

A física da radiação cósmica de fundo em micro-ondas

Luiz Filipe Guimarães

Universidade Federal do Espírito Santo

Resumo

A radiação cósmica de fundo em micro-ondas é um dos principais observáveis da cosmologia desde a sua descoberta. Ela permite a investigação do cosmos desde seus primeiros instantes: do universo primordial, passando pela época de sua formação, e até os dias atuais. Conseguimos extrair de suas propriedades estatísticas traços deixados por todas as épocas do universo. Neste artigo, iremos detalhar como a radiação de fundo foi prevista, detectada, e como sua análise fornece as melhores descrições do universo no passado e no presente.

Abstract

The cosmic microwave background radiation is one of the main observables of cosmology since its discovery. It allows the investigation of the cosmos from its first moments: from the primordial universe, through the epoch of its formation, and to the present time. We can extract, from its statistical properties, traces from all epochs of the universe. In this review, we detail how the background radiation was predicted, detected, and how its analysis provides the best descriptions of the past and present universe.

Palavras-chave: cosmologia, universo primordial, radiação cósmica de fundo.

Keywords: cosmology, primordial universe, cosmic microwave background.

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v4n2.41639](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v4n2.41639)

1 Introdução

A radiação cósmica de fundo em micro-ondas (RCFM, também referida no inglês, *cosmic microwave background radiation*, CMB)¹ é a luz mais antiga que conseguimos observar no universo. Hoje detectada em maior potência na faixa do espectro em micro-ondas [1, 2], a CMB surgiu quando o universo deixou de ser opaco, como resultado dos fótons se libertando da interação com elétrons e bárions extremamente quentes do universo primordial. Àquele momento, os fótons encontravam-se principalmente na frequência do infravermelho.

A observação da CMB permite a análise sobre como o universo surgiu e também como evoluiu. Conseguimos extrair informações sobre os primeiros instantes do universo, antes mesmo da formação da CMB, passando pelas diferentes fases de evolução do universo até os dias atuais. Sua descoberta em 1964, por Arno Penzias e Robert Wilson [1], fortaleceu e, ao mesmo passo, instaurou

dúvidas à respeito do modelo de *big bang* quente para o universo primordial. Recentemente, através de colaborações e satélites recentes, como o Planck [3], a análise da CMB inaugurou a nova era da cosmologia de alta precisão, permitindo obter os valores de parâmetros cosmológicos à precisões nunca antes alcançadas [4].

Neste artigo de revisão, primeiramente introduzimos a história da descoberta da CMB, começando pela evolução da cosmologia após o advento da Teoria da Relatividade Geral. Destacamos a criação do modelo de *big bang* quente, que levou às previsões a respeito da existência da CMB. A fim de entendermos tais previsões, e o porquê da CMB ser observada na faixa de micro-ondas, precisamos entender alguns conceitos. Primeiramente, apresentamos a chamada radiação de corpo negro. Em seguida, demonstramos o porquê de fótons não se propagarem livremente no começo do universo, e a física por detrás do desvio para o vermelho cosmológico, que modifica a frequência dessa luz até os dias de hoje. Por fim, fechamos a Seção 2 com as previsões feitas ao longo da década de 40 utilizando os conceitos

¹A partir de agora, usaremos o acrônimo CMB para nos referirmos à radiação cósmica de fundo em micro-ondas

apresentados.

Na sequência, na Seção 3, discorremos sobre a descoberta da CMB por Penzias e Wilson, e sobre os subsequentes avanços nas observações utilizando satélites em órbita da Terra: as missões COBE [5], WMAP [6] e Planck [3,7]. Concluímos essa seção do texto com as perspectivas futuras, e com são as missões e telescópios em desenvolvimento, sejam na superfície ou em órbita.

Por fim, na Seção 4, detalhamos a física do que vemos na CMB: como os fótons se propagam no universo, como carregam informações a respeito de suas condições iniciais (os detalhes do universo primordial), e como essa propagação pelo cosmos é modificada devido às características do universo (os parâmetros cosmológicos). É através da evolução do espectro primordial da CMB que conseguimos calcular a abundância (ou seja, a quantidade) de matéria bariônica, matéria escura e energia escura presentes no universo.

2 Teoria e previsão

2.1 Histórico

Antes de detalharmos os cálculos necessários para entendermos a produção da CMB, apresentemos o contexto da cosmologia nas primeiras décadas do século XIX. Em 1915, Albert Einstein publicou a Teoria da Relatividade Geral (RG) [8–10], unindo sua Teoria da Relatividade Restrita à Gravitação, e demonstrando que o espaço-tempo é uma entidade única e que pode ser deformada. Einstein mostrou que a gravidade é justamente o resultado da deformação do espaço-tempo por corpos massivos e energia (ou seja, devido a curvatura do espaço-tempo). Dentre suas previsões estavam diversos efeitos que fugiam à gravitação newtoniana, como a precessão do periélio de Mercúrio, já observada por séculos, mas cujo valor correto só pôde ser obtido com o advento da RG. De forma semelhante, a RG permitiu o cálculo correto para a deflexão da luz devido a corpos massivos, também já prevista por Newton e calculada (no contexto da Gravitação Newtoniana) por Johann Soldner. Esse efeito foi confirmado [11] poucos anos após a publicação da RG, em 1919, através do eclipse solar de 29 de maio ocorrido naquele ano. Duas expedições para observação do eclipse foram capitaneadas

por Arthur Eddington: uma para a Ilha do Príncipe, na costa ocidental da África, e uma para Sobral, no Ceará, onde obteve-se os melhores resultados para o desvio da luz devido ao Sol [12].

Do ponto de vista teórico, os anos subsequentes à publicação da RG foram igualmente prolíficos. Já em 1916, a primeira solução das equações de campo da RG foram obtidas por Karl Schwarzschild [13]. A solução de Schwarzschild é válida apenas para o vácuo, externo a uma distribuição de massa estática e esfericamente simétrica.

Nesse período, a avanço da Cosmologia também foi marcante, e acompanhou suas primeiras previsões matematicamente fundamentadas. Até então, muito se discutia a respeito de como o universo se comportava. A descrição mais aceita à época era a de um universo estático: tudo nele presente sempre existiu, da forma como observado. O espaço-tempo, portanto, não deveria crescer, contrair ou evoluir de qualquer forma. O próprio Albert Einstein era preponente de tal modelo. Em 1917, ele desenvolveu seu modelo de universo estático baseado na RG [14], com a necessidade de adição um certo termo às equações de campo, denominado constante cosmológica, graficamente representada pela letra grega Λ .² Esta adição era necessária para que o universo estático fosse solução das equações de Einstein.

Entretanto, em 1922, Alexander Friedmann [15] obteve corretamente como deveria ser o espaço-tempo de um universo dotado de matéria com densidade de energia e pressão. Friedmann demonstrou que o universo evolui, expande, indo de encontro ao que previa a teoria do universo estático. Poucos anos depois, em 1927, Georges Lemaître, sem conhecimento dos trabalhos de Friedmann, chegou às mesmas conclusões [16]. De forma similar, nos Estados Unidos, Howard Robertson em 1928 [17] e Arthur G. Walker em 1936 [18] também calcularam qual deveria ser o comportamento do espaço-tempo do universo. Hoje, conhecemos a métrica (descrição do espaço-tempo) do universo como a métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker,

²Veremos adiante que a constante cosmológica, na verdade, não torna o universo estático, mas acelera seu crescimento. Ela é peça fundamental no modelo cosmológico padrão atual, o modelo Λ CDM, onde CDM significa *cold dark matter*, ou matéria escura fria.

FLRW.³

O modelo do universo de Friedmann é um universo que expande, e as primeiras observações desse fenômeno foram obtidas por Lemaître em 1927, e logo depois por Edwin Hubble, em 1929. Ambos constataram que nebulosas extragaláticas distantes afastavam-se de nós de tal maneira que, quanto mais distante a estrela, maior a sua velocidade de afastamento.⁴ A matéria no universo (em larguíssima escala, ou seja, grandes distâncias) seria distribuída de forma homogênea (mesma densidade) e isotrópica (independente de direção). A lei de Hubble-Lemaître, que descreve a velocidade de expansão do universo, é imediatamente recuperada admitindo-se homogeneidade e isotropia. Essas condições sobre o universo em largas escalas, exigindo-se homogeneidade e isotropia, configuram o chamado Princípio Cosmológico [20, 21].

Se o universo hoje está crescendo, com os objetos nele presentes afastando-se um dos outros de forma isotrópica, o modelo de Friedmann então prevê que o universo jovem era muito pequeno, denso e quente. Ademais, prevê um início singular para o tempo, em $t = 0$, quando o tamanho do universo seria zero e diversas de suas características, como temperatura e curvatura, seriam infinitas. Esse comportamento, com a presença de uma singularidade, era severamente questionado, em especial por adeptos de outra teoria desenvolvida ao longo da metade do século, a do universo de estado estacionário (do inglês, *steady state*). Dentre seus principais preponentes estava o físico inglês Fred Hoyle. Em abril de 1949, em um programa de rádio da BBC, Hoyle cunhou, de forma irônica, o comportamento do universo de Friedmann como um *big bang* (uma grande explosão) [22], termo esse que vingou e é como muitos, até os dias de hoje, conhecem o modelo proveniente da solução de Friedmann.⁵

³Em 2022 comemorou-se o centenário das descobertas de Friedmann, motivo pelo qual ao volume 3, número 1 do *Cadernos de Astronomia* de 2022, foi dedicado à data comemorativa e às pesquisas sobre a evolução do universo. Uma tradução do artigo seminal de Friedmann também foi publicada nessa referida edição [19]. E, nesta presente edição do *Cadernos de Astronomia*, o artigo original de Lemaître foi traduzido para o português pela primeira vez.

⁴Na época, ainda não se havia estabelecido o conceito de galáxias além da Via Láctea, e as demais galáxias no universo eram conhecidas como nebulosas, com dimensões muito diferentes de uma galáxia padrão.

⁵Infelizmente, no imaginário coloquial, o termo *big*

Desta forma, o universo de Friedmann passou a ser conhecido como modelo de *big bang* quente. Apesar das críticas de Hoyle e demais preponentes do universo em *steady state*, o modelo era amplamente analisado pela comunidade científica da época, tendo diversos defensores. Entre seus principais nomes e responsáveis pela previsão da existência da radiação cósmica de fundo devido ao modelo de *big bang*, destacam-se o físico russo George Gamow, os físicos norte-americanos Ralph A. Alpher, Robert C. Hermann e Robert H. Dicke. Os três primeiros, ao final da década de 1940, publicaram, independentemente e em colaboração, diversos trabalhos [23–27] a respeito da síntese dos núcleos atômicos pelo universo primordial e suas consequências.

Nas próximas seções, explicamos mais profundamente os fenômenos físicos que, em conjunto, baseiam as previsões feitas a respeito da existência da radiação cósmica de fundo em micro-ondas, a CMB.

2.2 Radiação de corpo negro

Os períodos de criação de matéria bariônica (Bariogênese) e a subsequente produção dos núcleos atômicos mais leves (Nucleossíntese) resultaram em fótons remanescentes, que seriam detectáveis até os dias atuais.⁶ Como veremos a seguir, esses fótons estiveram em constante interação com elétrons e bárions, portanto o universo era opaco. Dizemos assim que essa radiação teria um espectro de corpo negro.

Denomina-se “corpo negro” um objeto que reemite toda a luz que ele recebe, de forma não reflexiva – e por isso negro, por não refletir a luz. No começo do século XIX, Max Planck resolveu um dos principais problemas da física clássica,⁷ que

bang é levado ao pé da letra, e muitos acreditam que este evento foi, de fato, uma explosão. Apesar de ser um período muito quente e com partículas extremamente energéticas, o que hoje chamamos de *big bang* não foi uma fase explosiva.

⁶A Seção Temática deste mesmo número dos CdA contém com artigos que se dedicam à explicação desses dois importantes fenômenos do universo primordial.

⁷Anos antes, Wilhelm Wien já havia desenvolvido, por argumentos termodinâmicos, uma lei que descrevia razoavelmente bem a radiação de corpo negro [28]. Era uma boa descrição qualitativa do espectro de corpo negro, mas encontrava uma pequena diferença numérica para os valores experimentais.

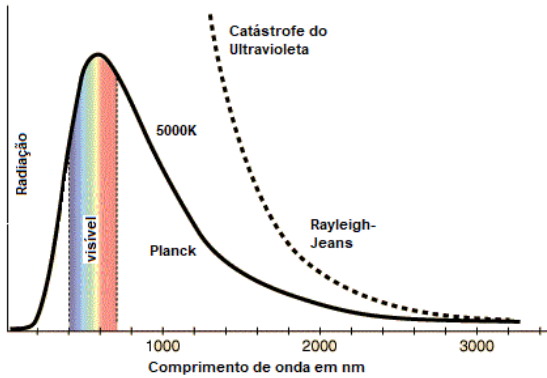


Figura 1: Espectro de corpo negro determinado pela Lei de Planck, em comparação com previsão da Lei de Rayleigh-Jeans, para um corpo negro a 5000 K. Observamos que um corpo negro a essa temperatura emite mais luz na faixa do visível. Modificado, créditos à [Dmitri Pogosian](#).

era o denominado catástrofe do ultravioleta [29].⁸ Seguindo a lei de Rayleigh-Jeans, prevalente até então, um corpo negro deveria reemitir cada vez mais luz para comprimentos de onda cada vez menores (em direção ao ultravioleta), em um comportamento divergente. Planck introduziu o conceito de “quantização” da energia que poderia ser emitida em radiação eletromagnética, ou seja, a energia só poderia ser emitida com certos valores específicos. A lei de Planck, então, demonstra que o espectro da luz de corpo negro não é divergente para comprimentos de onda pequenos, apresentando um valor máximo, e com isso uma grande equivalência com resultados de laboratório. Para grandes comprimentos de onda, a lei de Rayleigh-Jeans ainda é válida, no entanto, para pequenos comprimentos de onda, o espectro se comporta conforme a Lei de Planck,

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (1)$$

onde $B_\nu(T)$ é a densidade de radiação do objeto a uma frequência ν dada uma temperatura do corpo T , h é a constante de Planck, c a velocidade da luz e k a constante de Boltzmann. Vemos um exemplo da radiação de um corpo negro a 5000 K na Fig. 1, comparando com a Lei de Rayleigh-Jeans.

É possível encontrar diversos exemplos de radiação de corpo negro na natureza. O brilho

⁸Uma tradução do artigo original encontra-se disponível no volume 4, nº 1 (2023) do *Cadernos de Astronomia* [30].

