pode ser negativa, segue que para  $E < 0$  a partícula atinge uma altura máxima e volta à superfície, mas para  $E \geq 0$  a partícula consegue escapar. A velocidade de escape  $v_e$  é definida como a mínima velocidade inicial com que a partícula consegue chegar “apenas” (isto é, com velocidade zero) no infinito, caso este que corresponde a  $E = 0$ . Segue então da equação (1) que

$$v_e = \sqrt{\frac{2MG}{R}} \quad (2)$$

onde  $R$  é o raio da estrela. A título de referencia, no caso da Terra,  $v_e \approx 10^6$  cm/seg.

A expressão para  $v_e$  mostra que fixando a massa  $M$ ,  $v_e$  é maior quanto menor é o raio da estrela (o que é compreensível já que a partícula estaria saindo de uma região onde a força gravitacional é mais intensa). Michell concluiu que

existe um raio crítico, tal que  $v_e$  é igual à velocidade da luz  $c$ : para uma estrela com raio menor do que  $R_c = 2MG/c^2$ , a luz não pode escapar da estrela. Ele ainda foi mais longe, e postulou que poderia existir no universo um grande número destas estrelas escuras (antepassados dos buracos negros da RG), sem que pudessem ser vistas.<sup>2</sup> Infelizmente esta ideia caiu no esquecimento devido aos experimentos de interferência da luz realizados por Thomas Young, que apoiavam a tese (defendida entre outros por Christian Huygens) de que a luz era uma onda e não um “jato” de partículas. Foi preciso esperar quase 150 anos para que ela renascesse, já no contexto da teoria da gravitação de Einstein, graças ao trabalho de Karl Schwarzschild.

Pouco tempo depois da publicação do artigo apresentando a RG, Schwarzschild divulgou no exemplar de 25 de Novembro de 1915 dos *Proceedings of the Prussian Academy of Science* [2] a solução das equações de Einstein para o exterior de uma estrela com simetria esférica e sem rotação.<sup>3</sup> Em 1916, ele conseguiu calcular ainda a solução para o interior de uma estrela com densidade constante e esfericamente simétrica [8].<sup>4</sup> Como veremos na Seção 4, a solução de Schwarzschild que descreve o exterior de uma estrela descreve também um buraco negro e, nesse caso tem características exóticas, que levaram aos especialistas da época (o próprio Einstein e A. Eddington entre eles) a não acreditar na existência de objetos por ela descritos na natureza. Em particular, a questão da(s) singularidade(s) desta solução só ficou esclarecida definitivamente nos anos 50 do século passado [9]. Um outro tipo de buraco negro, que difere do de Schwarzschild devido à presença de carga não nula foi descoberto H. Reissner em 1916, e redescoberto por G. Nordstrom em 1918.

Quase simultaneamente à questão das características da solução de Schwarzschild, foi progredindo o estudo do interior das estrelas e do colapso gravitacional, graças aos trabalhos de Chandrasekhar (anãs brancas) e Oppenheimer (colapso esférico), entre outros. Em 1963, Roy

<sup>2</sup>Em 1796, Pierre Laplace apresentou os mesmos resultados no livro [6].

<sup>3</sup>Os detalhes da historia do desenvolvimento do conceito de buraco negro podem ser encontrados em [7].

<sup>4</sup>Schwarzschild, engenheiro de formação, veio a falecer pouco depois por causa de uma doença contraída na frente russa da Primeira Guerra Mundial.

Kerr publicou [10] a primeira solução das EE descrevendo o exterior de uma estrela compacta em rotação, e também um buraco negro com momento angular não nulo. Em 1965 a solução de Kerr foi generalizada ao caso de uma configuração com carga por Newman *et al* [11]. O nome de *buraco negro* foi dado em 1967 por John Wheeler<sup>5</sup> ao estado final do colapso gravitacional de uma estrela muito massiva, sendo mais tarde generalizado para abranger qualquer solução que apresente horizonte(s) de eventos (tal como as de Schwarzschild, Kerr e Kerr-Newmann).<sup>6</sup> Dois anos mais tarde, Roger Penrose desenvolveu um processo para extrair energia rotacional do buraco negro de Kerr (veja por exemplo [13]).

Um outro resultado que foi sendo elaborado na década dos 60 foi o teorema que mostra que “os buracos negros não tem cabelo”. Isto quer dizer que os buracos negros não conservam nenhum detalhe da estrela que colapsou para formá-los. De outra forma, os únicos parâmetros que caracterizam um buraco negro são a massa, o momento angular, e a carga elétrica [14].

Como em qualquer situação de interesse em física, é importante determinar se os buracos negros são estáveis e, caso não sejam, a escala de tempo associada à instabilidade. No início da década dos 70 foi começado o estudo da teoria de perturbações lineares das geometrias associadas a buracos negros de Schwarzschild, completando assim a análise dos dos buracos negros isolados, do ponto de vista clássico.<sup>7</sup> Na Sec. 8 apresentaremos algumas características dos buracos negros astrofísicos, isto é, em interação com o entorno, incluindo situações tais como a formação de um disco de acreção, o lenteamento, e a geração de ondas gravitacionais.

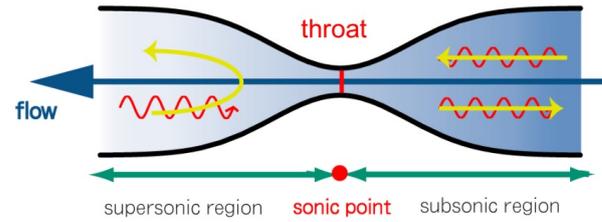
Como veremos na Sec. (10), a surpresa chegou no ano 1974, quando Hawking mostrou que efeitos quânticos fazem com que o buraco negro emita radiação com um espectro de corpo negro. Esta descoberta foi fundamental para a dar sentido à formulação da termodinâmica de buracos negros, e levantando também novos problemas (ver Sec. (11)).

Para descrever as características essenciais dos buracos negros, utilizaremos inicialmente um modelo análogo de buraco negro, que será apresen-

<sup>5</sup>A partir de uma observação feita por Robert Dicke [12].

<sup>6</sup>A rigor, qualquer solução não cosmológica.

<sup>7</sup>Para a estabilidade não linear, veja por exemplo [15].



**Figura 2:** Fluxo com um ponto (o “ponto sônico”) a partir do qual a velocidade do fluido é maior do que a velocidade do som. A configuração mostrada na figura é chamada bocal de Laval.

tado na seção seguinte.

### 3 Uma analogia

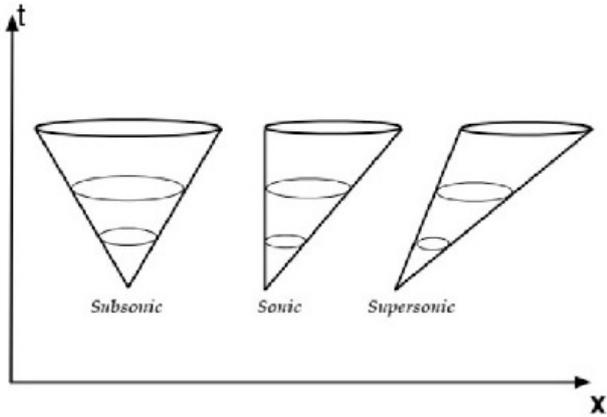
A seguir discutiremos um modelo análogo de um buraco negro, chamado “buraco mudo” [16], que ajudará na descrição dos buracos negros gravitacionais. Consideremos um fluido ideal que flui com velocidade  $\vec{v}$  com relação ao sistema do laboratório na situação descrita na Figura 2. O fluxo é estacionário (isto é, a velocidade não depende do tempo), mas  $\vec{v} = \vec{v}(x, y, z)$ . À esquerda do “ponto sônico” da figura a velocidade do fluido é maior do que a velocidade do som no meio ( $c_s$ ), enquanto que à direita,  $v < c_s$ . Na região sub-sônica, o som pode se propagar tanto para esquerda quanto para direita, mas na região supersônica, o som é literalmente “arrastado” pelo fluido, e não consegue sair do espaço limitado pelo “ponto sônico”, que define assim o horizonte do “buraco mudo”. Matematicamente, a situação é descrita pela adição de velocidades da mecânica clássica [17]:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = c_s \vec{n} + \vec{v}, \quad (3)$$

onde  $\vec{x}$  é a posição do raio com relação ao sistema da laboratório,  $c_s$  é a velocidade do som relativa ao fluido, e  $\vec{n}$  é um vetor unitário na direção de propagação do fluido. Usando a equação  $\vec{n} \cdot \vec{n} = 1$ , a equação (3) pode ser reescrita como segue:

$$-c_s^2 dt^2 + (d\vec{x} - \vec{v} dt)^2 = 0, \quad (4)$$

que define um “cone de som” para cada ponto  $(x, y, z)$ , como mostra a figura 3. Vemos que o lado externo do cone fica cada vez mais vertical a



**Figura 3:** Cones correspondentes à propagação do som num fluido. Crédito: [17].

medida que o som é emitido em pontos mais próximos do ponto sônico, e fica “virado para dentro” do horizonte depois do ponto sônico, ilustrando o fato de que o som fica preso dentro do horizonte. A Figura 4 mostra o mesmo fenômeno num fluxo radial bidimensional.

