

# O efeito Fulling-Davies-Unruh

José A. F. Pacheco

Observatório da Côte d’Azur, França

---

## Resumo

Este texto (revisado e atualizado) é baseado em aulas do curso “Diferentes Aspectos da Relatividade Geral”, ministrado pelo autor no programa de doutorado da Universidade da Côte d’Azur, como parte do projeto de integração da equipe VIRGO em Nice (anteriormente localizada em Saclay), ocorrido em 1996. O presente artigo aborda o efeito Fulling-Davies-Unruh e sua conexão com a radiação Hawking, embora sejam processos distintos. A compreensão do efeito Fulling-Davies-Unruh é essencial na quantização de campos em espaços curvos, objetivo maior deste artigo.

## Abstract

This text (revised and upgraded) is based on graduate lectures given the author at the Côte d’Azur University on “Different Aspects of General Relativity”. These lectures were part of a project aiming to integrate the group VIRGO in Nice (occurred in 1996), which was previously in Saclay. The present text addresses the Fulling-Davies-Unruh effect and its connection with the Hawking radiation, despite that both phenomena are distinct processes. The understanding of the Fulling-Davies-Unruh effect is fundamental in the field quantization on curved spacetimes, the main objective of this article.

---

**Palavras-chave:** efeito Unruh, radiação Hawking, teoria quântica de campos.

**Keywords:** Unruh effect, Hawking radiation, quantum field theory.

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v4n2.42121](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v4n2.42121)

## 1 Introdução

Nos anos 70 houve um grande desenvolvimento dos aspectos quânticos relacionados com a física dos buracos negros. Stephen Hawking em 1974 mostrou que, na realidade, os buracos negros não eram completamente “negros”, mas deveriam emitir radiação com um espectro térmico, cuja origem é de natureza quântica [1]. Um ano antes, Stephen Fulling apontou a existência de incoerências na teoria de campos quântica quando a métrica de fundo não é do tipo Minkowski ou, em outras palavras, quando um campo gravitacional se encontra presente [2].

Um passo adiante na questão da métrica de fundo foi dado por Paul Davies que, usando uma métrica de Rindler, mostrou que um observador com uma aceleração uniforme observa uma radiação com temperatura proporcional à essa aceleração [3]. Em outras palavras, os trabalhos de Fulling e Davies sugeriam que o conteúdo em partículas de uma teoria quântica de campo depende do referencial do observador.

Em 1976, William Unruh estabeleceu de forma convincente que um observador em aceleração uniforme se encontra “mergulhado em um banho térmico”, o que não é o caso de um observador inercial [4]. Segundo Unruh, um termômetro em aceleração uniforme deve indicar uma temperatura superior à de um termômetro em repouso ou em velocidade constante. Este efeito é hoje conhecido como efeito Fulling-Davies-Unruh (FDU) e tem um papel importante na compreensão de efeitos quânticos na gravitação.

Neste artigo, dirigido principalmente para estudantes em pós-graduação, a chamada temperatura de Unruh (ou FDU) é deduzida a partir de um campo clássico de massa nula obedecendo a equação de Klein-Gordon em um referencial de Minkowski, seguida de uma transformação de coordenadas para um referencial de Rindler. Mostra-se igualmente que, nas proximidades do horizonte de um buraco negro de Schwarzschild, a métrica é aproximadamente do tipo Rindler, permitindo a obtenção da temperatura de Hawking

através da aplicação do princípio de equivalência. Para finalizar, serão feitas considerações sobre o efeito FDU e sobre diferentes propostas experimentais para a detecção do “banho térmico” de Unruh.

## 2 O espaço de Rindler e a temperatura de Fulling-Davies-Unruh

Consideremos inicialmente um sistema referencial em repouso  $S_0$  e um campo escalar de massa nula  $\varphi$  obedecendo a equação de Klein-Gordon (usamos um sistema de unidades tal que,  $\hbar = k_B = c = G = 1$ , recuperando as constantes sempre que necessário). Neste caso,

$$\square\varphi = 0 \quad (1)$$

Para simplificar nossa análise e sem perda de generalidade, vamos considerar inicialmente um espaço de Minkowski bidimensional descrito pela métrica