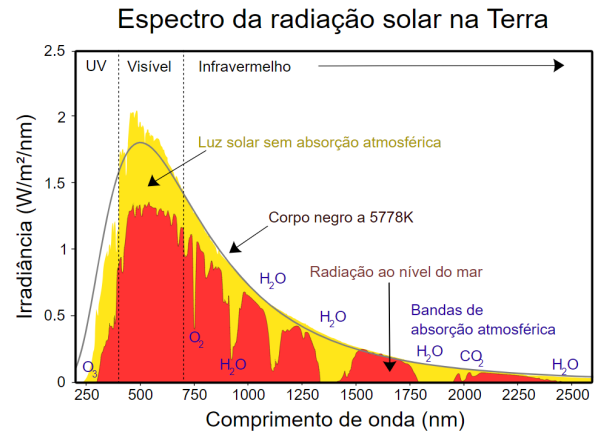


Figura 2: Espectro da luz solar, em amarelo, e o espectro que atinge a superfície, em vermelho, após absorção pela atmosfera. O espectro segue a Lei de Planck para uma temperatura de $T = 5778$ K. Créditos: Robert A. Rohde, via [Wikimedia Commons](#).

de uma barra de metal aquecida, o espectro de uma estrela, ambos seguem a distribuição esperada da lei de Planck. O espectro da luz solar, Fig. 2, a menos da absorção pela atmosfera, é aproximadamente um espectro de corpo negro com frequência máxima na faixa do verde/verde-azulado, $\lambda \approx 500$ nm.

2.3 Recombinação e último espalhamento

O universo primordial, muito quente e denso, não permitia que fótons se propagassem livremente: sempre interagiam com prótons e, em especial, com elétrons, no chamado Espalhamento Thomson [21]. Em outras palavras, comportava-se como um corpo negro, porque todos os fótons nele presentes eram absorvidos e então reemitidos. Por milhares de anos, no entanto, tal reemissão era logo seguida de absorções e reemissões subsequentes.

Inclusive, muitos desses elétrons não estavam isolados no universo: faziam parte de átomos de hidrogênio. Os fótons primordiais superavam em número os bárions em aproximadamente dois bilhões para um. Ou seja, tais átomos de hidrogênio mantinham-se neutros por pouco tempo, porque que eram constantemente ionizados por fótons a 13,6 eV, extremamente numerosos.⁹

Podemos calcular o livre caminho médio dos fótons $\lambda_{l.c.m.}$, e por consequência sua taxa de es-

⁹Um elétron-Volt é uma medida de energia, onde $1 \text{ eV} = 1,60218 \times 10^{-19} \text{ J}$

palhamento Γ , em função do *redshift* observado,¹⁰

$$\lambda_{l.c.m.} = \frac{1}{X_e n_b \sigma_T a} \quad (2)$$

$$\Gamma = \frac{c}{\lambda_{l.c.m.}} = X_e n_b \sigma_T a c, \quad (3)$$

onde X_e é a fração de ionização do universo e n_b a densidade numérica de bárions. σ_T é a seção de choque do espalhamento Thomson, avaliada em $\sigma_T = 6,65 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$. Quando o universo está totalmente ionizado, que era o caso na época, temos que $X_e = 1$ e $n_b = n_e = n_{b,0}/a(t)^3$, onde $n_{b,0}$ é a densidade numérica de bárions hoje, avaliada em $n_{b,0} = 0,22 \text{ m}^3$, e $a(t)$ é o fator de escala do universo no tempo t .

À medida que o universo se expandiu, sua densidade diminuiu, permitindo que esses fótons remanescentes colidissem cada vez menos com elétrons, ao mesmo tempo permitindo que cada vez mais átomos de hidrogênio neutro sobrevivessem. Consideramos os fótons propagando livremente quando sua taxa de espalhamento Γ se torna inferior taxa de expansão do universo, $H(t)$. Ou seja, quando o espaço-tempo estiver crescendo mais rápido do que fótons e elétrons podem espalhar – o universo cresce tanto que os fótons não alcançam outros elétrons. A partir desse momento, átomos de hidrogênio deixam de ser ionizados, mantendo-se neutros. Chamamos esse período de recombinação.¹¹

Como podemos ver através de (3), a taxa de espalhamento dos fótons Γ depende de quão ionizado estava o hidrogênio no universo X_e . Conforme mencionado, havia muito mais fótons do que hidrogênio/bárions no universo, em número. Portanto, mesmo com a temperatura média dos fótons abaixo da energia de ionização do hidrogênio, muitos fótons com 13,6 eV de energia persistiam. A temperatura média do universo precisou reduzir consideravelmente para chegar-se a época da recombinação.

Podemos calcular o tempo de último espalhamento dos fótons através da equiparação entre função de Hubble-Lemaître, que descreve a expansão do universo. Os detalhes precisos fogem

¹⁰O *redshift* z é definido através do fator de escala, (4).

¹¹Esse período recebeu esse nome, um pouco controverso, por ser quando elétrons e prótons finalmente puderam se combinar novamente, sem sofrer de quase imediata ionização subsequente, para enfim formar hidrogênio neutro.

ao objetivo deste artigo, porém recomendamos ao leitor mais interessado as referências [20, 21]. A conclusão desses cálculos fornece o valor de tempo aproximado de 350.000 anos. O universo, nessa época, tinha uma temperatura aproximada de 3.000 K, correspondente a uma energia média dos fótons de 0,323 eV e, como visto anteriormente, a emissão desses fótons seguiu um espectro de corpo negro. Portanto, seu máximo de emissão aconteceu por volta de um comprimento de onda de $\lambda \approx 1.000 \text{ nm} = 1 \mu\text{m}$, i.e. na faixa do infravermelho.

Os fótons, então livres, formam a chamada superfície de último espalhamento.¹² Essa é a “imagem” da radiação de fundo como observamos. Os fótons propagaram livremente até serem detectados por nossas antenas, satélites e telescópios (veja Fig. 9 para o imageamento mais recente, do Planck [2]).

2.4 Redshift cosmológico

A radiação de fundo é observada principalmente na faixa de micro-ondas, ou seja, a uma frequência muito diferente da qual tinha em seu último espalhamento. É justamente a expansão do universo a responsável por essa mudança.

Podemos entender esse fenômeno partindo de um exemplo cotidiano. O movimento relativo entre objeto emissor e observador ocasiona na discrepância entre frequência de som emitida e a frequência observada. Por exemplo, quando um carro se movimenta em nossa direção, ouvimos seu som em um tom mais agudo. À medida que o carro aproxima-se de nós, ele também está mais próximo do som recém-emitido. Ou seja, comprimento de onda é reduzido (observador B, parte inferior da Fig. 3). De forma contrária, quando o carro afasta-se de nós, também afasta-se das ondas sonoras emitidas em nossa direção, o que aumenta o comprimento de onda e torna o som mais grave (observador A, parte inferior da Fig. 3). Para o motorista do carro, no entanto, a frequência sonora se mantém inalterada (caso estacionário, caso superior da Fig. 3). Esse é o chamado Efeito Doppler.

A luz também sofre desse efeito. Fontes emis-

¹²Na verdade, eles formam uma camada, porque os fótons não sofreram seus últimos espalhamentos exatamente ao mesmo tempo.

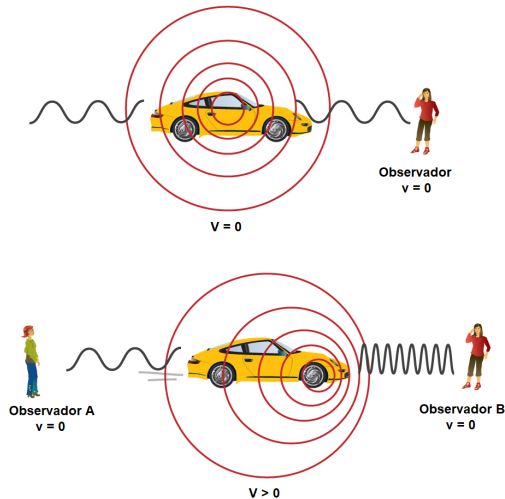


Figura 3: Esquemática do Efeito Doppler para ondas sonoras. *Superior:* fonte estacionária, observador à direita. *Inferior:* Movimento do carro em direção ao observador B, à direita, aproximando-se, enquanto afasta-se do observador A. Créditos: NASA/SSU/Aurore Simonnet.

soras de luz que se aproximam de um observador são então observadas à uma frequência maior, ou seja, sua luz é medida com comprimento de onda menor do que o emitido. Similarmente, se uma fonte luminosa afasta-se do observador, a luz é medida com comprimento de onda maior. Utilizando a faixa do espectro visível, dizemos que a luz sofre um desvio para o azul (menores comprimentos de onda) quando a distância relativa entre emissor e observador reduz, e sofre um desvio para o vermelho (maiores comprimentos de onda) quando a distância relativa aumenta.

O universo está crescendo, e objetos distantes de nós estão afastando-se cada vez mais. Portanto, pelo efeito Doppler, o comprimento de onda emitido será esticado. O desvio para o vermelho cosmológico é, então, nada mais que o efeito Doppler devido à expansão do universo. Por isso a alcunha de “cosmológico”, pela origem desse afastamento.

A expressão do desvio para o vermelho cosmológico z é dada por [20]

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e} = 1 + \frac{a(t_0)}{a(t_e)} = \frac{1}{a(t_e)}, \quad (4)$$

λ_0 é o comprimento de onda observado hoje, $a(t_0) = 1$ o fator de escala hoje, $a(t_e)$ o fator de escala do universo quando a luz foi emitida e λ_e o comprimento de onda na emissão. Vemos en-

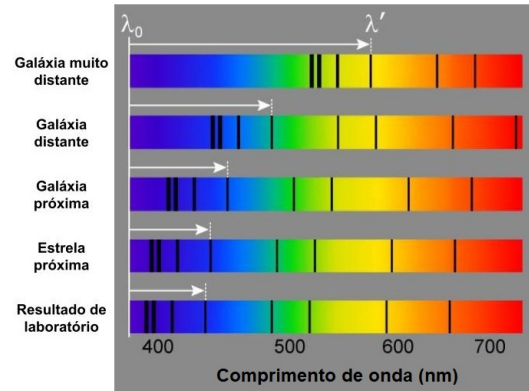


Figura 4: Exemplo de espectro de emissão observado para diferentes fontes. De cima para baixo, partindo desde distâncias maiores, e portanto maior velocidade de recessão em comparação a observação na Terra: galáxias muito distantes, galáxias distantes, galáxias próximas, estrelas próximas, e o resultado da emissão pelo átomo em questão em um laboratório. O comprimento de onda da linha de referência, do resultado de laboratório, é modificado até λ' , devido à recessão da galáxia muito distante. Vemos que as linhas movem-se em direção aos comprimentos de onda referentes à cor vermelha. Modificado, créditos: Jet Propulsion Laboratory / California Institute of Technology.

tão que o comprimento de onda da luz aumenta conforme o fator de escala aumenta, de forma praticamente proporcional. À época do último espalhamento, o fator de escala do universo era aproximadamente 1100 vezes menor do que ele é hoje, ou seja, $z \simeq 1100$ e por consequência o comprimento de onda da luz foi esticado em 1100 vezes. De fato, observamos isso: a luz saiu do infravermelho, $\lambda_e \simeq 1 \mu\text{m}$, para o micro-ondas, $\lambda_0 \simeq 1 \text{ mm}$.

Como mencionado anteriormente, Lemaître e Hubble detectaram esse comportamento para estrelas fora de nossa galáxia. Essas medidas puderam ser feitas justamente por causa do chamado desvio para o vermelho cosmológico: a luz das estrelas em questão foi observada com um comprimento de onda maior do que o original (de emissão). Podemos inferir esse desvio através da movimentação das linhas de absorção no espectro da luz dessas estrelas. Quanto mais rápida a velocidade de afastamento, maior é o desvio para o vermelho, ou seja, as linhas de emissão/absorção são deslocadas para comprimentos de onda maiores (frequências menores), como indicado na Fig. 4.

Salientamos que a expansão das distâncias en-

tre corpos celestes é válida apenas para objetos no chamado fluxo de Hubble, em grandes escalas. Para objetos próximos em escalas cosmológicas, a expansão do universo não se faz presente: a distância entre Terra e Sol não é modificada por este motivo, assim como distâncias dentro da Via Láctea ou até mesmo dentro do Aglomerado de Virgem, onde nossa galáxia está situada.

2.5 Previsão

Resumindo: o universo jovem, em seus primeiros 350 mil anos, era muito denso e quente. Os fótons ainda eram energéticos o suficiente para constantemente ionizarem átomos de hidrogênio e não conseguiam propagar livremente para regiões mais distantes, pois logo interagiam com elétrons próximos. Quando a taxa de expansão do universo venceu a taxa de espalhamento Thomson entre fótons e elétrons, houve a recombinação do hidrogênio neutro, e os fótons passaram a propagar livremente. O universo deixou de ser opaco, e por esse motivo a luz foi emitida com espectro de corpo negro. Conforme o universo expandiu, a luz, que foi emitida principalmente na faixa do infravermelho (temperatura do universo na faixa de 3000 K), sofreu desvio para o vermelho cosmológico, tendo seu comprimento de onda esticado.

Alpher, Gamow e Hermann publicaram diversos artigos sobre o tema, contendo diferentes previsões para a temperatura presente de tal radiação. As estimativas variavam entre $T = 4,8\text{ K}$ e $T = 50\text{ K}$ [24, 26, 27, 31–33]. Vale lembrar que a temperatura da CMB é a mesma temperatura do universo atual.

Os valores previstos já indicavam que essa radiação emitida pelo universo jovem, nos dias de hoje, deveria ser observada em maior amplitude na faixa de micro-ondas. No entanto, apesar de conhecidos e debatidos na época, tais resultados ficaram “dormentes” na comunidade científica da época, devido à pouca confiança na detecção de tal sinal de radiação de fundo. Apenas na década de 60 que os resultados de Gamow e colaboradores foram recuperados, justamente com a descoberta da CMB.

3 Observações

3.1 Histórico - Penzias & Wilson

A antena corneta de Holmdel,¹³ cidade situada no estado de Nova Jérsei, EUA, foi construída pelo Bells Labs para atuar em conjunto com os satélites Echo, com o objetivo de amplificar a transmissão de sinais de rádio [34, 35]. Devido ao lançamento do satélite Telstar, que tornou o Echo obsoleto, decidiu-se pela reutilização da antena por outros cientistas. Uma das propostas, capitaneada por Robert Wilson e Arno Penzias, ambos cientistas do Bell Labs, tinha como objetivo a detecção de sinais de rádio de origem extragaláctica

Em 1964, com a antena em funcionamento, resultados inesperados foram obtidos. Um ruído, na faixa de comprimento de onda de $\lambda \sim 7,35\text{ cm}$, estava sendo detectado e não era possível reduzi-lo de nenhuma forma [1]. Penzias e Wilson redirecionavam a antena para outras direções, mas o ruído mantinha-se presente. Até mesmo um ninho de pombos, que haviam alojado-se na antena, foi retirado.¹⁴ A antena foi devidamente sanitizada mas o ruído persistia.¹⁵

Na tentativa de entender o porquê dessa radiação de fundo estar sendo captada, Penzias e Wilson entraram em contato com o grupo de cosmologia de Princeton, liderado por Robert H. Dicke. Nessa época, Dicke e colaboradores estavam investigando o universo à época da recombinação [36]. Sem ciência dos resultados do grupo de Gamow de anos anteriores, também concluíram que radiação na faixa de micro-ondas deveria existir como fundo cosmológico nos dias atuais.