Note que a equação (4) pode ser escrita na forma

$$g_{\mu\nu}^{(\text{ef})} dx^\mu dx^\nu = 0, \quad (5)$$

onde

$$g_{\mu\nu}^{(\text{ef})} = \begin{bmatrix} -(c_s^2 - v^2) & -\vec{v}^T \\ -\vec{v} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

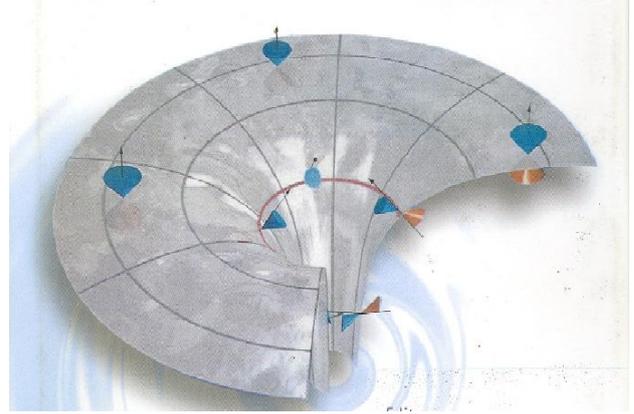
é a chamada métrica efetiva,  $x^0 = t$ ,  $x^1 = x$ ,  $x^2 = y$ ,  $x^3 = z$  e os índices repetidos indicam uma soma sobre os valores permitidos.

É importante frisar que a analogia entre o buraco mudo e o BN tem limites. No buraco mudo, somente o som fica preso dentro do horizonte, enquanto que num buraco negro o horizonte representa um limite para qualquer tipo de objeto. Tem ainda o fato de que o horizonte do buraco mudo origina-se num efeito cinemático (soma de velocidades), enquanto que no buraco negro, é a gravitação a responsável pelo aprisionamento de qualquer tipo de matéria.<sup>8</sup>

### 3.1 Cones de luz

A relatividade restrita, introduzida por Einstein em 1905, unifica o espaço e o tempo (objetos separados na física newtoniana) num objeto só: o

<sup>8</sup>O tratamento usado aqui para introduzir a noção de horizonte é baseado na “acústica geométrica”. Para um tratamento que leva em conta as propriedades ondulatórias do som, veja [18]



**Figura 4:** O desenho mostra um corte transversal de um buraco “mudo” realizado a partir de um fluido em fluxo radial. Vemos como os cones de som vão sendo inclinados na direção do centro do buraco. Crédito: [19].

espaço-tempo. Nele, o intervalo entre dois eventos é dado (no caso de uma dimensão espacial) por<sup>9</sup>

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2, \quad (6)$$

onde  $c$  é a velocidade da luz. Os raios de luz se propagam com velocidade  $c$  segundo  $ds^2 = 0$ , ou

$$c^2 dt^2 - dx^2 = 0, \quad (7)$$

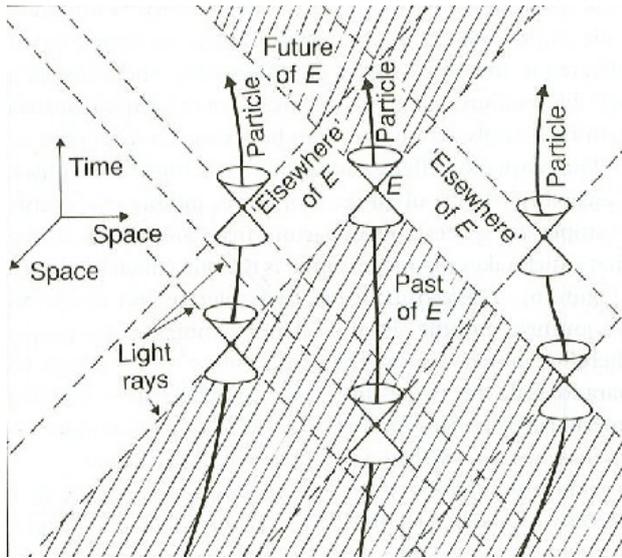
que pode ser reescrita como

$$\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = 0, \quad (8)$$

onde  $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1)$  é a métrica de Minkowski. Note a semelhança com a eq. (4). De fato, a eq. (7) define um “cone de luz” para cada evento do espaço-tempo. É importante notar que, dado que a velocidade da luz estabelece um limite máximo para qualquer propagação, os cones de luz restringem as possíveis linhas de universo de qualquer partícula,<sup>10</sup> já que a tangente a uma destas necessariamente deve estar dentro ou sobre o cone de luz (caso contrário, a velocidade da partícula seria maior que  $c$ ). Temos ainda o fato de que cada cone define o conjunto de eventos que podem influenciar um evento dado, e o conjunto daqueles eventos que podem ser por ele influenciados (Figura 5). Para mais detalhes veja por exemplo [21].

<sup>9</sup>Para uma revisão sobre a relatividade restrita ver, por exemplo, [20]

<sup>10</sup>Diferentemente dos cones de som definidos na seção anterior, válidos somente para “raios de som”.



**Figura 5:** O desenho mostra cones de luz correspondentes a alguns eventos, bem como as regiões “passado”, “futuro”, e “sem contato causal” com relação ao evento  $E$ . Crédito: [22].

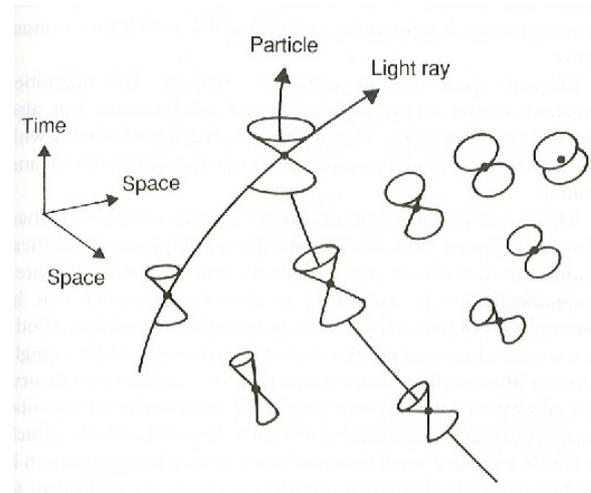
### 3.2 Cones de luz em presença de matéria

A Relatividade Geral, introduzida por Einstein em 1915, estabelece que a gravitação não é mais do que a “deformação” da geometria do espaço-tempo devida à matéria-energia nele contida. Tal deformação é relativa à geometria em ausência de matéria (isto é, a geometria de Minkowski). De forma concisa, a matéria faz com que a geometria seja “curva” (com relação à geometria plana em ausência de matéria), e a matéria se move como a geometria manda [23, 24]. É precisamente devido à curvatura que os cones de luz podem ter diferentes orientações em diferentes eventos, como na Figura 6. É importante notar que a “curvatura” deve ser entendida aqui como uma propriedade do espaço-tempo, e que ele se reduz localmente,<sup>11</sup> ao espaço-tempo plano, de mesma forma que uma esfera  $S^2$  no espaço  $R^3$  pode ser aproximada por um plano. A curvatura do espaço-tempo se manifesta só quando saímos da vizinhança de um evento e nos deslocamos para pontos não tão próximos. Em particular, quando o espaço-tempo é curvo, a curvatura faz os cones se achatarem e/ou inclinarem, como veremos nas seções seguintes.<sup>12</sup>

A seguir, veremos algumas características do

<sup>11</sup>Isto é, numa vizinhança no espaço e no tempo pequena o suficiente de um evento

<sup>12</sup>A curvatura pode ser calculada a partir da métrica, e ela pode ser obtida através das equações da Relatividade Geral de Einstein, para detalhes veja por exemplo [25].



**Figura 6:** A figura mostra como os cones de luz mudam, acompanhando aos raios de luz, devido à curvatura da geometria. Crédito: [22].

espaço-tempo de Schwarzschild, e os cones de luz associados.

### 4 O buraco negro de Schwarzschild

A solução de Schwarzschild das equações da Relatividade Geral [2] é dada pela métrica exterior de um corpo com simetria esférica. A métrica de Schwarzschild nas coordenadas  $(t, r, \theta, \phi)$  tem a forma.<sup>13</sup>

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (9)$$

onde  $r_g = 2MG/c^2 \approx 3(M/M_\odot)$  km, e  $M_\odot$  é a massa do Sol. Algumas de suas características mais importantes são as seguintes:

- *Simetria esférica.* Para  $t$  e  $r$  fixos, as distâncias são determinadas pelo elemento de linha na esfera,

$$ds^2 = r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (10)$$

<sup>13</sup>Como em qualquer outra solução das equações da RG (ou de outra teoria gravitacional), a métrica terá informação não só da geometria mas também do sistema de coordenadas escolhido. Uma escolha judiciosa do sistema coordenado ajuda tanto na resolução das EE quanto na obtenção de uma métrica que explicitamente algumas das propriedades do espaço-tempo em questão. Por exemplo, no caso da geometria de Schwarzschild o problema de achar a solução das EE, que envolve em princípio determinar os 10 coeficientes da métrica, é reduzido usando somente questões de simetria ao problema de achar duas funções da coordenada  $r$ , determinadas através das EE para o caso de vácuo [26].

onde  $0 \leq \theta \leq \pi$ ,  $-\pi \leq \phi \leq \pi$ .