$$ds^2 = -dt^2 + dx^2. \quad (2)$$

Nestas condições, a equação (1) pode ser reescrita como

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = 0. \quad (3)$$

A solução de (3) é uma onda plana representada pela expressão

$$\varphi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\omega_0}} \exp[-i(\omega_0 t - kx)], \quad (4)$$

onde foi adotada a condição de normalização usual. Como supusemos que a massa do campo é nula, da relação de dispersão obtemos  $\omega_0 = |k|$ , implicando que a fase da onda  $\Phi$  pode ser expressa simplesmente como

$$\Phi = \omega_0(x - t). \quad (5)$$

Vamos considerar agora um sistema referencial  $S_l$  movendo-se com uma velocidade  $V = \beta c$  ao longo do eixo  $x$  e com coordenadas  $x'$  e  $t'$ . Nestas condições, as coordenadas espaçotemporais nos referenciais  $S_0$  e  $S_l$  estão relacionadas através das transformações de Lorentz, isto é

$$x' = \gamma(x - \beta t), \quad (6)$$

e

$$t' = \gamma(t - \beta x), \quad (7)$$

onde  $\gamma$  é o fator de Lorentz. A métrica permanece invariante pelas transformações de Lorentz e a fase da onda satisfaz agora a relação

$$\Phi = \omega'(x' - t') = \omega'\gamma(1 + \beta)(x - t), \quad (8)$$

onde foi feito o uso das equações (6) e (7). Comparando as equações (5) e (8), obtemos o resultado bem conhecido (efeito Doppler-Fizeau) relacionando as frequências entre os dois sistemas, ou seja

$$\omega' = \frac{\omega_0}{\gamma(1 + \beta)}. \quad (9)$$

Notar que a frequência da onda observada em  $S_l$  aumenta ou diminui segundo o sinal da velocidade  $V$ . No caso, o sinal positivo indica que o observador em  $S_l$  se afasta da fonte e que a frequência observada diminui.

Vamos introduzir agora um sistema de referência não-inercial  $S_2$ , movendo-se com uma aceleração constante  $a$  em relação ao referencial  $S_0$ . Se imaginarmos um observador movendo-se em uma trajetória hiperbólica em relação ao referencial  $S_0$ , tal observador possui uma aceleração constante. Vamos introduzir  $\tau$ , o tempo próprio do observador e a coordenada  $\rho$  tal que

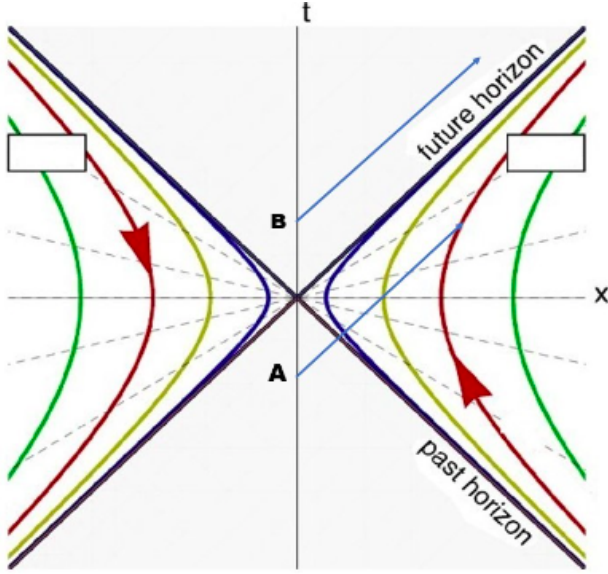
$$x = \frac{\rho}{a} \cosh(a\tau) \quad (10)$$

$$t = \frac{\rho}{a} \sinh(a\tau).$$

As equações acima definem a transformação de coordenadas de Rindler. No sistema em repouso, tais equações caracterizam hipérbolas definidas por

$$x^2 - t^2 = \left(\frac{\rho}{a}\right)^2. \quad (11)$$

Tais hipérbolas estão ilustradas na Figura 1. Como mostrado na figura abaixo, as assíntotas constituem os horizontes passado e futuro das trajetórias hiperbólicas pois impõem condições para que o observador considerado receba ou não sinais de observadores situados em outras posições do plano  $(t, x)$ . Por exemplo, um fóton **A** emitido na origem e em um instante  $t < 0$  (ver Figura 1) será detectado pelo observador acelerado na hipérbole em vermelho, o que não é o caso de um fóton **B** emitido em um instante  $t > 0$ , o qual não cruzará o horizonte futuro do observador.