Desta forma, Penzias, Wilson e Dicke chegaram em acordo de que o ruído detectado pela antena era nada mais nada menos do que a CMB, apresentando uma temperatura de aproximadamente 3,5 K [1]. As previsões de Gamow et al. mostraram-se corretas, dentro da margem de erro

¹³Em inglês é conhecida como *Holmdell Horn Antenna* e leva esse nome devido ao seu formato. Em português também é conhecida como antena do tipo corneta piramidal.

¹⁴Em uma nota triste, tais pombos foram mortos pelos cientistas, em uma tentativa de evitar que o problema se repetisse.

¹⁵Curiosamente, as antenas de TV analógicas também conseguem captar parte dessa radiação de fundo: Cerca de 1% da estática dessas TVs é oriunda da CMB.

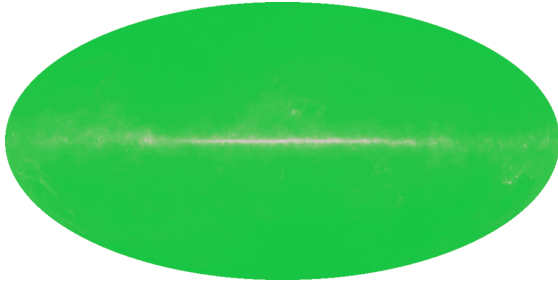


Figura 5: Reconstrução do mapa da CMB, a partir de dados originais obtidos por Penzias e Wilson. Mapa feito pela colaboração WMAP [6]. O disco galáctico, no dentro da imagem, emite radiação em micro-ondas, que contamina o mapa total. Em verde, tem-se a temperatura uniforme medida em 1964.

deste experimento. O universo de hoje é repleto de fótons que sofreram seu último espalhamento na época da recombinação, tendo sofrido desvio para o vermelho de origem cosmológica deste então até sua observação.

As medidas de Penzias e Wilson podem ser vistas na Fig. 5. O comprimento de onda dessa luz, como pode ser visto, foi detectado como sendo totalmente isotrópico, ou seja, independente de direção no céu. Claro, este resultado é válido quando ignoramos a contaminação pelo centro da galáxia (a tênue faixa cinza presente ao longo do equador de Fig. 5, que está em coordenadas galácticas). A descoberta da CMB rendeu a Penzias e Wilson o Prêmio Nobel em Física de 1978.¹⁶

3.2 Primeiras missões - COBE e WMAP

A partir da descoberta da CMB, missões desenhadas especificamente para observação dessa radiação de fundo foram desenvolvidas. A primeira delas, de 1989, foi o COBE (do inglês *COsmic Background Explorer* – Explorador do Fundo Cósmico) [5, 37], em funcionamento até 1993. Montado em satélite em órbita do planeta, assim como experimentos mais recentes, o COBE consistia de três instrumentos.

O DMR (do inglês *Differential Microwave Radiometer* – Radiômetro Diferencial de Micro-ondas), era o responsável pela detecção da CMB [38]. Tinha como objetivo as medições de flutuações do brilho da CMB, ou seja, detecção das

¹⁶Mais precisamente, metade do prêmio foi para os dois, enquanto a outra metade foi para o físico russo Pyotr Leonidovich Kapitsa, da área de matéria condensada de baixas temperaturas.

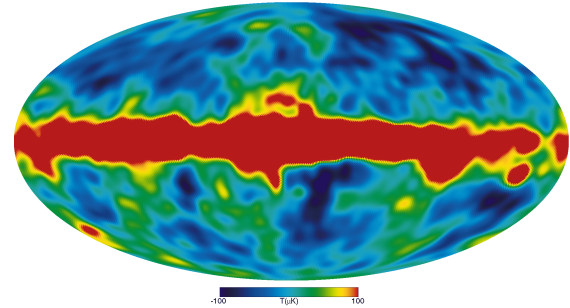


Figura 6: Mapa da CMB medido pelo COBE [37]. Nota-se as primeiras flutuações de temperatura, da ordem de 10^{-3} K. No centro da imagem, em vermelho, vemos a contaminação devido ao disco galáctico da Via Láctea.

flutuações na temperatura da radiação. Já o DIRBE (do inglês *Diffuse Infrared Background Experiment* – Experimento do Fundo Difuso de Infravermelho) tinha como objetivo a detecção da radiação cósmica de fundo no infravermelho, produzida pelas primeiras estrelas do universo [39].

Além do desses, o COBE continha também um instrumento para medição completa do espectro da CMB, o FIRAS (do inglês *Far Infrared Absolute Spectrophotometer* – Espectrofotômetro absoluto no Infravermelho distante). O aparato consistia em um interferômetro de Michelson, dotado de uma referência de espectro de corpo negro [40]. Sua sensibilidade era na faixa de comprimento de onda do infravermelho (como seu nome sugere), de 0,1 mm a 10 mm.

Os resultados do COBE foram de extrema importância para o entendimento do universo primordial. Pela primeira vez, foram vistas anisotropias da temperatura da CMB. Verificou-se que ela não é completamente homogênea, ao contrário do previsto na teoria do *big bang* quente (veja Fig. 6).¹⁷ Tais anisotropias na temperatura medidas pelo DRM/COBE foram da ordem de 1 parte por 10^5 Kelvin.

O FIRAS também foi bem sucedido, confirmando o espectro de corpo negro da CMB, de temperatura $2,725 \pm 0,002$ K, e com um desvio do corpo negro inferior a 0,03% [40], Fig. 7. No tocante ao espectro, o modelo de *big bang* quente provou-se correto.

Proposto em 1995 e lançado em 2001, o WMAP (*Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* – Prova

¹⁷Uma análise mais detalhada dos problemas associados ao modelo de *big bang* quente será feita na seção 4.1.

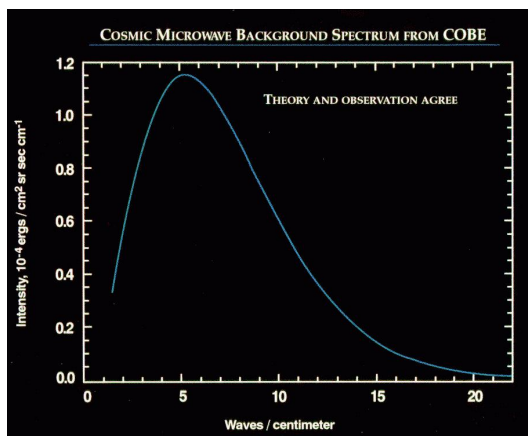


Figura 7: Espectro da CMB medido pelo FIRAS [40]. A precisão do experimento é tamanha que as barras de erro são menores do que a espessura da linha do gráfico.

de Anisotropias em Micro-ondas Wilkinson¹⁸) também em satélite, ficou ativo até 2010 [6]. Conforme seu nome já indicava, tinha como objetivo a detecção em maiores detalhes das anisotropias da temperatura de CMB. A sensibilidade do WMAP era 45 vezes maior do que a do COBE. A resolução angular que o WMAP atingiu foi da ordem de $0,3^\circ$, superior aos 10° de arco do COBE em 33 vezes. Em termos de multipolos explorados temos que o WMAP mediu entre $2 < \ell < 1200$,¹⁹ enquanto o DMR/COBE apenas entre $2 < \ell < 40$. Podemos ver as melhorias na resolução do WMAP na Fig. 8.

Através da análise estatística das flutuações de temperatura medidas pelo WMAP, pôde-se concluir que as perturbações cosmológicas primordiais eram praticamente invariantes de escala [42]. Reservamos maiores detalhes a respeito da física da CMB e das perturbações cosmológicas para a seção 4.

3.3 O satélite Planck

O satélite de atuação mais recente foi o Planck, da Agência Espacial Europeia (ESO), proposto em 1996 e lançado em 19 de Maio de 2009 [3, 7]. Ficou em atuação entre 2009 e 2013, e a colaboração publicou três grandes conjuntos de análise

¹⁸Nomeado em 2002 em homenagem a David Todd Wilkinson, cientista norte-americano de grande contribuição na elaboração do COBE e do próprio WMAP.

¹⁹Podemos decompor o céu através de harmônicos esféricos, e assim traduzir as aberturas angulares θ em multipolos ℓ , através da expressão $\ell = 180^\circ/\theta$.

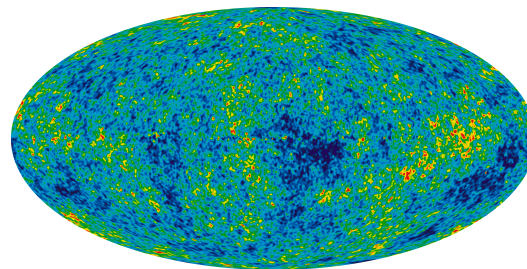


Figura 8: Flutuações de Temperatura da CMB medido pelo WMAP [41, 42] As flutuações de temperatura da CMB podem ser claramente vistas, e notamos que com um tamanho no céu muito menor, graças à resolução angular do WMAP.

de dados, em 2013 [43], em 2015 [44] e 2018 [2]. Através do Planck, atingiu-se a maior resolução da CMB até hoje, da ordem de 10 minutos de arco ($0,16^\circ$) [2, 3], ou seja, o dobro do poder de solução do WMAP. Isso significa que, em termos de multipolos, o Planck conseguiu provar escalas entre $2 < \ell < 2500$. As flutuações de temperatura da CMB puderam então serem resolvidas na ordem de 10^{-6} K.

O satélite consta de dois equipamentos. O primeiro, responsável pela detecção de ondas de rádio, era o LFI (do inglês *Low Frequency Instrument* – Instrumento de Baixa Frequência). Consiste de misturadores de frequência de alta mobilidade eletrônica [45]. O segundo, denominado HFI (do inglês *High Frequency Instrument*), é um conjunto de detectores de micro-ondas, que utiliza bolômetros do tipo teia de aranha, equipados com termístores de germânio [46]. Bolômetros medem radiação eletromagnética através das respostas térmicas de suas resistências (os termístores).

A dimensão total do espelho secundário, responsável em coletar a luz para os equipamentos mencionados, era de $1,1 \text{ m} \times 1,0 \text{ m}$, enquanto o espelho primário mede $1,9 \text{ m} \times 1,5 \text{ m}$ [47]. O Planck, assim como o WMAP, foi montado em satélite, sendo posto em órbita do ponto de Lagrange L2 (situado a mais de 1.5 milhões de quilômetros da Terra).

Os resultados do Planck marcaram profundamente a cosmologia moderna. Através da análise de seus dados (maiores detalhes desse processo na Sec. 4), pôde-se obter os melhores vínculos para as densidades de energia dos componentes materiais do universo, como energia escura, matéria

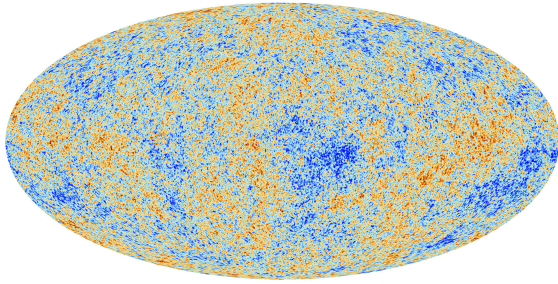


Figura 9: Mapa de flutuações de temperatura da CMB medido pelo Planck [2]. São as melhores medições das flutuações de temperatura da CMB, da ordem de $\Delta T \simeq 10^{-6}$, devido a resolução angular de $0,16^\circ$.

escura e matéria bariônica. Também pôde-se obter os melhores resultados para medições de demais parâmetros cosmológicos. A tabela abaixo contém as medições do Planck, utilizando dados de temperatura, polarização e lenteamento gravitacional da CMB, somados a medidas externas das Oscilações Acústicas Bariônicas [4].

O mapa da CMB medido pelo Planck e seus instrumentos segue na Fig. 9.

3.4 Perspectivas

Ainda não foi possível detectar ondas gravitacionais primordiais na CMB. Previstas em diversos modelos de universo primordial, o Planck colocou os melhores vínculos em sua amplitude, e espera-se que a razão entre as amplitudes das perturbações tensoriais e perturbações escalares (razão tensorial escalar) seja inferior a 0,01 [48]. A forma como as ondas gravitacionais primordiais estão presentes na CMB será abordada na Sec. 4. Diversos experimentos futuros têm como objetivo a detecção desses sinais, que ampliariam ainda mais a confiança da comunidade acadêmica no modelo inflacionário para descrever o universo primordial, anterior à nucleossíntese.

Um dos desafios atuais que mais chama atenção é a chamada tensão na medição do H_0 , a função de Hubble nos dias de hoje [49, 50]. O valor encontrado pelo Planck, $H_0 = 67,36 \pm 0,544 \text{ Mpc}^{-1}$ é mais de 5σ diferente do valor obtido por observações diretas, a partir de estrelas Cefeidas, $73,30 \pm 1,04 \text{ Mpc}^{-1}$ [51, 52]. Essa tensão sugere algumas soluções. Uma, é que algum dos métodos de obtenção de H_0 está errado. As observações da CMB ou Cefeidas teriam algum sistemático não considerado. Outra alternativa seria a existência

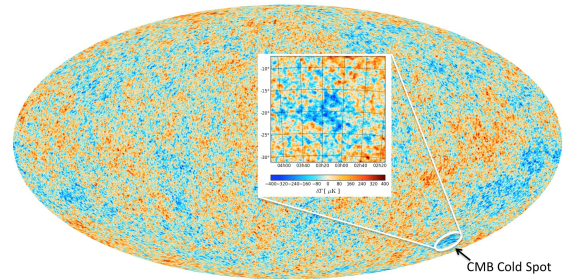


Figura 10: Mapa da CMB medido pelo Planck, com ênfase na região do *Cold Spot* [56].

de um novo período de evolução do universo, diferente de dominação de matéria e energia escura, pós-recombinação. Recomendamos as seguintes referências abordando o assunto [49, 50, 53–55].

Há também resultados que devem ser melhor interpretados e analisados. Podemos notar alguns comportamentos anômalos na distribuição estatística das flutuações de temperatura da CMB, Fig. 10, como o *Cold Spot* (em português, Ponto Frio)– uma região cuja temperatura é bem mais baixa (azul) que a média –, presente no canto inferior direito do mapa [56]. Esses e outros efeitos, como assimetria de potência entre hemisférios, entre outros [57–60], são desafios a serem explicados por futuros experimentos.