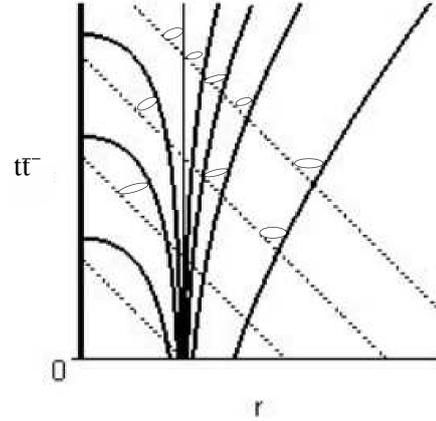
- *Independência da métrica com a coordenada  $t$  no sistema de coordenadas escolhido.* Isto reflete o fato de que o buraco negro de Schwarzschild é estático ( Para uma definição mais precisa dessa propriedade, veja [26]).
- A solução de Schwarzschild é assintoticamente plana (se reduz à geometria de Minkowski em coordenadas esféricas,  $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, r^2, r^2 \text{sen}^2\theta)$ , no limite  $r \rightarrow \infty$ ).
- Ela representa a solução exterior de um objeto com massa  $M$ , como pode verse a partir do limite de campo fraco [26].
- Vemos da eq.(9) que há (potenciais) problemas em  $r = r_g$  e  $r = 0$ . Tais valores da coordenada  $r$  correspondem ao horizonte de eventos e a “singularidade” central, conceitos esses que serão discutidos nas Seções 4.1 e 4.2.

De fato, é possível mostrar (devido à divergência da métrica em  $r = r_g$ ) que a coordenada  $t$  de Schwarzschild não é uma boa coordenada (veja por exemplo [13]). Para representar mais fielmente a situação é preciso usar por exemplo o sistema de coordenadas de Eddington-Finkelstein (EF) associado aos raios de luz direcionados para o interior do BN, introduzido por Eddington em 1924 e por Finkelstein em 1958, em que a métrica toma a forma<sup>14</sup>

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M}{r}\right) d\bar{t}^2 - \frac{4m}{r} d\bar{t} dr - \left(1 + \frac{2M}{r}\right) dr^2 - r^2 d\Omega^2. \quad (11)$$

Novamente é possível traçar as curvas percorridas pelos raios de luz a partir da equação  $ds^2 = 0$ , desconsiderando a parte angular (devido à simetria esférica). O diagrama espaço-temporal resultante para a solução de Schwarzschild nas coordenadas EF é o da figura (7). Os cones abrem a  $45^\circ$  em  $r = \infty$ , já que nesse limite a geometria é plana. O lado esquerdo dos cones (correspondente aos raios direcionados para o interior do BN) é dado por uma linha a  $-45^\circ$  com o eixo  $r$ .

<sup>14</sup>Em algumas equações é usado são usadas as unidades geométricas, definidas por  $c = G = 1$ , veja por exemplo [13].



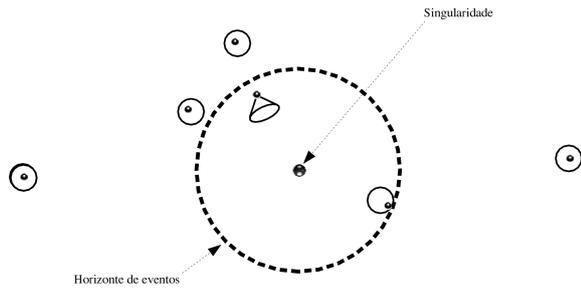
**Figura 7:** Raios de luz na solução de Schwarzschild em coordenadas de Eddington-Finkelstein avançadas

O lado direito (correspondente aos raios direcionados para o exterior do BN) começa a  $45^\circ$  em infinito, e depois vai se fechando a medida que  $r$  diminui, atingindo a vertical em  $r = 2M$ , e continuando a se fechar depois. Vemos que em  $r = 2M$  os raios de luz direcionados para fora só conseguem ficar na superfície  $r = 2M$ .

### 4.1 Horizonte de eventos

Da Figura 7 vemos que longe da origem, os cones de luz são os do espaço-tempo de Minkowski, como na Figura 5. A medida que vamos nos aproximando a  $r = 0$ , as frentes de onda<sup>15</sup> direcionados para o exterior do BN são atraídos “para dentro” (isto é, os cones viram). Em  $r = 2M$ , fótons direcionados para fora do BN ficam sobre a superfície  $r = 2M$ , enquanto os direcionados para dentro são atraídos para  $r = 0$ . Já dentro da superfície  $r = 2M$ , até os fótons direcionados para fora são atraídos na direção da singularidade. Segue então que a superfície  $r = 2M$  age como uma membrana unidirecional [27], permitindo que as curvas de partículas com  $v \leq c$  dirigidas ao futuro passem do exterior do BN ao interior, mas não deixando que tais curvas possam sair do interior para o exterior. A superfície  $r = 2M$  é chamada de *horizonte de eventos* já que representa a fronteira dos eventos que podem ser observados desde  $r > 2M$ . A figura (8) representa esquematicamente num diagrama espacial o comportamento dos cones de luz num plano arbitrário do buraco negro de Schwarzschild. Note

<sup>15</sup>Lembrando que as direções angulares foram suprimidas devido à simetria esférica.



**Figura 8:** Diagrama espacial do espaço-tempo de Schwarzschild nas coordenadas de E-F avançadas.

que o horizonte existe tanto para curvas geodésicas como para curvas aceleradas, já que mesmo as partículas aceleradas se movem dentro do cone de luz (mas não seguem retas).

## 4.2 Singularidades

De uma forma geral, uma singularidade é um evento em que quantidades físicas são divergentes. Por exemplo, o campo elétrico de uma carga pontual é divergente no “ponto” em que a carga se encontra.<sup>16</sup> Mas há ainda singularidades não físicas, isto é, não associadas à divergência de quantidades físicas. Por exemplo, o eixo  $\theta = 0, \pi$  não pode ser descrito pela métrica de Minkowski nas coordenadas  $(t, r, \theta, \phi)$ , já que para tais valores do ângulo  $\theta$  o elemento de linha de Minkowski (assim como qualquer outro com simetria esférica) é degenerado. Isto é o que se chama uma singularidade de coordenadas, porque reflete uma deficiência no sistema coordenado escolhido (enquanto o espaço-tempo é regular), e pode ser removida (no caso, introduzindo coordenadas cartesianas). A métrica de Schwarzschild é degenerada no caso  $\theta = 0, \pi$  e ainda em outros dois casos:  $r = 0$  e  $r = r_g$ . Qual seria o critério conveniente para decidir se uma singularidade é fictícia (isto é, devida a uma escolha inadequada do sistema de coordenadas) ou real [9]? Poderíamos por exemplo calcular quantidades que não dependam do sistema coordenado escolhido, e se alguma delas fosse divergente, estaríamos em presença de uma singularidade “essencial”, já que a invariância assegura que a divergência acontece em qualquer

<sup>16</sup>Tal singularidade na teoria clássica não existe no tratamento quântico.

sistema coordenado.<sup>17</sup> Um outro critério que poderíamos adotar é o seguinte: uma singularidade é real (isto é, não associada à escolha do sistema coordenado) se as forças de maré que agem sobre um objeto na suposta singularidade são infinitas. Este critério concorda com a noção de singularidade como divergência da força associada ao campo, bem conhecida no caso do eletromagnetismo por exemplo. Não será apresentado aqui o cálculo das forças de maré no caso do BN de Schwarzschild (para detalhes veja [26]), mas a ideia será ilustrada pela figura 9. As forças de maré comprimem e esticam o cubo, de forma cada vez mais intensa quanto mais próximo ele estiver de  $r = 0$ .<sup>18</sup> De fato, as forças de maré são finitas no horizonte, e continuam aumentando dentro dele, e divergem no centro do BN, o que confirma o caráter essencial da singularidade em  $r = 0$ , estabelecendo ainda que a superfície  $r = r_g$  não é uma singularidade real, mas uma consequência do sistema de coordenadas escolhido.

Até aqui analisamos a solução de Schwarzschild, que possui um alto grau de simetria (ela é esféricamente simétrica e estática). Do ponto de vista da astrofísica, seria interessante dispor também de soluções descrevendo objetos em rotação (isto é com simetria axial). Estudaremos a seguir um tipo de buraco negro que possui velocidade angular não nula.

## 5 O buraco negro de Kerr

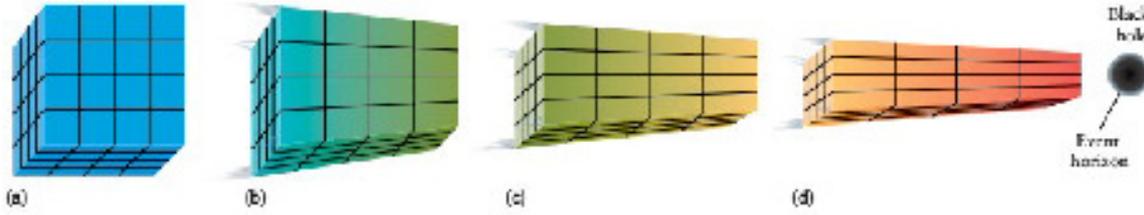
A métrica que descreve o espaço-tempo de um buraco negro em rotação pode ser escrita convenientemente de várias formas diferentes. Daremos aqui duas. A primeira é a forma de EF avançada,

<sup>17</sup>No caso da métrica ((9)) é suficiente calcular alguma quantidade invariante, por exemplo

$$R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} = \frac{48M^2}{r^6}, \quad (12)$$

onde  $R_{\mu\nu\rho\sigma}$  é o tensor de Riemann [26], para mostrar que o ponto  $r = 0$  é uma singularidade essencial. Mas este resultado não permite concluir nada sobre a superfície  $r = r_g$ .