**Figura 1:** As trajetórias coloridas indicam hipérbolas caracterizadas por diferentes valores do parâmetro  $\rho/a$ , que indica a distância à origem quando  $\tau = 0$ . As linhas retas passando pela origem são assíntotas às hipérbolas. **A** e **B** indicam trajetórias de dois fótons distintos emitidos na origem ( $x = 0$ ) mas em instantes diferentes.

Diferenciando as equações (10), quadrando e substituindo o resultado na equação (2) obtemos

$$ds^2 = -\rho^2 d\tau^2 + \frac{1}{a^2} d\rho^2, \quad (12)$$

que é a equação definindo a métrica de Rindler no sistema  $S_2$  considerado. Neste sistema, a equação (1) pode ser reescrita como

$$a^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \rho^2} + \frac{a^2}{\rho} \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2} = 0. \quad (13)$$

A solução da equação acima pode ser obtida facilmente utilizando a conservação da fase da onda [cf. (5)]. Substituindo as equações (10) na (5) obtemos

$$\begin{aligned} \Phi &= \omega_0 \left( \frac{\rho}{a} \right) [\cosh(a\tau) - \sinh(a\tau)] \\ &= \omega_0 \left( \frac{\rho}{a} \right) \exp(-a\tau), \end{aligned} \quad (14)$$

ou seja,

$$\varphi(\rho, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\omega_0}} \exp \left[ -i \frac{\omega_0 \rho}{a} \exp(-a\tau) \right]. \quad (15)$$

Notar que, substituindo-se a (15) na (13), a equação de onda é satisfeita. Como interpretar tal

resultado? O observador em aceleração constante não detecta simplesmente uma variação da frequência emitida  $\omega_0$  como ocorre para um observador em velocidade constante. A frequência da onda no referencial  $S_2$  varia com o tempo e a solução (15) pode ser imaginada como uma superposição de ondas monocromáticas com amplitudes satisfazendo uma dada distribuição  $f(\omega)$ , ou seja

$$\varphi(\rho, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{i\omega\tau} f(\omega) d\omega. \quad (16)$$

A equação (16) indica que a função de distribuição  $f(\omega)$  deve ser a transformada de Fourier da equação (15). Neste caso, calculando-se explicitamente a transformada de Fourier da (15) obtemos

$$f(\omega) = \frac{(iK)^m \Gamma(-m)}{\sqrt{2\pi} \sqrt{2\omega_0 a}}, \quad (17)$$

onde  $K = (\omega_0 \rho/a)$ ,  $m = (i\omega/a)$  e  $\Gamma(x)$  é a função Gama. Calculando-se o módulo da função de distribuição, após desenvolvimento algébrico (deixado como exercício para estudantes), obtemos

$$\begin{aligned} |f(\omega)|^2 &= |f(\omega) f^*(\omega)| \\ &= \frac{\exp\left(-\frac{\pi}{\omega a}\right)}{4\pi\omega_0 a^2} \left| \Gamma\left(i \frac{\omega}{a}\right) \right|^2. \end{aligned} \quad (18)$$

Desenvolvendo-se a função Gama e simplificando-se, obtemos finalmente

$$|f(\omega)|^2 = \frac{1}{2\omega\omega_0 a} \frac{1}{(e^{2\pi\omega/a} - 1)}. \quad (19)$$

Em outras palavras, o módulo da função de distribuição é dado por uma distribuição de Bose com uma temperatura equivalente  $T_U = a/2\pi$ . Recuperando-se as constantes físicas,  $k_B T_U = \hbar a/2\pi c$ , onde  $T_U$  é a chamada temperatura de Fulling-Davies-Unruh. Como mencionado anteriormente, o detetor de um observador em aceleração constante notará uma radiação de caráter térmico com temperatura  $T_U$ . Do ponto de vista quântico, para o observador não-inercial, a energia do vácuo é não nula e igual a energia térmica definida pela temperatura de FDU, o que não é o caso de um observador em repouso, para o qual a energia do vácuo é nula.