Vale também mencionar a possibilidade de existirem distorções espectrais da CMB [61, 62]. Para tal, deve-se contar com novos experimentos, a fim de mensurar esses desvios do espectro de corpo negro. São as chamadas distorções μ e y [61]. De forma geral, elas têm origem no depósito de energia na CMB após a recombinação, muitas vezes associadas a componentes materiais exóticas, além do modelo padrão da física de partículas.

Dentre as perspectivas de experimentos futuros, podemos destacar o CMB-S4 [63, 64], em terra, e o LiteBIRD [65], satélite. O CMB-S4 é uma colaboração que consta com 21 telescópios, localizados no Polo Sul e no deserto do Atacama, Chile. Serão utilizados telescópios de pequena e grande aberturas, o que permite a obtenção de dados para grandes e pequenas escalas angulares. 11 bandas de frequências serão observadas, a fim de reduzir os ruídos (sinais da galáxia e poeira interestelar). Tem como objetivo passar 7 anos fazendo observações.

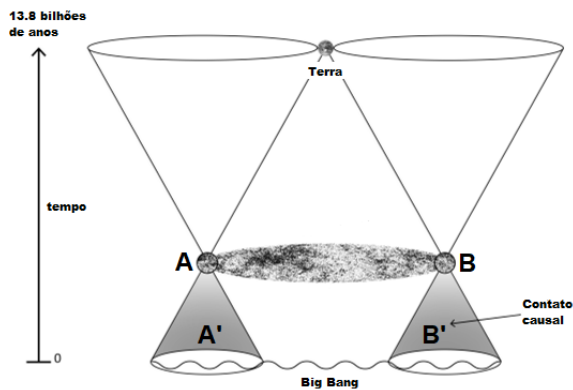


Figura 11: Diagrama representando as regiões de contato causal em função do tempo, partindo da época de formação da CMB (recombinação/último espalhamento). Na época de formação da CMB, a região *A* só havia feito contato causal com regiões dentro da região *A'*. Similarmente para *B* e *B'*. Como *A'* e *B'* não possuem interseção, nenhum raio de luz (linhas diagonais), saídos de um ou de outro, pôde atingir *B* e *A*, respectivamente. Concluímos que, no instante inicial do modelo de *big bang*, diversas regiões estavam desconectadas causalmente, ou seja, não trocavam informação e não poderiam interagir. Modificado de [66].

Já o LiteBIRD²⁰ tem como objetivo a medição da polarização *B* da CMB, ou seja, a detecção de ondas gravitacionais primordiais. Também será lançado para orbitar o ponto de Lagrange L2, e tem como período de observação esperada 3 anos. Estudará 15 bandas de frequência, e terá como sensibilidade $3 \mu\text{K}$ por minuto de arco (0.016 graus).

Estão previstos para as próximas décadas outros experimentos tanto em Terra quanto no espaço. Uma lista completa de todos os experimentos relacionados a CMB pode ser encontrada em <https://lambda.gsfc.nasa.gov/product/expt/>.

4 Cosmologia moderna

4.1 O fim do modelo de *big bang*

Conforme antecipado, a descoberta da CMB por Penzias e Wilson também instaurou dúvi-

²⁰O nome, em inglês, é *Lite satellite for the studies of B-mode polarization and Inflation from the cosmic microwave background Radiation Detection* – Leve satélite para os estudos da detecção de polarização Modo B e inflação da radiação cósmica de fundo. Demonstra a criatividade dos físicos para justificar acrônimos.

das à respeito do modelo de *big bang* quente. A singularidade cosmológica presente no começo do tempo persistia, e a ela foram adicionados os chamados problemas do horizonte e da planeza.

O problema do horizonte consiste no fato da extensão da CMB, na época de sua formação (e até os dias de hoje), consistir de regiões que, no modelo de *big bang* quente, nunca haviam entrado em contato causal [67, 68]. Em outras palavras, essas regiões nunca estiveram dentro do mesmo horizonte de partículas (é a origem do nome do problema). Ou seja, nenhuma informação pôde ter sido trocada entre as regiões – observadores situados nessas regiões nunca conseguiram observar um ao outro. Essa questão está ilustrada na Fig. 11 [66].

Portanto, a grande homogeneidade da CMB é difícil de ser explicada: se diferentes regiões da CMB nunca trocaram informação – como, por exemplo, estabelecer contato térmico – o que explicaria o fato delas apresentarem a mesma temperatura?

Calculando o número de regiões da extensão da CMB sem contato causal à época da recombinação chega-se no número da ordem de 10^6 . Ou seja, milhões de regiões do universo, por coincidência, estavam à mesma temperatura, na mesma época.

Já o problema da planeza diz respeito ao parâmetro de densidade de curvatura do universo, Ω_K [67, 68]. Hoje em dia, através de observações, conseguimos calcular que este parâmetro é muito pequeno, da ordem de 10^{-3} , como vemos na Tabela 1. Ou seja, o universo é muito plano. No entanto, esse parâmetro cresce com o tempo no modelo de *big bang* quente. Logo, à época de formação da CMB, esse parâmetro deveria ser ainda menor, e com uma precisão de 10^{16} casas decimais para respeitar a medição atual.

Portanto, se o valor de Ω_K na recombinação fosse diferente, por fator de 1 parte em 10^{14} , hoje em dia ele seria 100 vezes maior do que o obtido nas observações. Não só isso: mas pela curvatura do universo ser tão grande, ele já teria colapsado sobre si mesmo, e nem existiria mais! Se considerarmos o valor inicial de Ω_K em um tempo anterior à recombinação, como, por exemplo, em escalas de Teoria de Grande Unificação, chega-se em um valor ainda pior, e o ajuste neste valor inicial teria de ser da ordem de 1 parte em 10^{54} .

Novamente, observa-se uma grande coincidência

Tabela 1: Na primeira parte da tabela, medições para os 6 parâmetros do modelo Λ CDM. A segunda parte da tabela contém medições derivadas, como o parâmetro de Hubble hoje em dia, H_0 . Dados retirados de [4]

Parâmetro	Planck	Planck + BAO
$\Omega_b h^2$	0.02237 ± 0.00015	0.02242 ± 0.00014
$\Omega_c h^2$	0.1200 ± 0.0012	0.11933 ± 0.00091
$100\theta_{MC}$	1.04092 ± 0.00031	1.04101 ± 0.00029
τ	0.0544 ± 0.0073	0.0561 ± 0.0071
$\ln(10^{10} A_s)$	3.044 ± 0.014	3.047 ± 0.014
n_s	0.9649 ± 0.0042	0.9665 ± 0.0038
H_0	67.36 ± 0.54	67.66 ± 0.42
Ω_Λ	0.6847 ± 0.0073	0.6889 ± 0.0056
Ω_m	0.3153 ± 0.0073	0.3111 ± 0.0056
σ_8	0.8111 ± 0.0060	0.8102 ± 0.0060
z_{re}	7.67 ± 0.73	7.82 ± 0.71
Age[Gyr]	13.797 ± 0.023	13.787 ± 0.020
r_* [Mpc]	144.43 ± 0.26	144.57 ± 0.22
$100\theta_*$	1.04110 ± 0.00031	1.04119 ± 0.00029
r_{drag} [Mpc]	147.09 ± 0.26	147.57 ± 0.22
z_{eq}	3402 ± 26	3387 ± 21
k_{eq} [Mpc $^{-1}$]	0.010384 ± 0.000081	0.010339 ± 0.000063
Ω_K	-0.0096 ± 0.0061	0.0007 ± 0.0019
Σm_ν [eV]	< 0.241	< 0.120
N_{eff}	$2.89^{+0.36}_{-0.38}$	$2.99^{+0.34}_{-0.33}$
$r_{0.002}$	< 0.101	< 0.106

cia para valores presentes à época da recombinação. O que poderia explicar um ajuste tão fino para o valor de Ω_K ?

Outro claro problema do modelo de *big bang* quente é a ausência de explicação para a existência das anisotropias de temperatura da CMB, que são a origem da estrutura do universo. Ou seja, o modelo não explica o motivo de existirem galáxias, aglomerados e outras estruturas de larga escala. Para chegarmos a essa inconsistência do modelo, nem precisávamos das observações da CMB. Desde a década de 30 tem-se conhecimento de galáxias além da Via Láctea.²¹

Além destes problemas, podemos citar ainda a Ausência de Monopolos Magnéticos. Previstos por modelos de Grande Unificação das interações fundamentais, monopolos seriam produzidos pelo universo a temperaturas de 10^{16} GeV ou superior,

²¹Previamente, galáxias, como Andrômeda, eram conhecidas como nebulosas, mas imaginava-se que elas estavam situadas dentro da Via Láctea, não fora.

como efeito da quebra da simetria eletrofraca [69]. No cenário de *big bang* quente esses monopolos seriam abundantes no universo. No entanto, nunca foram observados. Recomendamos ao leitor interessado em outros problemas do modelo de *big bang* quente as referências [69, 70].

A solução destes problemas está na inserção de um período de evolução do universo anterior à expansão do modelo de *big bang* quente – deixando claro assim que o “*big bang*” não é o evento que demarca o começo do universo. A proposta que melhor satisfaz dados observacionais atuais é a do Modelo Inflacionário. Nela, um campo escalar (ou mais de um) seria responsável por uma expansão (quase-exponencial) acelerada do universo, muito breve, quando o universo tinha frações de segundo de idade (da ordem de 10^{-34} segundos).

Uma fase acelerada de expansão permite que as regiões presentes na CMB tenham estabelecido contato causal antes/durante, anterior a fase que chamamos de nucleossíntese (quando a expansão tipo *big bang* quente começa). Podemos ilustrar esse fato através da Fig. 12 [71]. De forma similar, uma fase de expansão acelerada faz com que Ω_K reduza drasticamente de valor. Durante a inflação, espera-se que o universo tenha expandido por um fator de e^{60} , e com isso Ω_K reduziria a um fator de e^{-120} , mais do que suficiente para tornar o universo extremamente plano, por mais curvo quando surgiu. Essa grande expansão do universo também é suficiente para tornar a densidade de monopolos primordiais extremamente pequena nos dias de hoje, explicando o motivo deles não serem importantes para a dinâmica do universo (e também o motivo de nunca terem sido observados).

Outra alternativa ao modelo de *big bang* quente é a inserção de um regime de ricochete anterior a ele [72]. Nesse cenário, o universo era extremamente grande em seu começo, e contraía. Quando chegou em um certo valor de seu tamanho, passou a crescer (sofreu o chamado ricochete). E nisso, entrou no regime de expansão tipo Friedmann que observamos. O fato do universo começar muito grande explica a curvatura poder ser muito pequena à época da recombinação. Também justifica as regiões da CMB terem a mesma temperatura, afinal, no passado remoto (durante a contração), essas diferentes regiões estavam dentro

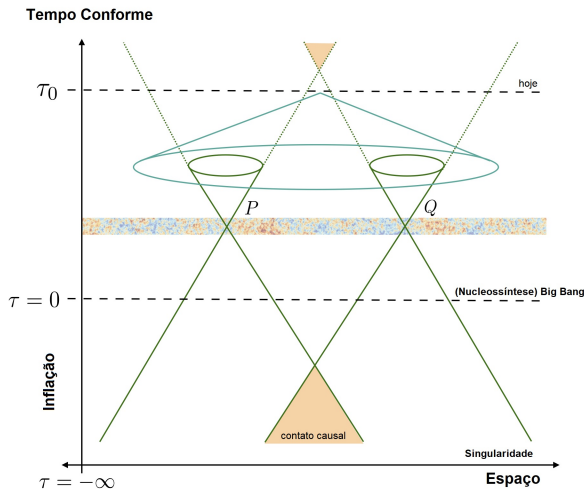


Figura 12: Diagrama representando as regiões de contato causal em função do tempo conforme, partindo do começo da singularidade, passando pela inflação e expansão de Friedmann. A inflação permite que regiões P e Q, sem contato causal durante a recombinação, tenham estabelecido causalidade durante a inflação – há região de interseção dos cones de luz partindo de cada ponto. Modificado de [71].

do mesmo horizonte – de forma simétrica ao que observamos hoje em dia. Portanto, por bilhões de anos (ou mais) estiveram em contato térmico. Subsequentemente, deixarem de estar no mesmo horizonte e permaneceram assim até a fase de expansão. Maiores detalhes sobre modelos de ricochete podem ser encontrados em [73–75].

4.2 Espectro de Potência

As flutuações de temperatura e polarização da CMB são estudadas de forma estatística através da função de correlação de dois (ou mais) pontos de sua extensão. A correlação de dois pontos de uma função X , no espaço de Fourier (ou seja, não depende de posição espacial, e sim de número de onda k) tem como amplitude o chamado Espectro de Potências \mathcal{P}_X [76],

$$\langle X_{\mathbf{k}} X_{\mathbf{k}'} \rangle = \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \frac{2\pi^2}{k^3} \mathcal{P}_X \quad (5)$$

O espectro de potências das perturbações cosmológicas pode ser calculado para diferentes modelos de universo primordial. Esse espectro, no entanto, não é diretamente visto na CMB. Medimos apenas as flutuações de temperatura e polarização causados pelas perturbações cosmológicas. Esse processo de transformação de perturbação cosmológica em flutuação de temperatura

é regido pela equação de Boltzmann, foco da Sec. 4.3.

Usualmente, descrevemos o espectro das flutuações de temperatura da CMB através de harmônicos esféricos, já que as flutuações são definidas na esfera celeste [76],

$$\frac{\delta T(\theta, \phi)}{T} = \sum_{\ell, m} a_{\ell, m} Y_{\ell, m}(\theta, \phi). \quad (6)$$

A flutuação é definida como a diferença de temperatura entre regiões infinitesimais, δT , dividida pela temperatura média T . $Y_{\ell, m}(\theta, \phi)$ são os harmônicos esféricos e $a_{\ell, m}$ seus coeficientes, proporcionais às flutuações. A função de correlação $C(\theta)$ é resultado da correlação de dois pontos para flutuações de temperatura separados por ângulo θ , em direções \vec{n} ,

$$C(\theta) = \left\langle \frac{\delta T}{T}(\vec{n}) \frac{\delta T}{T}(\vec{n}') \right\rangle \quad (7)$$

Portanto, a função de correlação $C(\theta)$ também será escrita em função de harmônicos esféricos, resultando na função de correlação angular da CMB, denominada C_ℓ .

$$C_\ell = \frac{1}{2\ell + 1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} |a_{\ell m}|^2 \quad (8)$$

Em termos de C_ℓ , pode-se calcular o espectro de potência das flutuações de temperatura da CMB [21, 76], cujo resultado é então

$$\mathcal{P}_T \equiv \frac{\ell(\ell + 1)}{2\pi} C_\ell^{TT}, \quad (9)$$

onde o sobrescrito TT significa que estamos calculando a função de correlação de dois pontos (T e T) para flutuações de temperatura.²² O Planck mediu o espectro de potências das flutuações de temperatura com grande precisão, e o resultado está presente na Fig. 13. Notamos as flutuações no espectro devido às oscilações bariônicas do fluido de bárions e fótons primordial, assunto detalhado na próxima seção. Os parâmetros cosmológicos que levam às oscilações presentes em Fig. 13 são justamente os valores presentes na Tabela 1.