<sup>18</sup>As forças de maré no BN de Schwarzschild dependem de  $M/r^3$ . No caso de um BN supermassivo, como o do centro da Via Láctea, as forças de maré no horizonte são muito mais fracas do que aquelas num BN de algumas massas solares, como o da figura.



**Figura 9:** A figura mostra um cubo caindo na direção de um BN de Schwarzschild com  $M = 5M_{\odot}$ . Em (a), o cubo se encontra longe do BN, e o efeito deste é desprezível. Nas posições (b),(c), e (d), o cubo é cada vez mais deformado pelas forças de maré assim que ele fica mais próximo do BN. Crédito: [28].

dada por

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2Mr}{\rho^2}\right) dv^2 - 2 dv dr - \rho^2 d\theta^2 + \frac{2Mr}{\rho^2} (2a \sin^2 \theta) dv d\bar{\phi} + 2a \sin^2 \theta dr d\bar{\phi} - \left[ (r^2 + a^2) \sin^2 \theta + \frac{2Mr}{\rho^2} a^2 \sin^4 \theta \right] d\bar{\phi}^2,$$

onde

$$\rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta.$$

Esta forma pode ser obtida a partir da métrica de Schwarzschild, fazendo uma transformação de coordenadas onde  $r$  pode ter valores complexos [11].

A segunda é a métrica de Boyer-Lindquist (B-L):

$$ds^2 = \frac{\Delta}{\rho^2} (dt - a \sin^2 \theta d\phi^2)^2 - \frac{\sin^2 \theta}{\rho^2} [(r^2 + a^2) d\phi - a dt]^2 - \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 - \rho^2 d\theta^2, \quad (13)$$

onde

$$\Delta = r^2 - 2Mr + a^2.$$

Os detalhes do cálculo da solução podem ser encontrados por exemplo em [29].

A forma de B-L é talvez a mais utilizada, e vale a pena salientar algumas das suas propriedades. Primeiramente, as superfícies  $t = \text{constante}$ ,  $r = \text{constante}$  têm a métrica

$$ds^2 = \frac{\Delta}{\rho^2} (-a \sin^2 \theta d\phi^2)^2 - \frac{\sin^2 \theta}{\rho^2} [(r^2 + a^2) d\phi]^2 - \rho^2 d\theta^2, \quad (14)$$

que não coincide com a métrica da 2-esfera (10), como era de esperar numa geometria sem simetria

esférica. Em segundo lugar, a métrica de Kerr depende de dois parâmetros,  $M$  e  $a$ . Fazendo  $a = 0$  recuperamos a solução de Schwarzschild nas coordenadas de Schwarzschild, dada pela Eq. (9), e então  $M$  é a massa do buraco negro. Vemos também que os coeficientes da métrica independem de  $t$  e  $\phi$ , e conseqüentemente a solução é estacionária e axialmente simétrica (ela é invariante respeito de rotações com eixo  $z$ ). A métrica tem ainda duas simetrias discretas: ela é invariante sob a transformação

$$t \rightarrow -t, \quad \phi \rightarrow -\phi,$$

e sob

$$t \rightarrow -t, \quad a \rightarrow -a.$$

A primeira sugere que o campo tem como fonte um corpo em rotação. A outra simetria sugere que  $a$  tem relação com o momento angular. De fato, é possível mostrar que  $a$  é o momento angular por unidade de massa,  $a = J/M$  [26].

### 5.1 Singularidades e horizontes

A figura (10) mostra um esquema da solução de Kerr. Segue do cálculo dos invariantes que a métrica de Kerr tem somente uma singularidade essencial quando  $\rho = 0$ . Da definição de  $\rho$ ,

$$\rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta,$$

vemos que  $\rho = 0$  traz como consequência  $r = \cos \theta = 0$ . A partir da transformação de coordenadas ligando a métrica em coordenadas E-F com a métrica em coordenadas tipo cartesianas segue a equação [26]

$$x^2 + y^2 = a^2, \quad z = 0.$$

A diferença do caso de Schwarzschild, onde a singularidade é um ponto, a singularidade na geometria de Kerr é um anel de raio  $a$  no plano equatorial  $z = 0$ . As superfícies dadas pela condição

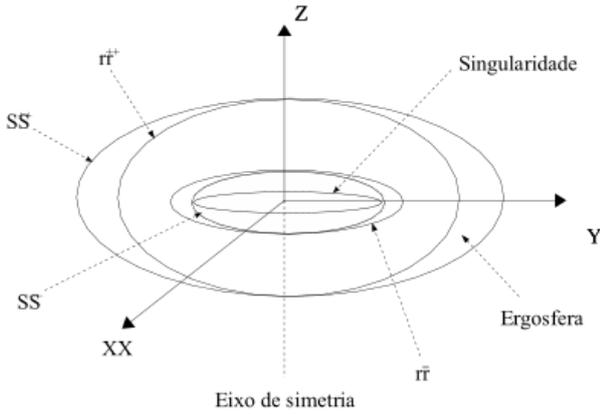


Figura 10: Esquema da solução de Kerr

$g_{00} = 0$ , com raio

$$r_{S_{\pm}} = M \pm \sqrt{M^2 - a^2 \cos^2 \theta},$$

denotadas por  $S_+$  e  $S_-$  são as superfícies do limite estacionário, e têm propriedades especiais (veja por exemplo [30]). No limite  $a = 0$ , a expressão para  $r_{S_{\pm}}$  se reduz a  $r_{S_+} = 2M$ ,  $r_{S_-} = 0$ . As superfícies tem simetria axial, e a  $S_-$  está dentro da  $S_+$ . Já os dois horizontes da solução de Kerr vêm dados pela equação  $g^{11} = 0$ , cuja solução é

$$r_{\pm} = M \pm \sqrt{M^2 - a^2}.$$

no caso em que  $a^2 < M^2$ , que é o relevante em astrofísica. O horizonte  $r_+$  está totalmente dentro de  $S_+$ , e a região entre eles é a *ergosfera*. É possível extrair energia do buraco negro de Kerr através de determinados processos nessa região (veja por exemplo [13]). Antes de concluir a apresentação das características principais do BN de Kerr, é importante salientar que a métrica de Kerr governa o movimento da matéria no entorno do BN, em particular dos fótons. A través das equações de movimento para eles, e depois de complexas simulações numéricas, foi possível obter a imagem teórica do buraco negro no centro da galáxia Messier 87. Tal imagem foi comparada com a obtida da observação, o que permitiu estabelecer limites sobre os parâmetros do BN (como por exemplo a massa e o momento angular), veja a Figura 11.

## 6 Outros buracos negros

### 6.1 Buracos negros carregados

Existe de fato um outro tipo de buraco negro, importante do ponto de vista teórico. Trata-se do

buraco negro carregado, ou mais precisamente, da solução estática, assintoticamente plana, e com simetria esférica das equações de Einstein-Maxwell descoberta por H. Reissner em 1916, e redescoberta por G. Nordstrom em 1918.<sup>19</sup> A fonte do campo elétrico é uma carga pontual situada na origem (logo o campo será radial). Sem entrar nos detalhes do cálculo, a métrica de R-N tem a forma

$$ds^2 = A(r) dt^2 - A(r)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2),$$

onde  $A(r) = \left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{q^2}{r^2}\right)$ , e o campo elétrico é

$$E(r) = \frac{q}{r^2}.$$

No caso  $q = 0$ , a solução de R-N se reduz à métrica de Schwarzschild. A análise da solução mostra que há uma singularidade essencial em  $r = 0$ , e dois horizontes (no caso  $q^2 < m^2$ ), situados em

$$r_{\pm} = m \pm \sqrt{m^2 - q^2}.$$

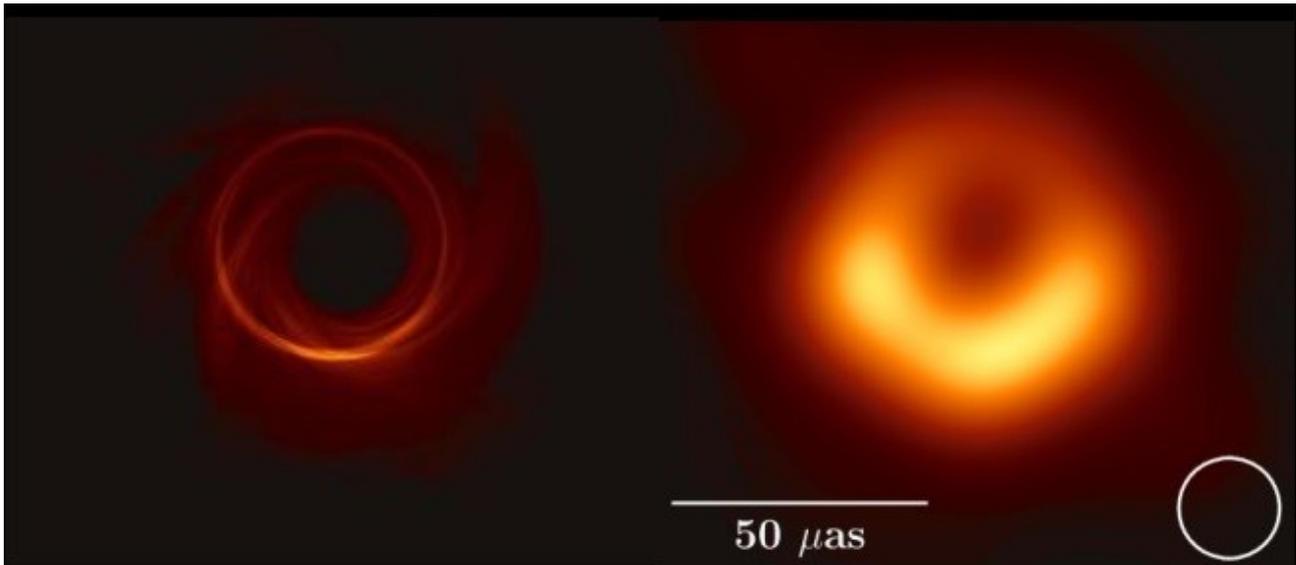
O estudo da solução em coordenadas de Eddington-Finkelstein mostra que  $r = r_+$  é um horizonte, mas  $r = r_-$  é na verdade um horizonte aparente (veja por exemplo [31]).