²²É possível calcular a correlação cruzada entre temperatura T e polarização, no caso o sobrescrito seria TE ou TB , para as polarizações E e B .

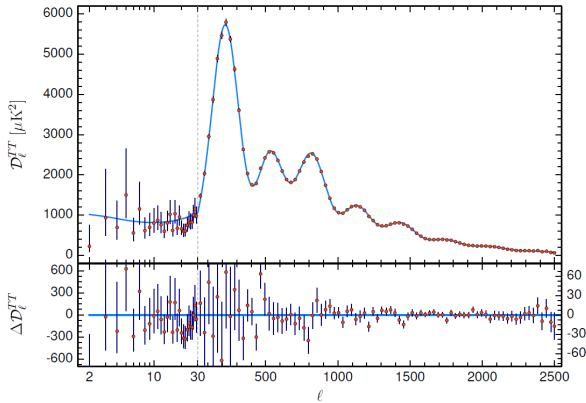


Figura 13: Painel superior: Espectro angular TT da CMB medido pelo Planck, com as barras de erro específicas para diferentes valores dos multipolos. Nota-se os picos no espectro devido às flutuações bariônicas, abordadas na Sec. 4.3. Painel inferior: análise do ruído para diferentes multipolos.

Sem as oscilações bariônicas, o resultado seria um espectro quase invariante de escala, resultado das perturbações escalares primordiais. Um modelo de universo primordial precisa, portanto, prever um espectro para suas perturbações que admita esse comportamento para as escalas da CMB.

Devido ao Espalhamento Thomson [20, 21], fótons sofrem de modificações em sua temperatura e também em sua polarização. O espalhamento Thomson polariza os fótons em seus dois modos: o modo E e o modo B [77]. A polarização de modo E é produzida por perturbações escalares (flutuações de densidade) e perturbações tensoriais (ondas gravitacionais primordiais), enquanto a polarização B é produzida apenas pelas perturbações tensoriais. Ilustramos os modos de polarização na Fig. 14.

No entanto, efeitos de lente gravitacional podem promover a transformação de parte da polarização E (devido às perturbações escalares) em polarização B [79]. Esse efeito deve ser levado em conta em análise dos dados de polarização.²³ O mapa de polarização da CMB pode ser visto na Fig. 15.

²³Outro efeito que promove produção de polarização B é o espalhamento da luz em poeira estelar, entre sua emissão no último espalhamento e sua detecção por satélites. A colaboração BICEP-2 [80], em 2014, não fez uma análise correta dos efeitos da poeira estelar em seus dados, o que levou a uma constatação errônea de que ondas gravitacionais primordiais haviam sido detectadas.

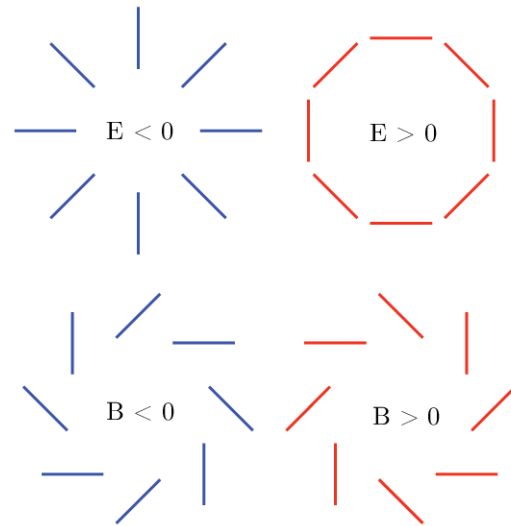


Figura 14: Diferentes modos de polarização, o modo E acima e o modo B abaixo [78].

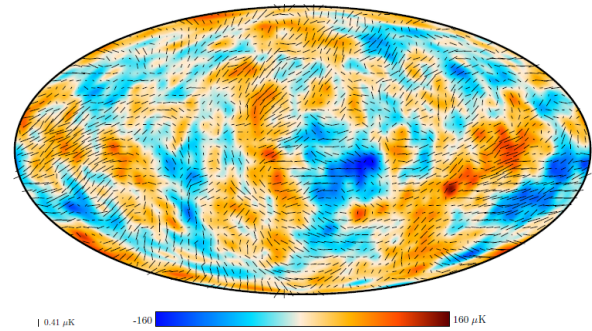


Figura 15: Mapa de polarização da CMB obtido pelo Planck [2]. A sensibilidade é da ordem de 10^{-4} .

Cada modo de polarização da CMB terá uma diferente função de correlação e por consequência um diferente espectro de potência. Todo o procedimento que fizemos para a correlação de flutuações de temperatura também é válido para as correlações de dois pontos entre modos de polarização E e B , ou seja, EE , BB e EB . Desta forma, o espectro angular da CMB pode ser separado em diferentes componentes: temperatura TT , polarização EE , BB , além das correlações cruzadas TE , TB e EB . Como exemplo, os dados mais recentes do Planck para o espectro TE pode ser verificado na Fig. 16.

A equação de Boltzmann carrega em si as informações sobre como os fótons da CMB evoluem de acordo com as componentes materiais do universo e as perturbações cosmológicas. Através da equação de Boltzmann, podemos calcular as Funções de Transferência, que demonstram como o espec-

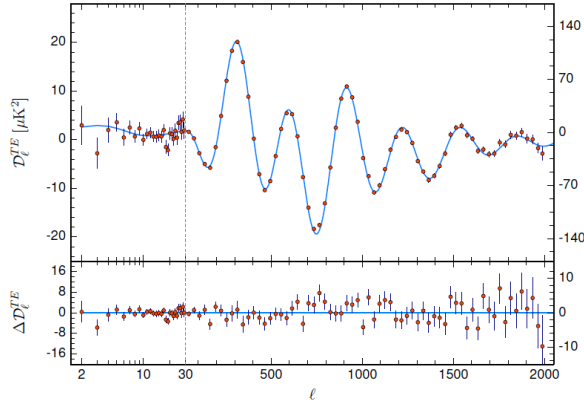


Figura 16: Painel superior: Espectro angular TE da CMB medido pelo Planck, com as barras de erro específicas para diferentes valores dos multipolos. Painel inferior: análise do ruído para diferentes multipolos.

tro de potências das perturbações cosmológicas é traduzido no espectro das flutuações de temperatura e polarização [76, 81]. Este assunto será detalhado na próxima seção.

4.3 Equação de Boltzmann

Na ausência de perturbações de isocurvatura, as perturbações de curvatura, enquanto fora do horizonte, estão congeladas, ou seja, não aumentam de amplitude [21, 67]. Em outras palavras, o campo gravitacional se mantém constante no universo.²⁴ Ao entrarem no horizonte de partículas novamente, durante a fase de radiação e durante a fase de dominação de matéria, restabelecem contato causal. Desta forma, influenciam a matéria presente no universo, levando a flutuações na densidade de matéria, devido à atração pelas regiões com maior potencial gravitacional. De forma similar, ondas gravitacionais primordiais voltam a propagar. Durante a fase de radiação, as flutuações de densidade decaem. Portanto, perturbações que entram no horizonte nessa época não sobrevivem. O crescimento é possível apenas durante a fase de dominação de matéria [20, 21].

A matéria escura é o principal componente material do universo responsável pelo crescimento das flutuações de densidade, por interagir apenas gravitacionalmente. Fótons e bárions, nesse uni-

²⁴Dizemos que a perturbação está fora do horizonte quando a extensão de seu comprimento de onda é superior à extensão do horizonte. Desta forma, a perturbação não promove diferença no potencial gravitacional dentro do horizonte.

verso primordial, interagem através de Espalhamento Thomson, conforme detalhado na Sec. 2. Ou seja, eles estão acoplados, formando o plasma de bárions e fótons (previsto para o modelo de *big bang* e responsável pela previsão da CMB, como vimos na Sec. 2).

Conforme a matéria escura se aglutina (formando as flutuações de densidade), fótons e bárions são atraídos pelas regiões com maior concentração (poços de potencial gravitacional). São essas as regiões que irão formar galáxias e aglomerados de galáxias durante a evolução do universo. São comumente chamadas de sementes da estrutura em larga escala.

Devido ao acoplamento e ao equilíbrio entre pressão termodinâmica e atração gravitacional, o plasma de bárions e fótons sofre de oscilações, o que influencia em sua temperatura [76, 82]. Ou seja, as perturbações cosmológicas escalares são traduzidas em flutuações de densidade de matéria, que por sua vez influenciam a temperatura dos fótons no universo de diferentes formas. Uma delas é pelo fato do comprimento de onda dos fótons sofrer desvio para o vermelho quando os fótons escapam de regiões com maior potencial gravitacional (maiores flutuações de densidade). Esse é o primeiro fator do chamado Efeito Sachs-Wolfe [21, 83]. Podemos entendê-lo como a primeira aproximação da tradução de perturbações cosmológicas em flutuações de temperatura, presentes nos mapas da CMB dos satélites Planck, WMAP e COBE.

A união da equação de Boltzmann com o efeito de acoplamento forte de bárions e fótons rege o comportamento e propagação das flutuações de temperatura. Ela inclui as oscilações do plasma, a interação com bárions, a influência da matéria escura e das demais componentes do universo.

A flutuação de temperatura é representada como a função Θ , e vemos que ela é proporcional à flutuação de densidade dos fótons [83],

$$\frac{\delta T}{T} \equiv \Theta = \frac{1}{4} \frac{\delta \rho_\gamma}{\rho_\gamma} = \frac{1}{4} \delta_\gamma. \quad (10)$$

Portanto, a equação (no espaço de Fourier) que rege as flutuações de temperatura dos fótons acoplados aos bárions no plasma (devido ao Espalhamento Thomson), imersos em um universo com perturbações cosmológicas (ou seja, potenciais

gravitacionais), será

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\eta} \left[(1+R) \Theta' \right] + \frac{1}{3} k^2 \Theta &= \\ &= -\frac{1}{3} k^2 (1+R) \Psi - \frac{d}{dt} \left[(1+R) \Phi' \right], \end{aligned} \quad (11)$$

onde X' significa derivada de X no tempo conforme. R é a razão entre densidade bariônica e densidade dos fótons, $R = (4/3) \cdot (\rho_b/\rho_\gamma)$. Já Ψ e Φ são os potenciais gravitacionais de Bardeen, cuja relação na fase de dominação de matéria é $\Psi = -\Phi$.

Para analisarmos a física por trás dessa equação, faremos algumas aproximações [84, 85].

Oscilações

Se ignorarmos a influência dos bárions e potenciais gravitacionais, a equação pode ser simplificada, resultando em um oscilador harmônico simples de frequência definida,²⁵

$$\Theta'' + c_s^2 k^2 \Theta = 0, \quad (12)$$

$$\Theta(\eta) = \Theta_0 \cos(k s). \quad (13)$$

A frequência dessas oscilações é igual a $k s$, onde s é o horizonte sonoro, definido como a integral da velocidade do som no tempo. Essas oscilações acontecem por causa das oscilações do plasma. Elas são a origem das oscilações do espectro de potência das flutuações de temperatura, conforme vemos em Fig. 13.

Os picos no espectro de potência ocorrem para as frequências harmônicas dessas oscilações durante a recombinação (η_*), ou seja, quando $k_n s_* = n\pi$, onde $n = 1, 2, 4, \dots$ é o número do harmônico. Por esse motivo os picos da CMB são (aproximadamente) equidistantes. O tamanho angular associado ao primeiro harmônico (primeiro pico) pode ser calculado como

$$\theta_A \simeq \sqrt{\frac{a_*}{a_0}} \approx 2^\circ. \quad (14)$$

$$\ell_A \approx 200. \quad (15)$$

²⁵Um oscilador harmônico simples é um sistema que, como o nome sugere, oscila no tempo, em torno de um tempo de retorno, com uma frequência bem definida. Um exemplo de oscilador harmônico é de um sistema massa-mola-massa, como na analogia utilizada para o plasma de bárions e fótons.

Ou seja, o primeiro pico ocorre aproximadamente em $\ell \approx 200$, conforme verificamos na Fig. 13.

Se o fluido está oscilando, então existe movimento relativo entre ele e o observador, o que leva a um efeito Doppler. Como estamos tratando de uma oscilação, a velocidade é mínima nos pontos de amplitude máxima, então também terá efeito mínimo. Quando a amplitude é 0 (passando pelo centro da oscilação), a velocidade é máxima, ou seja, maior efeito Doppler. Portanto, concluímos que o efeito Doppler está fora de fase com as oscilações do fluido. Sua contribuição é do tipo $\sin(k s)$, proporcional à velocidade de oscilação do fluido. Em termos da flutuação observada, temos que a contribuição do efeito Doppler é [76]

$$\Theta_{obs}|_D = \vec{n} \cdot \vec{v}_*, \quad (16)$$

onde \vec{n} é a direção da linha de visada e \vec{v}_* a velocidade do plasma durante recombinação, e o subscrito D diz respeito ao efeito Doppler. Esse efeito será adicionado ao Efeito Sachs-Wolfe, detalhado a seguir.

Potenciais gravitacionais

Quando consideramos os efeitos das perturbações escalares, manifestadas nos potenciais gravitacionais de Bardeen $\Psi = -\Phi$, mas desconsiderando a inércia dos bárions, obtemos [76, 82]

$$\Theta'' + \frac{1}{3} k^2 \Theta = -\frac{1}{3} k^2 \Psi + \Phi''. \quad (17)$$

Essa equação pode ser facilmente reescrita como o oscilador harmônico da grandeza $\Theta + \Psi$, ao notarmos que a velocidade do som para o fluido de fótons é dada por $c_s^2 = 1/3$,

$$[\Theta + \Psi]'' + \frac{1}{3} k^2 [\Theta + \Psi] = 0. \quad (18)$$

O resultado para esta equação é então similar a (13), com a diferença que o mínimo da oscilação agora está modificado por um valor $+\Psi$. A flutuação de temperatura observada é justamente o resultado dessa soma, $\Theta_{obs} = [\Theta + \Psi]$. O observador verá uma modificação da flutuação de temperatura original devido ao fóton precisar escapar do poço gravitacional. Essa é a origem do efeito Sachs-Wolfe comentado anteriormente.

Podemos calcular a relação entre flutuação de temperatura original, Θ e Ψ partindo da relação entre temperatura e expansão do universo (fator de escala), que é $T \propto a^{-1}$. O fator de escala durante a fase de dominação de matéria evolui com $a \propto t^{2/3}$, e portanto temos que

$$\Theta_{obs|S.W.} = \Theta + \Psi = \frac{-2}{3}\Psi + \Psi = \frac{1}{3}\Psi. \quad (19)$$

O potencial gravitacional Ψ é negativo para regiões mais densas – os poços de potencial – e portanto a flutuação de temperatura observada é negativa. Esse é o resultado do *redshift* provocado pelo potencial Ψ , atuando sobre o fóton que sai dessa região [76, 82].

Lembramos que esse efeito não está relacionado a oscilação do plasma. Quando o plasma está em contração, sua temperatura aumenta, e por consequência a temperatura dos fótons também. Na rarefação do plasma, o efeito é contrário. O efeito Sachs-Wolfe relaciona as perturbações cosmológicas às flutuações de temperatura.

Um fóton da CMB, entre desacoplamento e o momento de sua observação, percorre bilhões de anos-luz, e, nesse enorme caminho, passa por diversas flutuações no potencial gravitacional (poços e morros). Tomemos o exemplo de um poço de potencial, e um fóton passando por ele. Se essa flutuação permanece constante no tempo, a quantidade de *blueshift* do fóton, devido à descida no poço, é anulada perfeitamente pelo *redshift* causado pela subida nesse potencial. No entanto, caso haja variação no tempo, os efeitos não se anulam. Se o potencial decair, isso significa que o *redshift* não acontece, e o fóton ganha energia devido ao *blueshift* na entrada do poço. Esse efeito integrado, ao longo do tempo (da recombinação até os dias de hoje) é chamado de Efeito Sachs-Wolfe Integrado [76, 82]. Ele pode ser separado em duas componentes.

O efeito Sachs-Wolfe Integrado usual (também conhecido como antecipado) vale para um breve período dentro da dominação de matéria, logo após o desacoplamento. Apesar de ser durante a dominação de matéria, ainda há densidade de radiação suficiente para influenciar os potenciais gravitacionais. Portanto, afetará principalmente escalas próximas ao período da recombinação – próximas às escalas do horizonte.

Já o efeito Sachs-Wolfe Integrado Tardio diz respeito ao decaimento de potenciais gravitacio-

nais durante a dominação de energia escura, ou seja, a partir dos últimos 5 bilhões de anos. Esse efeito é mais relevante para grandes escalas (pequenos valores de multipolo ℓ .)

Desta forma, os efeitos na flutuação de temperatura observada podem ser escritos como [76]

$$\Theta_{obs} = (\Theta + \Psi)_* + \vec{n} \cdot \vec{v}_* + \int_{\eta_*}^{\eta_0} d\eta 2\Psi', \quad (20)$$

$$= \Theta_{SW} + \Theta_D + \Theta_{ISW}. \quad (21)$$

O efeito Sachs-Wolfe integrado é o terceiro fator do lado direito das expressões, integrando desde o desacoplamento (tempo η_*) até os dias de hoje (η_0).

Bárions e contribuições totais

Os resultados acima são oriundos das aproximações que fizemos na equação de Boltzmann. Uma análise mais profunda de todos os efeitos e resultados dessa equação foge do intuito deste artigo. No entanto, recomendamos ao leitor mais interessado as referências [21, 82, 85]. Na próxima seção, iremos resumir a física por trás dos principais efeitos de variações dos parâmetros cosmológicos nas flutuações de temperatura – e por consequência em seu espectro de potência.

Podemos resumir todos os efeitos relatados acima na Fig. 17. Nela, incluímos os efeitos devido a temperatura e efeito Sachs-Wolfe, Sachs-Wolfe Integrado (usual e tardio), efeito Doppler e até o efeito de lente gravitacional para fótons durante sua propagação até serem observados. Modificando as componentes do universo, ou seja, utilizando os parâmetros da Tabela 1, chegamos ao espectro que melhor coincide com os dados do Planck, como visto na Fig. 13.

4.4 Parâmetros cosmológicos

Como vimos, a equação de Boltzmann carrega informações da descrição do universo. A densidade de matéria bariônica e fótons é imediata, e aparecem explicitamente na equação [76, 82]. A densidade de matéria escura é importante, afinal, ela modifica o fundo cosmológico, alterando a taxa de expansão do universo, alterando a duração das fases de dominação de radiação e matéria, além da matéria escura ser responsável pelo crescimento das flutuações de densidade do universo

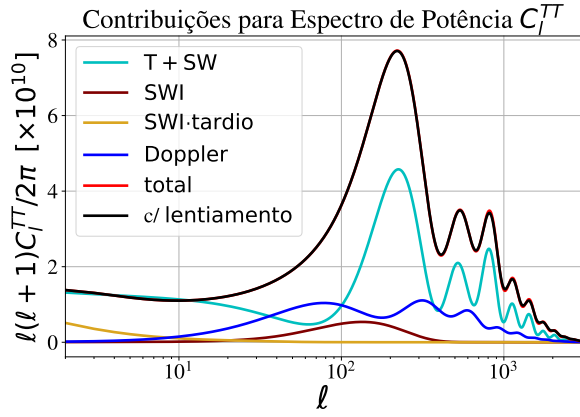


Figura 17: C_ℓ^{TT} devido aos diferentes efeitos associados aos fótons da CMB, responsáveis pela estrutura dos picos do espectro de potência. Foi utilizado o código CLASS. Crédito: Julien Lesgourgues.

(ou seja, a partir das perturbações de densidade primordiais, leva a maiores valores para os potenciais gravitacionais no universo). Energia escura e curvatura também alteram a dinâmica/geometria do universo, logo possuem influência implícita na equação de Boltzmann.

Portanto, diferentes realizações do universo resultaram em diferentes formas para o espectro de potências das flutuações de temperatura da CMB. Esse cálculo é deveras complexo, sendo feito apenas de forma numérica por meio de códigos como o CLASS [81] (código utilizado para confecção dos gráficos ao longo dessa seção) e o CAMB [86]. Através das previsões obtidas com eles, a colaboração Planck pôde realizar estudos estatísticos para obter os parâmetros cosmológicos que melhor descrevem a CMB, conforme detalhado anteriormente. Com isso, obteve-se a Tabela 1.

O espectro de potência TT da CMB é o que melhor permite a visualização dos efeitos físicos das componentes do universo. Devido às flutuações do plasma de bárions e fótons, o espectro da CMB não é (quase) invariante de escala como o espectro de perturbações cosmológicas primordial. As oscilações bariônicas, como são chamadas, promovem a existência de regiões com maior e menor correlação de temperatura. E, como o espectro de potências leva em consideração o quadrado da amplitude de oscilação, seus picos estarão presentes para regiões de amplitude máxima e mínima das oscilações.

Podemos ver o caráter quase invariante de es-

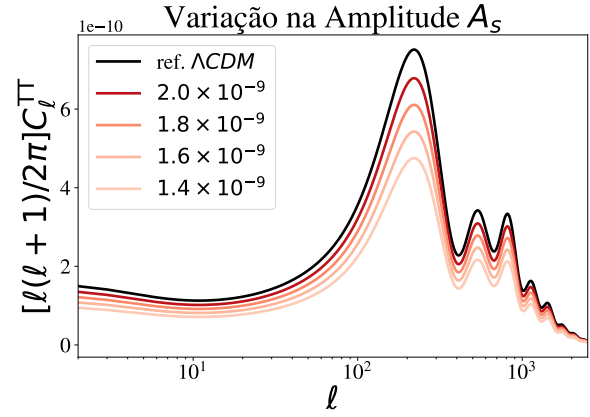


Figura 18: C_ℓ^{TT} para diferentes valores de amplitude das perturbações escalares A_s , notando o padrão do modelo Λ CDM e valores menores. Foi utilizado o código CLASS.

cala da CMB para pequenos multipolos, que são regiões não afetadas por oscilações bariônicas. Nessa região, temos que o espectro de potência da CMB tem uma forma de plateau, proporcional à amplitude das perturbações escalares,

$$\ell(\ell + 1)C_\ell^{TT} \simeq \frac{9A_s}{100\pi}. \quad (22)$$

Podemos observar na Fig. 18 como o espectro varia conforme a amplitude das perturbações escalares varia. Quanto maior a amplitude das perturbações, maior a amplitude do espectro, como é esperado.

Perturbações cosmológicas que adentram o horizonte de partículas no momento do último espalhamento promovem a maior crescimento da amplitude do espectro. O plasma dessas regiões teve tempo de realizar apenas meia oscilação devido a essas perturbações, em movimento de contração. Portanto, como essas regiões ficaram mais densas, suas temperaturas aumentaram. Isso leva ao primeiro pico do espectro da CMB. Picos subsequentes demonstram as regiões que realizaram os demais movimentos oscilatórios: o segundo pico representa o fim da primeira oscilação completa, o terceiro pico a contração subsequente, o quarto pico o final da segunda oscilação e por assim em diante. Portanto, os picos ímpares indicam a correlação de regiões do universo que estavam em contração do plasma quando o último espalhamento ocorreu. Já os picos pares indicam as regiões de rarefação do plasma primordial, e portanto indicam regiões que estavam menos densas do que a média – e por consequência, mais frias.

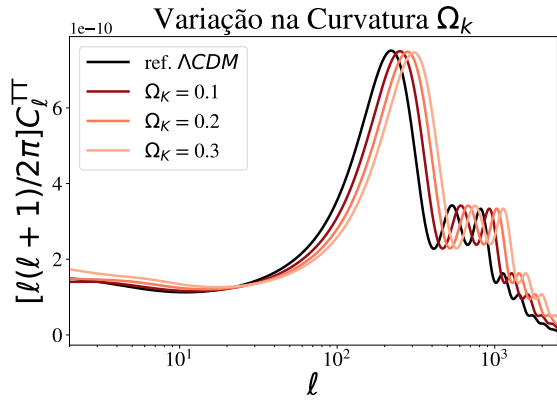


Figura 19: C_ℓ^{TT} para diferentes valores de curvatura, desde o padrão Λ CDM até curvaturas mais positivas. Foi utilizado o código CLASS.

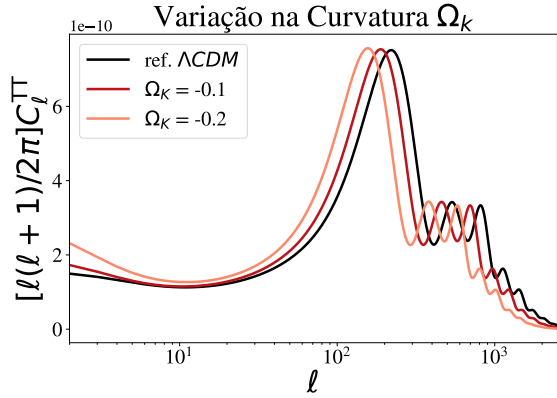


Figura 20: C_ℓ^{TT} para diferentes valores de curvatura, desde o padrão Λ CDM até curvaturas mais negativas. Foi utilizado o código CLASS.

O efeito da curvatura do universo, seja ela mais positiva ou negativa, é claramente visto na posição do primeiro pico, conforme mostra as Figs. 19 e 20. Um universo mais fechado faz com que a distância entre as regiões diminua, o que leva o primeiro pico a se mover para a direita (menor abertura angular, maiores multipolos). Um universo mais aberto aumenta a distância entre as regiões, portanto o primeiro pico se move para a esquerda (maior abertura angular, multipolos menores).

Já o segundo pico é sensível principalmente a quantidade de matéria bariônica no universo. No efeito chamado de carregamento bariônico, a presença de mais bárions faz com que o plasma fique mais massivo. Isso faz com que o movimento de contração do plasma tenha uma amplitude supe-

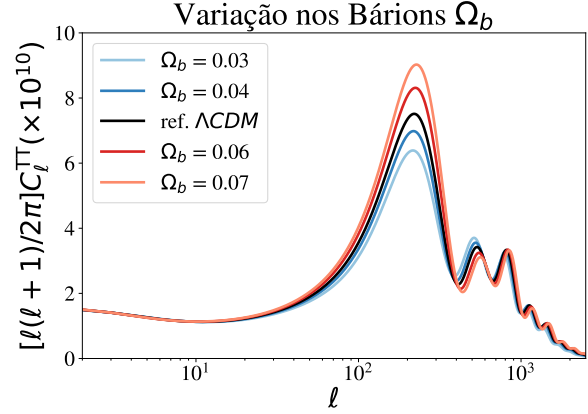


Figura 21: C_ℓ^{TT} para diferentes valores de densidade da matéria bariônica Ω_b , notando o padrão do modelo Λ CDM e valores maiores e menores. Foi utilizado o código CLASS.

rior ao movimento de rarefação. Podemos fazer uma analogia com esferas presas por uma mola, oscilando em torno de um poço. Quanto maior a massa das esferas, maior será a contração e menor será a separação entre elas, se comparado com o caso de menor massa. Portanto, os picos pares terão uma amplitude reduzida frente aos ímpares. Vemos este efeito na Fig. 21.

O terceiro pico é utilizado para aferirmos a quantidade de matéria escura no universo. Dois efeitos colaboram para isso. Primeiro, a quantidade de matéria escura faz com que o plasma de bárions e fótons tenha suas oscilações reduzidas como um todo, devido ao maior campo gravitacional da região. Entretanto, isso afeta o carregamento bariônico mencionado anteriormente: quanto menos matéria escura, menor é a amplificação das contrações do plasma frente às contrações, e portanto a diferença entre picos pares e ímpares é reduzida.

Adicionalmente, existe o efeito chamado força de radiação (tradução livre do inglês *radiation driving*). Ele acontece devido ao decaimento de potenciais gravitacionais durante a fase de dominação de radiação, comentado anteriormente. Quando o potencial decai durante a oscilação do plasma, a amplitude da rarefação se torna maior, porque não há potencial gravitacional a ser vencido pelo plasma durante sua expansão. Desta forma, a força de radiação é esperada para picos pares. O valor da força de radiação é 5 vezes superior ao efeito Sachs-Wolfe, $\Theta_{obs}|_{f.r.} = (5/3)\Psi$

Uma maior quantidade de matéria escura sig-

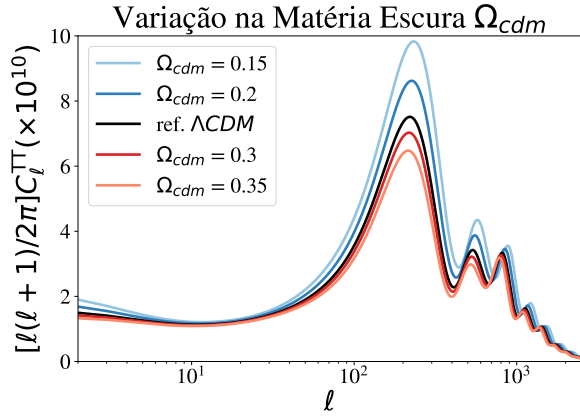


Figura 22: C_ℓ^{TT} para diferentes valores de densidade da matéria escura Ω_{cdm} , notando o padrão do modelo Λ CDM e valores maiores e menores. Foi utilizado o código CLASS.

nifica que o momento de igualdade entre matéria e radiação acontece mais cedo, e portanto uma gama menor de perturbações cosmológicas adentra o horizonte durante a fase de dominação de radiação. Isso reduz o efeito do decaimento dos potenciais para picos em multipolos maiores. Portanto, quanto menor a quantidade de matéria escura, maior a amplitude do segundo pico frente ao terceiro. O carregamento bariônico é, então, ainda mais suprimido. Ilustramos esse efeito na Fig. 22.