### 6.2 O buraco negro mais geral

é possível obter a forma mais geral da métrica de um buraco negro (que é solução das equações de Einstein) usando uma transformação complexa na solução de R-N em coordenadas de E-F, como foi feito para passar da métrica de Schwarzschild para a métrica de Kerr (ver detalhes em [26]). O resultado é a métrica de Kerr-Newman,

$$\begin{aligned} ds^2 = & \left(1 - \frac{2Mr}{\rho^2} + \frac{q^2}{\rho^2}\right) dv^2 - 2 dv dr + \\ & \frac{2a}{\rho^2}(2Mr - q^2) \sin^2\theta dv d\bar{\phi} + \\ & 2a \sin^2\theta dr d\bar{\phi} - \rho^2 d\theta^2 - \\ & [(r^2 + a^2)^2 - (r^2 - 2Mr + a^2 + q^2) \\ & a^2 \sin^2\theta] \frac{\sin^2\theta}{\rho^2} d\bar{\phi}^2, \end{aligned} \quad (15)$$

<sup>19</sup>A interpretação da solução como descrevendo um buraco negro carregado foi feita por J. Graves e D. Brill em 1960.



**Figura 11:** A imagem do lado esquerdo mostra o caminho dos raios de luz obtido usando a métrica de Kerr. Já a da direita mostra a imagem obtida pelo *Event Horizon Telescope* para o BN no centro da galáxia Messier 87. Crédito: [1].

que depende de três parâmetros:  $M$ ,  $a$ ,  $q$  (massa, momento angular por unidade de massa, e carga do buraco negro respectivamente). Esta solução se reduz à de Schwarzschild no caso  $q = a = 0$ , à de Kerr se  $q = 0$ , e à de Reissner-Nordstrom se  $a = 0$ . Trata-se de uma geometria estacionária com simetria axial e assintoticamente plana, que tem uma superfície estacionária limite dada por

$$r = m + \sqrt{m^2 - q^2 - a^2 \cos^2 \theta},$$

e um horizonte de eventos externo em

$$r = m + \sqrt{m^2 - q^2 - a^2}$$

para  $a^2 + q^2 \leq m^2$ . Os detalhes desta solução podem ser encontrados em [32].

Foi mostrado por Carter, Hawking e Robinson que a solução de Kerr-Newman é a única solução estacionária das equações de Einstein no vácuo. Sendo que aparentemente não existem objetos astrofísicos com carga apreciável, a solução de Kerr, caracterizada pelos parâmetros  $M$  e  $a$  é a solução relevante do ponto de vista astrofísico.

Concluimos aqui o nosso estudo das propriedades clássicas dos buracos negros isolados. Várias questões fundamentais dentro deste item, mas exigindo ferramentas matemáticas mais sofisticadas, não foram abordadas aqui. Entre elas podemos citar a teoria de perturbações em geometrias descrevendo buracos negros [32].

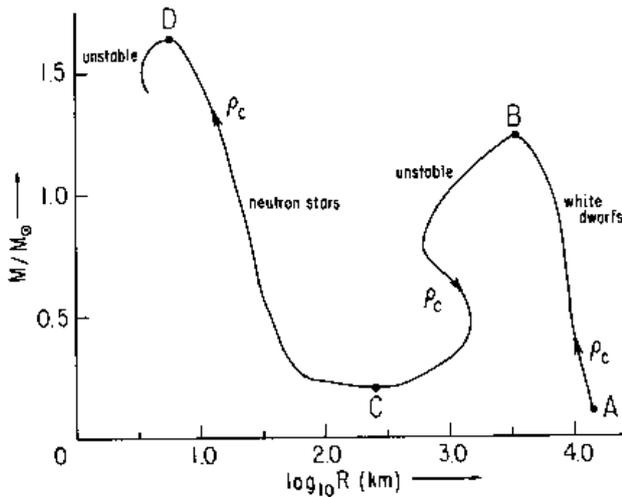
## 7 Colapso gravitacional e buracos negros

De fato, o resultado de um colapso arbitrário (isto é, sem simetrias) deve dar como resultado um buraco negro de Kerr. Ou seja, sem importar o estado inicial da matéria em colapso, o estado final é caracterizado por  $M$  e  $J$ .

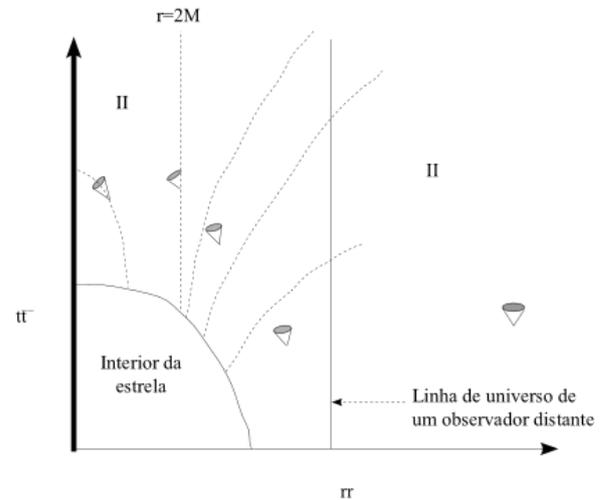
A teoria de evolução estelar mostra que estrelas com massa da ordem de  $1 M_{\odot}$  atingem o equilíbrio como anãs brancas ou estrelas de nêutrons, mas não existe estado de equilíbrio no final da evolução de estrelas de massa muito maior do que  $M_{\odot}$  (veja por exemplo [33]). A figura 12 mostra as possíveis configurações de equilíbrio de forma qualitativa.<sup>20</sup> Caso a massa da estrela seja muito maior do que  $M_{\odot}$ , chegará um ponto na evolução em que a matéria não conseguirá gerar pressões grandes o suficiente para contrabalançar a ação da gravitação, e o colapso será inevitável: as camadas centrais da estrela serão afundadas pelo peso das camadas externas. A RG prediz que o resultado do colapso de uma estrela com simetria esférica é um objeto descrito pela solução de Schwarzschild, isto é, um buraco negro. Os modelos detalhados de colapso gravitacional exigem resolver as equações de Einstein numericamente.<sup>21</sup> Analisaremos aqui qualitativamente

<sup>20</sup>Isto porque os detalhes dependem da equação de estado utilizada para descrever a matéria que compõe a estrela, e há ainda incertezas na descrição da matéria para altas densidades.

<sup>21</sup>Para modelos analíticos simplificados, veja por exem-



**Figura 12:** A figura mostra qualitativamente a forma da curva massa-raio para as configurações de equilíbrio de estrelas compactas. Crédito: [34].



**Figura 13:** Colapso em coordenadas de Schwarzschild.

o caso de uma estrela com simetria esférica que está colapsando, até que o raio da superfície da estrela alcance o valor  $r = 2M$ . Lembremos que enquanto a estrela permaneça com simetria esférica, o campo externo é descrito pela solução de Schwarzschild. Para visualizar o que acontece durante o colapso, utilizaremos um diagrama espaço-tempo bidimensional nas coordenadas de Eddington-Finkelstein, Figura 13. Vemos da figura que os fótons emitidos desde a superfície da estrela nos estágios iniciais do colapso conseguem chegar até infinito, mas o intervalo entre eles cresce com o tempo, sendo que aqueles fótons emitidos quando a superfície atinge  $r = 2M$  ficam nessa superfície, e os emitidos posteriormente são inexoravelmente atraídos pela singularidade. A superfície da estrela some então da vista do observador situado num ponto longe da objeto em colapso, dando lugar a um buraco negro.

A métrica de Schwarzschild é útil então em dois casos. No primeiro, ela representa o exterior de um objeto compacto (uma estrela de nêutrons, por exemplo, ver [36]). Neste caso, o raio gravitacional está sempre no interior do corpo, não há singularidade nenhuma, e a métrica de Schwarzschild descreve a geometria a partir da superfície do objeto.<sup>22</sup> O segundo caso é aquele o mostrado na figura (13), no qual, como resul-

plo [35].

<sup>22</sup>O interior deve ser descrito por uma solução das EE em presença de matéria, que deve ser “colada” continuamente com a solução de Schwarzschild na superfície do objeto.

tado do colapso, a superfície da estrela atravessa o raio gravitacional, e o horizonte fica “descoberto”. Este é o caso do buraco negro.