Para picos subsequentes, o efeito mais importante é devido ao chamado amortecimento por difusão (tradução livre de *diffusion damping*) [76, 82]. Esse efeito está relacionado às interações dos fótons com o meio interestelar durante sua propagação. Eles passam por regiões mais quentes e mais frias, de forma aleatória. Esse comportamento torna as diferenças de temperatura mais uniformes – ou seja, reduz as flutuações. Por isso vemos um decaimento do espectro de potência a partir do 3º pico, de forma quase exponencial. Sem esse efeito, quanto menor a escala angular, maior seria a amplitude do pico.

Um outro parâmetro cosmológico que influencia o comportamento do espectro de potências da temperatura é o número de graus de liberdade relativísticos, N_{eff} [76, 82, 87]. No modelo padrão, espera-se que esse número seja igual a 3, que são os 3 sabores de neutrinos (eletrônico, muônico e tauônico). Desvios pequenos desse valor são esperados devido ao fato de que nem todos esses sabores de neutrinos estavam totalmente desaco-

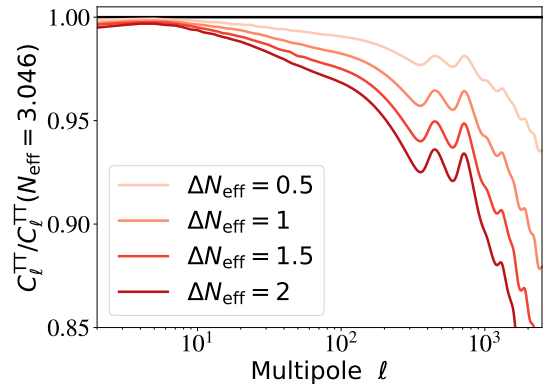


Figura 23: C_ℓ^{TT} para diferentes valores do número de graus de liberdade relativísticos acima de $N_{eff} = 3,046$. Foi utilizado o código CLASS.

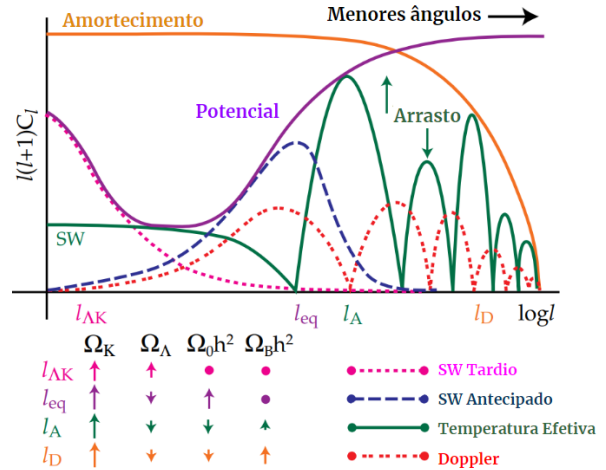


Figura 24: Influência dos parâmetros cosmológicos nas escalas do espectro de potência. Fora de escala. O Arrasto bariônico é o mesmo efeito do Carregamento bariônico mencionado no texto. Modificado de [84].

plados do plasma de bárions e fótons durante a recombinação. No entanto, desvios maiores seriam associados a novas partículas, indicando nova física. Os efeitos devido a um N_{eff} maior do que 3 pode ser visto na Fig. 23.

A posição dos picos não depende apenas da curvatura do universo, mas também sofre influência dos parâmetros cosmológicos. Maiores detalhes podem ser vistos nas ref. [84].

Podemos resumir a influência dos diferentes parâmetros cosmológicos nas na Fig. 24. As escalas escolhidas são: $l_{\Lambda K}$, escala para quando efeitos de curvatura e energia escura dominam; l_{eq} , a escala da igualdade entre radiação e matéria (a partir de quando matéria domina); l_A , a escala acústica do

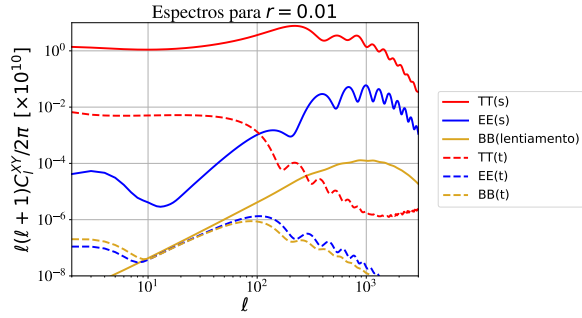


Figura 25: Espectro de C_ℓ^{XY} onde XY corresponde aos modos T, E ou B, tanto para as perturbações escalares (s) quanto tensoriais (t). Utilizamos o valor de $r = 0,01$ para a razão tensorial escalar. Notamos que a magnitude do espectro BB devido ao lentimento é maior do que a magnitude devido às ondas gravitacionais primordiais (perturbações tensoriais) a partir de $\ell > 10$, sendo diversas ordens de grandeza superior para pequenas escalas $\ell > 10^3$. Foi utilizado o código CLASS.

horizonte (localização do primeiro pico); ℓ_D , escala característica do amortecimento por difusão. As escalas $\ell_{\Lambda K}$ e ℓ_{eq} dizem respeito a efeitos do decaimento do potencial nas fases de dominação de energia escura (Sachs-Wolfe Tardio) e fase de dominação de radiação (devido ao efeito de força de radiação).

Maior valor da curvatura do universo, Ω_K , aumenta o multipolo ℓ para todas as escalas citadas. A quantidade de energia escura Ω_Λ aumenta as escalas apenas para $\ell_{\Lambda K}$. Maior densidade de matéria (e radiação) Ω_0 ²⁶ leva a escala de igualdade entre radiação e matéria para multipolos maiores (porque essa transição acontece mais cedo), enquanto leva a escala acústica e a escala de amortecimento para valores de multipolos menores. Em magnitude, a maior influência é para ℓ_{eq} . Já uma maior quantidade de matéria bariônica modifica ℓ_A e ℓ_D , levando ambos para valores maiores de ℓ .

4.5 Polarização

Os fótons da CMB são polarizados linearmente quando sofrem de espalhamento Thomson. Essas flutuações são ordens de grandeza menores do que as flutuações na temperatura. O espalhamento, no entanto, promove apenas polarização de modo E . As perturbações de curvatura também são as

²⁶Devido a baixa densidade de radiação hoje em dia, esse parâmetro é basicamente igual a densidade de matéria.

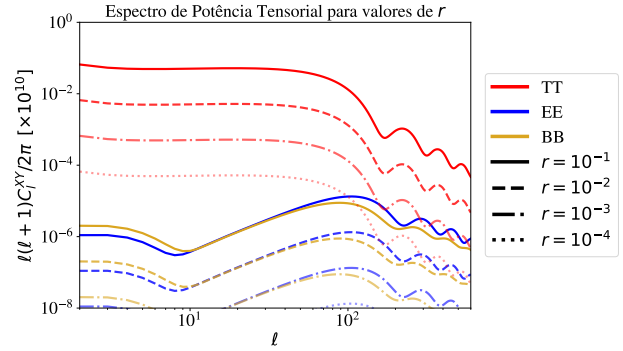


Figura 26: Espectro de Potência C_ℓ^{XY} , onde XY corresponde aos modos T, E e B das perturbações tensoriais. Variamos o valor da razão tensorial escalar de $r = 0,1$ até $r = 0,0001$. Foi utilizado o código CLASS.

responsáveis pelas flutuações na polarização dos fótons da CMB [77]. Perturbações escalares e perturbações tensoriais, por consequência, levam à flutuações da polarização de modo E .

No entanto, as ondas gravitacionais primordiais também promovem polarização de modo B , porque elas em si possuem dois modos de polarização. Outras fontes de modo B são efeitos de lente gravitacional e contaminação de poeira estelar. Devemos salientar que ondas gravitacionais também provocam flutuações de densidade, que são convertidas em flutuações de temperatura T e de polarização E e B . Igualmente, as oscilações do plasma de bárions e fótons resulta em oscilações do espectro de potência das polarizações.

Na Fig. 25, mostramos qual é o espectro para os diferentes modos, tanto para perturbações escalares (marcadas com “s”) quanto para perturbações tensoriais (“t”).

Utilizando o CLASS, também podemos calcular qual seria o espectro da CMB, para os diferentes modos, conforme variamos o valor da razão tensorial escalar r , Fig. 26.

As flutuações na temperatura e no modo E não podem ser observadas devido a sua baixa amplitude frente às flutuações devido aos modos escalares. No entanto, a polarização B serviria para distinguirmos com certeza o efeito de perturbações tensoriais. Por isso que a detecção de modos B no espectro da CMB seria indício da presença de ondas gravitacionais primordiais. A razão tensorial escalar r é definida através da razão entre as amplitudes observadas dessas flutuações, a uma escala de $k = 0,002$, que equivale a um multipolo $\ell \simeq 30$.

4.6 Inflação

Através dos dados dos Planck, conseguiu-se os melhores vínculos para o índice espectral e razão tensorial escalar das perturbações cosmológicas primordiais. Como indicado na Tabela 1, o índice espectral obtido foi de $n_s = 0,9665 \pm 0,0038$. Um limite superior foi estabelecido para a razão tensorial escalar, de $r < 0,106$. No entanto, combinando os dados de Planck, BAO, com dados de Keck Array [88] e BICEP2 [80], chega-se no limite de $r < 0,036$ [48, 89, 90].

As regiões de valores mais prováveis para essas quantidades está demarcada em azul na Fig. 27 (regiões com níveis de confiança de 68% e 95%). Nela, também são incluídas as previsões de diferentes modelos inflacionários, para diferentes valores de e -folds de crescimento do universo durante a inflação (o fator de descala durante a inflação cresce por um fator e^N). O modelo favorecido pelo Planck é a Inflação de Starobinsky [91, 92].

5 Conclusão

A radiação cósmica de fundo em micro-ondas fornece uma janela fundamental para observação do universo primordial, sendo a luz que propaga no universo há mais tempo. Emitida pelo desacoplamento de fótons e bárions, quando o universo tinha aproximadamente 350,00 anos, a CMB forma uma superfície de 44,000 Mpc de extensão, que chamamos de superfície de último espalhamento.

Desde sua descoberta, em 1964, a CMB vem fornecendo resultados cada vez melhores para entendermos o universo. Foi a responsável pela consolidação do modelo de *big bang* quente, e também responsável pela necessidade do modelo ser estendido. As flutuações de temperatura em sua extensão são a prova das sementes cósmicas que vieram a originar galáxias, aglomerados e vazios intergalácticos. Adicionalmente, devem ser explicadas com um período de evolução do universo anterior à nucleossíntese.

A análise do espectro de potências de suas anisotropias de temperatura fornece informações a respeito do universo primordial. As perturbações cosmológicas, presumidamente produzidas durante a inflação, são medidas como sendo quase

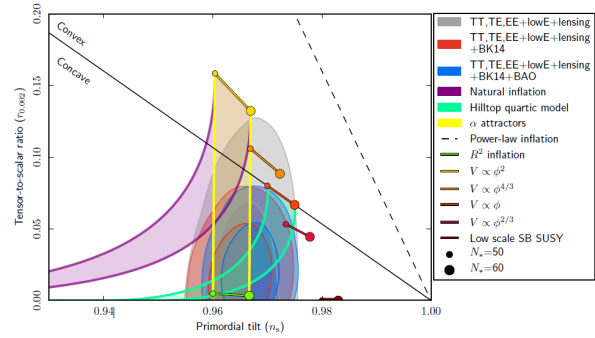


Figura 27: Gráfico do índice espectral n_s (eixo horizontal) pela razão tensorial escalar r (eixo vertical) do resultado mais recente do Planck [48]. Os melhores modelos de inflação conseguem prever $r < 0,01$ e $n_s \approx 0,966$ para um número de e -folds $50 < N < 60$.

invariantes de escala $n_s = 0,9649 \pm 0,0042$, de amplitude $\log 10^{10} A_s = 3,044 \pm 0,014$, equivalente à $A_s \approx 2,1 \times 10^9$.

A Equação de Boltzmann rege a evolução dos fótons da CMB desde a época pré-recombinação até os dias de hoje. As características do universo – curvatura, densidade de energia para radiação, matéria bariônica, matéria escura e energia escura – influenciam na propagação dos fótons, o que modifica o espectro de potências da CMB. A partir da física que rege os efeitos dessas componentes nos fótons, pôde-se obter a melhor descrição do universo atual, pela Colaboração Planck. Os resultados foram resumidos na Tabela 1.

Futuras colaborações poderão resolver mistérios em aberto, em especial a respeito das ondas gravitacionais primordiais, aberrações estatísticas da CMB e da tensão na medição da função de Hubble.

Agradecimentos

O autor agradece o convite para publicação no *Cadernos de Astronomia*. Agradece também à Carolina Bonturi, Pedro da Silva Ferreira e Júlio César Fabris por discussões. A pesquisa do autor é financiada pelo CNPq, através programa de Pós-Doutorado Júnior, chamada 25/2021.

Sobre o autor

L. F. Guimarães (luiz.f.guimaraes@ufes.br) é pesquisador de pós-doutorado pelo CNPq-PDJ,

na Universidade Federal do Espírito Santo. Realizou a graduação na Universidade Federal Fluminense (UFF), mestrado e doutorado no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF), com passagem em doutorado-sanduíche pela Università di Pisa, Itália. Tem como maior interesse na cosmologia o universo primordial, tanto para modelos inflacionários quanto modelos de ricochete quântico.