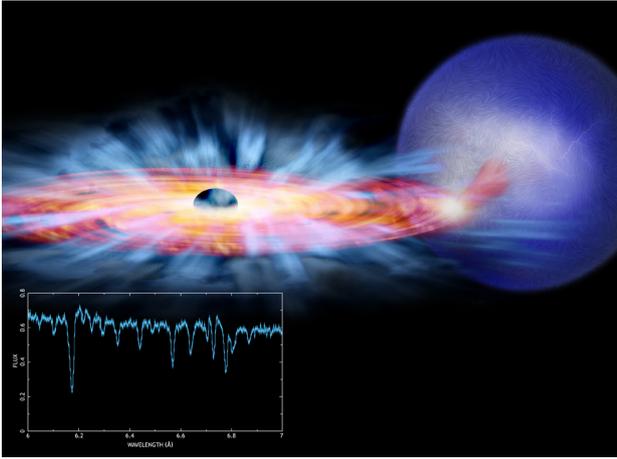
O que acontece no caso mais geral de uma estrela colapsando sem manter a simetria esférica? Não existe critério geral que permita decidir em quais condições se formará um horizonte, dada uma situação inicial arbitrária. A dificuldade principal deste problema é a dependência temporal do processo: durante o colapso, existe um período de tempo durante o qual o horizonte está aumentando desde raio zero até  $2M$  no caso de Schwarzschild. Isto fica claro da figura (13), onde vemos que existe um último fóton que fica no horizonte. Nesta situação de simetria esférica não é difícil determinar a posição do horizonte, mas em situações assimétricas, e com emissão de radiação gravitacional, o cálculo é extremamente complexo. Para um resumo dos resultados obtidos até agora, veja [37].<sup>23</sup>

### 8 Buracos Negros Astrofísicos

Até aqui exploramos algumas propriedades clássicas de buracos negros isolados, mas estes dificilmente podem ser observados.<sup>24</sup> Nesta seção discutiremos brevemente a observação de buracos

<sup>23</sup>Resultados de simulações numéricas podem ser vistos em <https://www.aei.mpg.de/283432/gravitational-collapse>

<sup>24</sup>Uma possibilidade seria o *microlensing*, veja por exemplo <https://hubblesite.org/contents/news-releases/2022/news-2022-001>



**Figura 14:** O desenho mostra o disco de acreção em torno de um buraco negro que atrai matéria de uma estrela normal (ilustrando a situação no sistema GRO J1655-40, na galáxia *Scorpius*). Vemos ainda o vento produzido pela presença de um campo magnético, e o espectro de emissão de raios X. Crédito: Chandra Photo Album.

negros em interação com um corpo celeste (uma estrela normal ou uma anã branca por exemplo). Neste caso, a atração gravitacional do BN faz com que a matéria que compõe a estrela comece a “cair” na direção dele. A descrição deste fenômeno é extremamente complicada: trata-se de um problema de hidrodinâmica onde o fluxo fica confinado num disco que gira em torno do equador de um BN de Kerr. As diferentes camadas do disco giram com uma velocidade angular que aumenta com a proximidade ao buraco, provocando o aquecimento do material em queda até altíssimas temperaturas. O material quente emite radiação, que pode ou não interagir fortemente com o gás. Em muitos casos existe um campo magnético na estrela, o que transforma o processo num problema de magnetoidrodinâmica. Finalmente, todo isto acontece com a geometria de Kerr como pano de fundo. Resumindo, trata-se de um problema de magnetoidrodinâmica relativística dependente do tempo, com equações em duas (ou três) dimensões, com transferência radiativa [38] (veja a Figura (14)).

O caminho que leva a o modelo descrito no parágrafo anterior começou no ano 1962, quando foram observadas as primeiras fontes de raios X em nossa galáxia, num projeto comandado por R. Giacconi (Prêmio Nobel 2002 por seu trabalho em astronomia de raios X). Logo foram observadas fontes variáveis no tempo, algumas com contrapartida na parte óptica do espectro. Mas o aporte decisivo foi o do primeiro satélite dedi-

cado à observações astronômicas, o Uhuru.<sup>25</sup> Ele observou mais de 300 fontes de raios X, muitas delas em sistemas binários. Estes dados foram interpretados como consequência da acreção de matéria num objeto compacto. Os motivos que sustentam tal interpretação são os seguintes:

- A variabilidade observada na emissão dos raios X tem uma escala temporal curta, o que se deve ao fato de que a região emissora deve ser pequena (do tamanho de um objeto compacto).
- Muitas das fontes são efetivamente sistemas binários, com uma estrela observável no óptico em órbita elíptica em torno de um companheiro “invisível”.

Acredita-se hoje que a emissão de raios X deve-se ao processo descrito acima, cuja observação é uma prova *indireta* da existência dos buracos negros. De fato, supõe-se que buracos negros supermassivos (com massas entre  $10^5$  e  $10^9$  vezes a massa do Sol) existem no centro da maioria das galáxias (incluindo a nossa), e buracos negros da ordem de algumas massas solares compõem os sistemas binários mencionados acima. Mas devemos mencionar o fato de que no caso dos sistemas binários é preciso decidir por meio da observação (por exemplo através da medida da massa) se o objeto “escuro” é um buraco negro ou uma estrela de nêutrons. Uma outra possibilidade envolve a diferença fundamental entre estes dois objetos: a estrela de nêutrons tem uma superfície sólida, enquanto o horizonte do buraco negro é uma superfície matemática (veja [39] para detalhes).

## 9 Buracos negros e ondas gravitacionais

Em 1916, um ano depois de publicar a teoria de Relatividade Geral, Einstein mostrou que sua teoria permitia a propagação de ondas [40].<sup>26</sup> No dia 14 de setembro de 2015, praticamente 100 anos depois, o observatório LIGO detectou pela primeira vez tais ondas. A análise dos dados é consistente com a fusão de dois buracos negros de Kerr, de massas aproximadamente  $29 M_{\odot}$  e  $34 M_{\odot}$ , e momento angular por unidade

<sup>25</sup>Uhuru significa liberdade em swahili, língua falada na Etiópia, país de onde foi lançado o satélite.

<sup>26</sup>Veja ainda [41], onde Einstein corrige um erro do artigo de 1916.



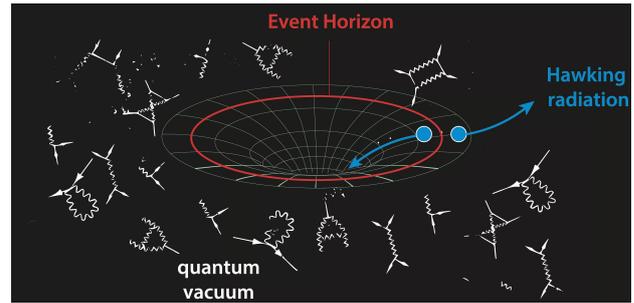
**Figura 15:** .Crédito:LIGO/Caltech/MIT/Sonoma State (Aurore Simonnet).

de massa aproximadamente 0.7 e 0.8, respectivamente, como ilustra a Figura 15. O BN resultado da fusão tem uma massa de  $62 M_{\odot}$ . A (imensa quantidade de) energia de três massas solares faltante foi irradiada em ondas gravitacionais. Hoje já foram detectadas dezenas de eventos, tanto da fusão de dois buracos negros quanto de duas estrelas de nêutrons, e ainda de um buraco negro com uma estrela de nêutrons, Figura 17. Tais detecções dão suporte ao conceito de BN de Kerr, abrem uma janela totalmente nova de observação de fenômenos no Universo, e garantiram o Prêmio Nobel em Física 2017 para Rainer Weiss, Barry C. Barish and Kip S. Thorne por suas contribuições decisivas ao detector LIGO e à observação de ondas gravitacionais.

## 10 Buracos negros e mecânica quântica

Em 1974 Hawking surpreendeu a comunidade dos físicos teóricos ao mostrar que os buracos negros são negros somente quando considerados como objetos clássicos. Se levarmos em conta as leis da mecânica quântica, os buracos negros emitem energia continuamente, e não são então as estruturas permanentes que a física clássica prediz [42]. Os cálculos de Hawking estão baseados no uso de teoria quântica de campos num espaço-tempo curvo, e nos limitaremos aqui a apresentar uma justificativa heurística deste resultado.

A teoria quântica nos diz que o estado que chamamos de vácuo clássico pode ser pensado como



**Figura 16:** Processos quânticos e criação de pares nas vizinhanças de um horizonte. Crédito: Alexander Kruchkov.

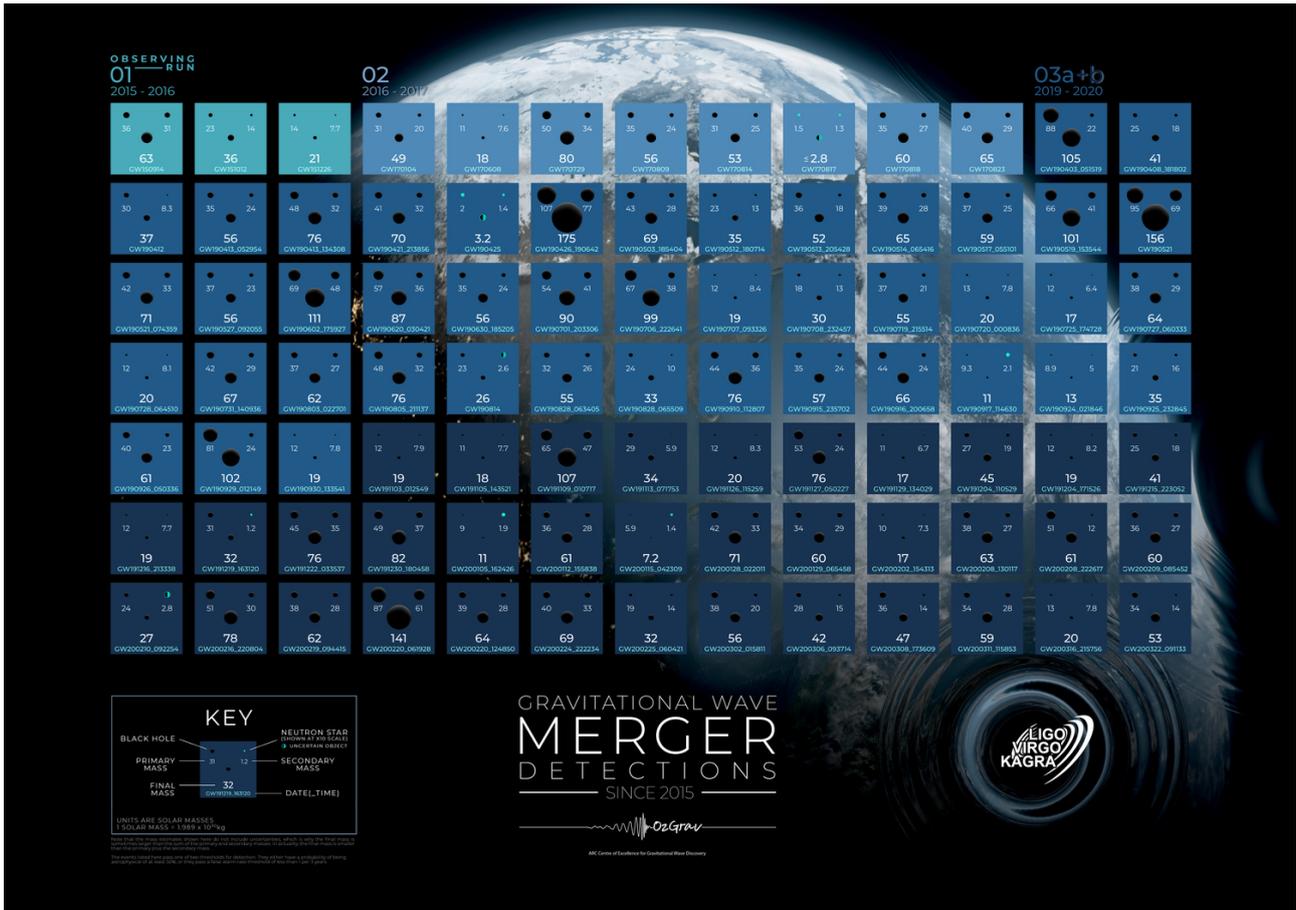
um mar de partículas virtuais, que se materializam em pares partícula-antipartícula, para se aniquilarem pouco depois. Lembrando que a solução de Schwarzschild é uma solução de vácuo das equações de Einstein, perto do horizonte acontecerá também a criação de pares. Embora muitos pares sejam engolidos pelo buraco, dependendo do momento de cada uma das partículas do par, alguns pares podem ser separados, caindo uma das partículas no buraco negro e escapando a outra em direção ao infinito, onde seria interpretada como radiação emitida pelo BN, Figura 16.

Hawking mostrou que a radiação estaria distribuída segundo um espectro de corpo negro. Este processo, que diminui a massa (e o tamanho) do buraco negro, continua sem interrupção, até a evaporação final do buraco. Para buracos negros grandes a evaporação total levaria muito tempo ( $10^{66}$  anos para um buraco de massa  $M_{\odot}$ ). é possível mostrar que a escala temporal associada à perda de energia (“evaporação”) vem dada por [38]

$$\tau \approx \frac{M^3}{\hbar} \approx 10^{10} \text{yr} \left( \frac{M}{10^{15} \text{g}} \right)^3,$$

que é irrelevante para buracos negros de algumas massas solares, mas não para  $M \lesssim 10^{15} \text{g}$ .

O resultado de Hawking é de extrema importância para a compreensão de fenômenos descritos pela teoria quântica de campos em espaço-tempo curvo. Mas a possibilidade de observar em buracos negros astrofísicos a radiação decorrente é nula, já que os buracos negros astrofísicos estão rodeados por material em queda em espiral na direção da singularidade. Este material forma um disco de acreção, e está a temperaturas elevadas, emitindo conseqüentemente radiação a altas temperaturas perto do horizonte (por causa da



**Figura 17:** Fusões de buracos negros detectadas até hoje pela emissão de ondas gravitacionais. Crédito: Carl Knox (OzGrav, Swinburne University of Technology).

fricção). Por outra parte, a intensidade da radiação do efeito Hawking é extremamente baixa, e não existe então possibilidade alguma de observar este efeito nos buracos negros astrofísicos.<sup>27</sup>

### 11 Termodinâmica de buracos negros

Um resultado importante, obtido por Hawking é o teorema da área, que estabelece que em qualquer processo físico que envolva um horizonte, a área do horizonte não pode diminuir. Este resultado pode ser enunciado matematicamente como segue:

$$\frac{dA}{dt} \geq 0.$$

Por outra parte, vimos na seção anterior que um buraco negro emite fótons com o espectro de um

corpo negro de temperatura

$$T = \frac{\hbar}{8\pi kM} \approx 10^{-7} K \left( \frac{M_{\odot}}{M} \right), \quad (16)$$

onde  $k$  é a constante de Boltzmann. No caso do buraco negro de Schwarzschild [43],

$$A = 4\pi \left( \frac{2GM}{c^2} \right)^2,$$

e então  $dA = 32\pi(G/c^2)M dM$ , ou

$$d(Mc^2) = \frac{c^6}{G^2} \frac{dA}{32\pi M} \equiv TdS$$

Como  $T = \hbar/(8\pi kM)$  é a temperatura, segue da equação anterior que a entropia  $S$  do buraco negro vem dada por

$$S = \frac{kc^3 A}{G\hbar 4},$$

e não pode diminuir por causa do teorema da área. Temos então o inesperado resultado de que o

<sup>27</sup>Mas existe uma chance de medir a radiação de Hawking no laboratório, usando buracos negros análogos [17].

**Tabela 1:** Leis da termodinâmica aplicadas à buracos negros

LEI	TERMODINÂMICA	BURACOS NEGROS
Zero	$T$ é constante num corpo em equilíbrio térmico	$\kappa$ é constante no horizonte de um BN estacionário
Primeira	$dE = T dS$ +termos de trabalho	$dM = \kappa/(8\pi) dA + \Omega dJ$
Segunda	$\delta S \geq 0$ em qualquer processo	$\delta A \geq 0$ em qualquer processo
Terceira	é impossível atingir $T = 0$ via processos físicos	é impossível atingir $\kappa = 0$ via processos físicos

buraco negro se comporta como um corpo negro de temperatura  $h/8\pi M$  e entropia proporcional a  $A$ .

O fato de que os buracos negros deviam possuir entropia já tinha sido notado por Wheeler,<sup>28</sup> mas a temperatura de um buraco negro segundo a física clássica é zero, já que ele absorve e não emite nada. Foi somente depois da descoberta da radiação de Hawking que a termodinâmica de buracos negros foi aceita. Sem entrar em detalhes, apresentamos a seguir uma tabela comparando as leis da termodinâmica com conceitos de buracos negros (no caso de um buraco negro estático,  $\kappa$  é a força que é necessário fazer desde o infinito para manter uma partícula pequena sobre o horizonte [34]).

## 12 Coda

Mas de um século tem transcorrido desde que Schwarzschild, Reissner e Nordstrom descobriram as soluções de buraco negro sem e com carga. Neste tempo, os buracos negros têm se mostrado como objetos fascinantes, que podem nos conduzir a grandes descobertas. Mencionaremos a seguir somente algumas destas possibilidades.

Como discutimos brevemente na Seção (11), é possível associar uma temperatura e uma entropia ao buraco negro. Mas a física estatística mostra que no caso de sistemas de muitas partículas, a temperatura e a entropia são manifestações da física microscópica que governa as interações entre as partículas. Em particular, a entropia tem relação com o número de configurações microscópicas compatíveis com um dado estado macros-

cópico [44]. Qual seria então a “física microscópica” por detrás da entropia do buraco negro? Esta é uma pergunta que as duas teorias que pretendem descrever a gravitação num nível fundamental (isto é, a teoria de cordas e a gravitação quântica) têm tentado responder, com diferentes graus de sucesso. Embora existam respostas parciais ao problema (ver por exemplo [45]), ainda não temos a resposta definitiva. Seja qual for, ela estará nos dando informação sobre o regime quântico da gravitação.

Um problema que teria uma forte relação com o anterior é o do paradoxo da informação. Como vimos antes, os buracos negros emitem radiação com temperatura  $T_H$  dada pela equação (16). Em princípio a emissão continuaria até o buraco negro se evaporar completamente, deixando somente radiação, cuja temperatura e demais características dependem só dos parâmetros que caracterizam ao buraco negro. Ou seja, o resultado final independe do estado inicial, isto é, do estado da matéria que colapsa para formar o buraco. Em outras palavras, dado um estado final descrito pelas características da radiação, não é possível determinar a partir dele o estado inicial. Este é o problema da “perda de informação”. Por argumentos que não reproduziremos aqui, esta perda de informação traria uma violação a evolução unitária (um dos pilares da mecânica quântica usual), e como consequência, a gravitação quântica deveria incorporar esta não unitariedade [46].

Os exemplos aqui citados ilustram a importância dos buracos negros em diferentes áreas da física, e o enorme potencial para desempenhar um papel fundamental no desenvolvimento das ideias da física moderna.