Referências

- [1] A. A. Penzias e R. W. Wilson, *A Measurement of excess antenna temperature at 4080-Mc/s*, *Astrophys. J.* **142**, 419 (1965).
- [2] Planck Collaboration, *Planck 2018 results - I. Overview and the cosmological legacy of Planck*, *Astronomy & Astrophysics* **641**, A1 (2020).
- [3] Planck Collaboration, *Planck early results. I. The Planck mission*, *Astronomy & Astrophysics* **536**, A1 (2011).
- [4] Planck Collaboration, *Planck 2018 results - VI. Cosmological parameters*, *Astronomy & Astrophysics* **641**, A6 (2020).
- [5] J. Mather et al., *Early results from the Cosmic Background Explorer (COBE)*, *Advances in Space Research* **11**(2), 181 (1991).
- [6] C. L. Bennett et al., *The Microwave Anisotropy Probe* Mission*, *The Astrophysical Journal* **583**(1), 1 (2003).
- [7] Bertout, C. e Forveille, T., *Pre-launch status of the Planck mission*, *Astronomy & Astrophysics* **520**, E1 (2010).
- [8] A. Einstein, *Zur Allgemeinen Relativitätstheorie*, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.) **1915**, 778 (1915), [Addendum: Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.) 1915, 799–801 (1915)].
- [9] A. Einstein, *The Field Equations of Gravitation*, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.) **1915**, 844 (1915).
- [10] O. F. Piattella, *Introdução à relatividade geral*, *Cadernos de Astronomia* **1**(1), 30 (2020).
- [11] F. W. Dyson, A. S. Eddington e C. Davidson, *IX. A determination of the deflection of light by the sun's gravitational field, from observations made at the total eclipse of May 29, 1919*, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character* **220**(571-581), 291 (1920).
- [12] M. Stanley, *“An Expedition to Heal the Wounds of War” The 1919 Eclipse and Eddington as Quaker Adventurer*, *Isis* **94**(1), 57 (2003).
- [13] K. Schwarzschild, *Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie*, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.) **1916**, 189 (1916).
- [14] A. Einstein, *Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie*, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.) 142–152 (1917).
- [15] A. Friedman, *Über die Krümmung des Raumes*, *Zeitschrift für Physik* **10**(1), 377 (1922).
- [16] G. Lemaître, *Un Univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques*, *Annales Soc. Sci. Bruxelles* **47**, 49 (1927).
- [17] H. Robertson, *LXXXVI. On relativistic cosmology*, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* **5**(31), 835 (1928).
- [18] A. G. Walker, *On Milne's Theory of World-Structure**, *Proceedings of the London Mathematical Society* **s2-42**(1), 90 (1937).
- [19] H. Velten e W. Zimdahl, *O universo dinâmico de Friedmann: Tradução do artigo seminal de Friedmann*, *Cadernos de Astronomia* **3**(1), 151 (2022).
- [20] B. Ryden, *Introduction to cosmology* (Cambridge University Press, 1970).

- [21] S. Dodelson, *Modern Cosmology* (Academic Press, Amsterdam, 2003).
- [22] J. Gregory, *Fred Hoyle's Universe* (Oxford University Press, Oxford, 2005).
- [23] G. Gamow, *Expanding Universe and the Origin of Elements*, *Phys. Rev.* **70**, 572 (1946).
- [24] V. S. Alpher, *Ralph A. Alpher, Robert C. Herman, and the Cosmic Microwave Background Radiation*, *Physics in Perspective* **14**(3), 300 (2012).
- [25] R. A. Alpher, H. Bethe e G. Gamow, *The Origin of Chemical Elements*, *Phys. Rev.* **73**, 803 (1948).
- [26] R. A. Alpher e R. Herman, *Evolution of the Universe*, *Nature* **162**(4124), 774 (1948).
- [27] R. A. Alpher e R. C. Herman, *On the Relative Abundance of the Elements*, *Phys. Rev.* **74**, 1737 (1948).
- [28] W. Wien, *Über die Energievertheilung im Emissionsspectrum eines schwarzen Körpers*, *Ann. Phys.* (299), 662 (1896).
- [29] M. Planck, *Über eine Verbesserung der Wienschen Spektralgleichung*, *Verhandl. Dtsch. phys. Ges.* **2**(202), 79 (1900).
- [30] O. F. Piattella, *Max Planck e a quantização da energia*, *Cadernos de Astronomia* **4**(1), 175 (2023).
- [31] D. R. Faulkner, *Comments on the Cosmic Microwave Background*, *Answers Research Journal* **7**, 83 (2014). Disponível em <https://answersresearchjournal.org/cosmic-microwave-background/#>, acesso em ago. 2023.
- [32] R. A. Alpher e R. C. Herman, *Theory of the Origin and Relative Abundance Distribution of the Elements*, *Rev. Mod. Phys.* **22**, 153 (1950).
- [33] G. Gamow, *The physics of the expanding universe*, *Vistas in Astronomy* **2**, 1726 (1956).
- [34] A. Chodos e J. Ouellette, *June 1963: Discovery of the cosmic microwave background*, *APS News* **11**(7), 2 (2002). Disponível em <https://www.aps.org/publications/apsnews/200207/history.cfm>, acesso em ago. 2023.
- [35] A. G. Levine, *The Large Horn Antenna and the Discovery of Cosmic Microwave Background Radiation*, *APS Honors* (2009). Disponível em <https://www.aps.org/programs/honors/history/historicsites/penziaswilson.cfm>, acesso em ago. 2023.
- [36] R. H. Dicke et al., *Cosmic Black-Body Radiation.*, *Astrophysical Journal* **142**, 414 (1965).
- [37] D. J. Fixsen et al., *The Cosmic Microwave Background Spectrum from the Full COBE* FIRAS Data Set*, *The Astrophysical Journal* **473**(2), 576 (1996).
- [38] G. Smoot et al., *COBE Differential Microwave Radiometers: Instrument Design and Implementation*, *Astrophysical Journal* **360**, 685 (1990).
- [39] M. G. Hauser et al., *The diffuse infrared background: COBE and other observations*, in *After the first three minutes*, editado por S. S. Holt, C. L. Bennett e V. Trimble (1991), vol. 222 de *American Institute of Physics Conference Series*, 161–178.
- [40] J. C. Mather et al., *Measurement of the Cosmic Microwave Background Spectrum by the COBE FIRAS Instrument*, *Astrophysical Journal* **420**, 439 (1994).
- [41] G. Hinshaw et al., *Nine-year Wilkinson microwave anisotropy probe (WMAP) observations: cosmological parameter results*, *The Astrophysical Journal Supplement Series* **208**(2), 19 (2013).
- [42] C. L. Bennett et al., *Nine-year Wilkinson microwave anisotropy probe (WMAP) observations: final maps and results*, *The Astrophysical Journal Supplement Series* **208**(2), 20 (2013).

- [43] Planck Collaboration, *Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results*, *Astronomy & Astrophysics* **571**, A1 (2014).
- [44] Planck Collaboration, *Planck 2015 results - I. Overview of products and scientific results*, *Astronomy & Astrophysics* **594**, A1 (2016).
- [45] Mandolesi, N. et al., *Planck pre-launch status: The Planck-LFI programme*, *Astronomy & Astrophysics* **520**, A3 (2010).
- [46] Lamarre, J.-M. et al., *Planck pre-launch status: The HFI instrument, from specification to actual performance*, *Astronomy & Astrophysics* **520**, A9 (2010).
- [47] Tauber, J. A. et al., *Planck pre-launch status: The optical system*, *Astronomy & Astrophysics* **520**, A2 (2010).
- [48] Planck Collaboration, *Planck 2018 results - X. Constraints on inflation*, *Astronomy & Astrophysics* **641**, A10 (2020).
- [49] L. Verde, T. Treu e A. G. Riess, *Tensions between the early and late Universe*, *Nature Astronomy* **3**(10), 891 (2019).
- [50] E. Di Valentino et al., *Snowmass2021 - Letter of interest cosmology intertwined II: The hubble constant tension*, *Astroparticle Physics* **131**, 102605 (2021).
- [51] A. G. Riess et al., *A Comprehensive Measurement of the Local Value of the Hubble Constant with $1 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ Uncertainty from the Hubble Space Telescope and the SH0ES Team*, *The Astrophysical Journal Letters* **934**(1), L7 (2022).
- [52] K. C. Wong et al., *H0LiCOW - XIII. A 2.4 per cent measurement of H_0 from lensed quasars: 5.3σ tension between early- and late-Universe probes*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **498**(1), 1420 (2019).
- [53] E. D. Valentino et al., *In the realm of the Hubble tension—a review of solutions**, *Classical and Quantum Gravity* **38**(15), 153001 (2021).
- [54] N. Schöneberg et al., *The H_0 Olympics: A fair ranking of proposed models*, *Physics Reports* **984**, 1 (2022).
- [55] L. A. Anchordoqui et al., *Dissecting the H_0 and S_8 tensions with Planck + BAO + supernova type Ia in multi-parameter cosmologies*, *Journal of High Energy Astrophysics* **32**, 28 (2021).
- [56] R. Mackenzie et al., *Evidence against a supervoid causing the CMB Cold Spot*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **470**(2), 2328 (2017).
- [57] C. J. Copi et al., *Large-Angle Anomalies in the CMB*, *Advances in Astronomy* **2010**, 847541 (2010).
- [58] M. Quartin e A. Notari, *On the significance of power asymmetries in Planck CMB data at all scales*, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2015**(01), 008 (2015).
- [59] J. Muir, S. Adhikari e D. Huterer, *Covariance of CMB anomalies*, *Phys. Rev. D* **98**, 023521 (2018).
- [60] D. J. Schwarz et al., *CMB anomalies after Planck*, *Classical and Quantum Gravity* **33**(18), 184001 (2016).
- [61] J. Chluba e R. A. Sunyaev, *The evolution of CMB spectral distortions in the early Universe*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **419**(2), 1294 (2011).
- [62] J. Chluba et al., *Spectral Distortions of the CMB as a Probe of Inflation, Recombination, Structure Formation and Particle Physics: Astro2020 Science White Paper*, *Bull. Am. Astron. Soc.* **51**(3), 184 (2019). [ArXiv:1903.04218](#).
- [63] Colaboração CMB-S4, *CMB-S4 Science Book* (2016). [ArXiv:1610.02743](#).
- [64] Colaboração CMB-S4, *CMB-S4 Science Case, Reference Design, and Project Plan* (2019). [ArXiv:1907.04473](#).
- [65] T. Matsumura et al., *Mission design of Lite-BIRD*, *Journal of Low Temperature Physics* **176**, 733 (2014).

- [66] C. Devereux, *Cosmological Clues: Evidence for the Big Bang, Dark Matter and Dark Energy* (CRC Press, 2020).
- [67] A. Riotto, *Inflation and the theory of cosmological perturbations*, ICTP Lect. Notes Ser. **14**, 317 (2003). [ArXiv:hep-ph/0210162](#).
- [68] A. H. Guth, *The Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems*, *Phys. Rev.* **D23**, 347 (1981).
- [69] D. H. Lyth e A. Riotto, *Particle physics models of inflation and the cosmological density perturbation*, *Phys. Rept.* **314**, 1 (1999).
- [70] A. Linde, *A new inflationary universe scenario: A possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems*, *Physics Letters B* **108**(6), 389 (1982).
- [71] H. Ramírez, *Noncanonical Approaches To Inflation*, Tese de Doutorado, IFIC, Universidade de Valência (2019). [ArXiv:1906.09299](#).
- [72] D. Wands, *Duality invariance of cosmological perturbation spectra*, *Phys. Rev.* **D60**, 023507 (1999).
- [73] R. H. Brandenberger, *Alternatives to the inflationary paradigm of structure formation*, *Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser.* **01**, 67 (2011).
- [74] M. Novello e S. E. P. Bergliaffa, *Bouncing Cosmologies*, *Phys. Rept.* **463**, 127 (2008).
- [75] R. Brandenberger e P. Peter, *Bouncing Cosmologies: Progress and Problems*, *Found. Phys.* **47**(6), 797 (2017).
- [76] J. Lesgourgues, *Cosmological Perturbations*, in *Searching for New Physics at Small and Large Scales*, editado por M. Schmaltz e E. Pierpaoli (World Scientific, 2013).
- [77] W. Hu e M. White, *A CMB polarization primer*, *New Astronomy* **2**(4), 323 (1997).
- [78] D. Baumann, *The Physics of Inflation: A Course for Graduate Students in Particle Physics and Cosmology* (2011). Disponível em https://www.icts.res.in/sites/default/files/baumann_icts_dec2011.pdf, acesso em ago. 2023.
- [79] R. Durrer, *The Cosmic Microwave Background* (Cambridge University Press, Cambridge, 2008).
- [80] International Society for Optics and Photonics, *The BICEP2 CMB polarization experiment*, in *Millimeter, Submillimeter, and Far-Infrared Detectors and Instrumentation for Astronomy V*, editado por W. S. Holland e J. Zmuidzinas, International Society for Optics and Photonics (SPIE, 2010), vol. 7741, 77411G.
- [81] J. Lesgourgues, *The Cosmic Linear Anisotropy Solving System (CLASS) I: Overview* (2011). [ArXiv:1104.2932](#).
- [82] W. Hu, *Lecture Notes on CMB Theory: From Nucleosynthesis to Recombination* (2008). [ArXiv:0802.3688](#).
- [83] D. Wands, O. F. Piattella e L. Casarini, *Physics of the Cosmic Microwave Background Radiation*, in *The Cosmic Microwave Background*, editado por J. C. Fabris et al. (Springer International Publishing, 2016), 359–369.
- [84] W. Hu, N. Sugiyama e J. Silk, *The physics of microwave background anisotropies*, *Nature* **386**(6620), 37 (1997).
- [85] W. Hu e S. Dodelson, *Cosmic Microwave Background Anisotropies*, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **40**(1), 171 (2002).
- [86] A. Lewis, A. Challinor e A. Lasenby, *Efficient Computation of Cosmic Microwave Background Anisotropies in Closed Friedmann-Robertson-Walker Models*, *The Astrophysical Journal* **538**(2), 473 (2000).
- [87] J. Lesgourgues e S. Pastor, *Massive neutrinos and cosmology*, *Physics Reports* **429**(6), 307 (2006).
- [88] C. D. Sheehy et al., *The Keck Array: a pulse tube cooled CMB polarimeter*, in *Millimeter, Submillimeter, and Far-Infrared Detectors and Instrumentation for Astronomy V*,

- editado por W. S. Holland e J. Zmuidzinas (2010).
- [89] Colaborações BICEP2/Keck e Planck, *Joint Analysis of BICEP2/Keck Array and Planck Data*, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 101301 (2015).
- [90] Colaboração BICEP/Keck, *Improved Constraints on Primordial Gravitational Waves using Planck, WMAP, and BICEP/Keck Observations through the 2018 Observing Season*, *Phys. Rev. Lett.* **127**, 151301 (2021).
- [91] A. Starobinsky, *A new type of isotropic cosmological models without singularity*, *Physics Letters B* **91**(1), 99 (1980).
- [92] J. Martin et al., *The best inflationary models after Planck*, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2014**(03), 039 (2014).