<sup>28</sup>De outra forma, se um buraco negro engolisse um corpo quente, a entropia total do sistema corpo + buraco negro decresceria para um observador externo.

**Livros texto**

Básicos: Refs. [13, 25, 26, 43, 47].

Avançados: [31, 32, 48–50].

**Recursos em internet**

- Página sobre buracos negros do telescópio Hubble  
[http://hubblesite.org/explore\\_astronomy/black\\_holes/](http://hubblesite.org/explore_astronomy/black_holes/)
- Página sobre buracos negros do observatório de raios X Chandra  
[http://chandra.harvard.edu/xray\\_sources/blackholes.html](http://chandra.harvard.edu/xray_sources/blackholes.html)
- Perguntas frequentes sobre buracos negros  
<http://cosmology.berkeley.edu/Education/BHfaq.html>
- Introdução aos buracos negros  
[http://www.damtp.cam.ac.uk/user/gr/public/bh\\_home.html](http://www.damtp.cam.ac.uk/user/gr/public/bh_home.html)
- Uma viagem virtual a um buraco negro  
[http://antwrp.gsfc.nasa.gov/htmltest/rjn\\_bht.html](http://antwrp.gsfc.nasa.gov/htmltest/rjn_bht.html)

**Sobre o autor**

Santiago Esteban Perez Bergliaffa ([santiago.bergliaffa@uerj.br](mailto:santiago.bergliaffa@uerj.br)) é Doutor em Física pela Universidade Nacional de La Plata, Argentina e, atualmente, é professor do departamento de física da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ). Desenvolve pesquisas na área de Gravitacão e Cosmologia, sendo especialista em temas como buracos negros, modelos análogos, teorias alternativas da gravitacão e modelos cosmológicos não homogêneos.

**Referências**

- [1] K. Akiyama et al., *First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole*, *Astrophys. J. Lett.* **875**, L1 (2019). [ArXiv:1906.11238](https://arxiv.org/abs/1906.11238).
- [2] K. Schwarzschild, *On the gravitational field of a mass point according to Einstein's theory*, *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)* **1916**, 189 (1916). [ArXiv:physics/9905030](https://arxiv.org/abs/physics/9905030).
- [3] A. Einstein, *Die Feldgleichungen der Gravitation*, *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften* 844–847 (1915).
- [4] J. Michell, *On the Means of Discovering the Distance, Magnitude, &c. of the Fixed Stars, in Consequence of the Diminution of the Velocity of Their Light, in Case Such a Diminution Should be Found to Take Place in any of Them, and Such Other Data Should be Procured from Observations, as Would be Farther Necessary for That Purpose.*, *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.* **74**, 35 (1784).
- [5] H. Nussenzveig, *Curso de física básica: Mecânica*, vol. 1 (Blucher, 2013).
- [6] P. S. Laplace, *Exposition du systeme du monde* (De l'Imprimerie du Cercle-Social Paris, 1796).
- [7] K. S. Thorne, *Agujeros Negros y Tiempo Curvo. El escandaloso legado de Einstein* (Ed. Crítica, 1995).
- [8] K. Schwarzschild, *On the gravitational field of a sphere of incompressible fluid according to Einstein's theory*, *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)* **1916**, 424 (1916). [ArXiv:physics/9912033](https://arxiv.org/abs/physics/9912033).
- [9] J. Earman, *Bangs, Crunches, Whimpers, and Shrieks: Singularities and Acausalities in Relativistic Spacetimes* (Oxford University Press, 1995).
- [10] R. P. Kerr, *Gravitational field of a spinning mass as an example of algebraically special metrics*, *Phys. Rev. Lett.* **11**, 237 (1963).
- [11] E. T. Newman et al., *Metric of a Rotating, Charged Mass*, *J. Math. Phys.* **6**, 918 (1965).
- [12] C. A. R. Herdeiro e J. P. S. Lemos, *The black hole fifty years after: Genesis of the name* (2018). [ArXiv:1811.06587](https://arxiv.org/abs/1811.06587).

- [13] C. W. Misner, K. S. Thorne e J. A. Wheeler, *Gravitation* (W. H. Freeman, 1973), first edition ed.
- [14] C. A. R. Herdeiro e E. Radu, *Asymptotically flat black holes with scalar hair: a review*, *Int. J. Mod. Phys. D* **24**(09), 1542014 (2015). [ArXiv:1504.08209](#).
- [15] S. Klainerman e J. Szeftel, *Brief introduction to the nonlinear stability of Kerr* (2022). [ArXiv:2210.14400](#).
- [16] W. G. Unruh, *Experimental black hole evaporation*, *Phys. Rev. Lett.* **46**, 1351 (1981).
- [17] C. Barcelo, S. Liberati e M. Visser, *Analogous gravity*, *Living Rev. Rel.* **8**, 12 (2005). [ArXiv:gr-qc/0505065](#).
- [18] M. Visser, *Acoustic black holes: Horizons, ergospheres, and Hawking radiation*, *Class. Quant. Grav.* **15**, 1767 (1998). [ArXiv:gr-qc/9712010](#).
- [19] M. Novello, M. Visser e G. Volovik, *Artificial Black Holes* (World Scientific, 2002).
- [20] J. D. Toniato, *De newton a einstein: a geometrização da gravitação*, *Cadernos de Astronomia* **1**(1), 17–29 (2020).
- [21] E. Taylor et al., *Spacetime Physics* (W. H. Freeman, 1992).
- [22] J.-P. Luminet, *Black Holes* (Cambridge University Press, 1992).
- [23] O. F. Piattella, *Introdução à relatividade geral*, *Cadernos de Astronomia* **1**(1), 30–39 (2020).
- [24] J. B. Hartle, *Gravity: an introduction to Einstein's General Relativity* (Benjamin Cummings, 2003).
- [25] B. F. Schutz, *A first course in general relativity* (Cambridge University Press, 1985).
- [26] R. d'Inverno, *Introducing Einstein's relativity* (Clarendon Press; Oxford University Press, 1992).
- [27] K. S. Thorne, R. H. Price e D. A. Macdonald (eds.), *Black holes: the membrane paradigm* (Yale University Press, 1986).
- [28] R. Freedman e W. J. Kaufmann, *Universe* (W. H. Freeman, 2007), 8<sup>a</sup> ed.
- [29] R. Adler, M. Bazin e M. Schiffer, *Introduction to general relativity*, International series in pure and applied physics (New York, McGraw-Hill, 1975), 2<sup>a</sup> ed.
- [30] E. Hobson e Lasenby, *General Relativity: An Introduction for Physicists* (Cambridge Univ Press, 2006).
- [31] E. Poisson, *A Relativist's Toolkit: The Mathematics of Black-Hole Mechanics* (Cambridge University Press, 2004).
- [32] S. Chandrasekhar, *The mathematical theory of black holes*, The International series of monographs on physics 69 (Oxford University Press, 1983), 1<sup>a</sup> ed.
- [33] B. W. Carroll e D. A. Ostlie, *An Introduction to Modern Astrophysics* (Cambridge University Press, 2017), 2<sup>a</sup> ed.
- [34] R. M. Wald, *General relativity* (University of Chicago Press, 1984).
- [35] R. J. Adler et al., *Simple analytic models of gravitational collapse*, *Am. J. Phys.* **73**, 1148 (2005). [ArXiv:gr-qc/0502040](#).
- [36] M. Camenzind, *Compact Objects in Astrophysics - White Dwarfs, Neutron Stars and Black Holes*, Astronomy and Astrophysics Library (Springer, 2007).
- [37] P. S. Joshi e D. Malafarina, *Recent developments in gravitational collapse and spacetime singularities*, *International Journal of Modern Physics D* **20**(14), 2641 (2011).
- [38] S. A. Teukolsky e S. L. Shapiro, *Black holes, white dwarfs, and neutron stars: the physics of compact objects*, Physics textbook (Wiley-VCH, 2004).
- [39] S. A. Hughes, *Trust but verify: The case for astrophysical black holes*, eConf **C0507252**, L006 (2005). [ArXiv:hep-ph/0511217](#).
- [40] A. Einstein, *Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation*, Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften 688–696 (1916).

- [41] A. Einstein, *Über Gravitationswellen*, Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften 154–167 (1918).
- [42] S. W. Hawking, *Black hole explosions*, *Nature* **248**, 30 (1974).
- [43] D. Raine e E. Thomas, *Black Holes - An Introduction* (ICP, 2009), 2<sup>a</sup> ed.
- [44] F. Reif, *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics* (Waveland Press, 2009), reprint ed.
- [45] C. Rovelli, *Loop quantum gravity*, *Living Rev. Rel.* **11**, 5 (2008).
- [46] J. D. Bekenstein, *Black holes: Classical properties, thermodynamics and heuristic quantization*, in *9th Brazilian School of Cosmology and Gravitation* (1998). [ArXiv:gr-qc/9808028](#).
- [47] E. F. Taylor e J. A. Wheeler, *Exploring black holes: introduction to general relativity* (Addison Wesley Longman, 2000).
- [48] V. P. Frolov e A. Zelnikov, *Introduction to Black Hole Physics* (Oxford University Press, 2011).
- [49] G. E. Romero e G. S. Vila, *Introduction to Black Hole Astrophysics*, Lecture Notes in Physics 876 (Springer-Verlag, 2014).
- [50] K. S. Thorne, R. H. Price e D. A. MacDonald, *Black Holes: The Membrane Paradigm*, Silliman Memorial Lectures (Yale University Press, 1986).