### 3 A temperatura de Hawking

Como mencionado anteriormente, Hawking [1, 5] foi um dos primeiros a clamar que fótons e partículas massivas são emitidas por um buraco negro. Tudo se passa como se o horizonte tivesse uma temperatura efetiva  $T_H$  e emitisse radiação como um corpo “cinza” (a emissão de corpo negro é uma boa aproximação para o caso de um buraco negro sem carga e sem rotação). Uma demonstração rigorosa da emissão Hawking pode ser encontrada em [6] onde os autores levaram em consideração a produção de partículas associadas a um campo escalar na presença de um buraco negro. Além destes tratamentos rigorosos, existem outros métodos desenvolvidos na literatura mais adequados para uma apresentação pedagógica da radiação Hawking como, por exemplo, o procedimento semi-clássico de tunelamento [7,8]. Em tal método, as partículas emitidas atravessam uma barreira devido a contração do horizonte causada pela emissão de um fóton ou de uma partícula. A aproximação WKB fornece a taxa de escape de uma onda (partícula) com momento angular nulo (*s-wave*), dada por

$$\Gamma = \Gamma_0 \exp[-2 \text{Im} S_A], \quad (20)$$

onde  $S_A$  é a ação clássica da partícula considerada e  $\Gamma_0$  é uma constante de normalização. Por outro lado, classicamente, se o buraco negro emite aproximadamente como um corpo negro, a probabilidade de emissão de uma partícula com energia  $\omega$  é

$$\Gamma = \Gamma_* \exp[-\omega/T]. \quad (21)$$

Comparando-se (20) e (21) pode-se obter a temperatura de radiação do horizonte. O raio do horizonte  $r_H$  depende unicamente da massa  $M$  do buraco negro no caso da métrica de Schwarzschild. Ao emitir uma partícula de energia  $\omega$ , a massa diminui assim como o raio e a área do horizonte. Neste caso, a ação clássica pode ser expressa como

$$\begin{aligned} S_A &= \int_{r_H(M)}^{r_H(M-\omega)} p_r dr \\ &= \int_{r_H(M)}^{r_H(M-\omega)} dr \int_0^{p_r} dp'_r. \end{aligned} \quad (22)$$

Utilizando-se agora das equações de Hamilton,

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dH}{dp_r} = \frac{d(M-\omega)}{dp'_r}. \quad (23)$$

Usando-se (23), podemos reescrever a equação (22) como

$$\begin{aligned} S_A &= \int_{r_H(M)}^{r_H(M-\omega)} dr \int_0^\omega \frac{d(M-\omega')}{\dot{r}} \\ &= \int_0^\omega d\omega' \int_{r_H(M-\omega')}^{r_H(M)} \frac{dr}{\dot{r}}. \end{aligned} \quad (24)$$

Em geral, as partículas com massa  $m$  e com  $s = 0$ , emitidas via efeito túnel, satisfazem a condição  $m \ll T_H$ , isto é, são ultra relativistas. Neste caso, a trajetória descrita pode ser aproximada por uma geodésica radial nula.

Consideremos agora um buraco negro descrito pela métrica

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 d\Omega^2. \quad (25)$$

A condição  $f(r_H) = 0$  define o horizonte (ou horizontes) do buraco negro. Vamos efetuar uma mudança da coordenada temporal ( $t \rightarrow T$ ) segundo Painlevé, isto é,

$$dT = dt - \frac{\sqrt{1-f(r)}}{f(r)} dr. \quad (26)$$

Quadrando (26) e substituindo em (25) obtemos

$$\begin{aligned} ds^2 &= -f(r)dT^2 + dr^2 \\ &\quad - 2\sqrt{(1-f(r))}drdT + r^2 d\Omega^2. \end{aligned} \quad (27)$$

Nestas condições, para uma geodésica nula ( $ds = 0$ ), a velocidade radial  $u_r = dr/dT$  pode ser calculada da (27), obtendo-se

$$u_r = 1 \mp \sqrt{1-f(r)}, \quad (28)$$

onde o sinal negativo corresponde a uma partícula emergindo do horizonte e o positivo a uma partícula movendo-se no sentido oposto. Como estamos interessados no movimento muito próximo do horizonte, podemos expandir a (28) em série de Taylor na vizinhança de  $r_H$ , considerando apenas o termo de primeira ordem, isto é

$$u_r \cong \frac{1}{2} f'(r_H) (r - r_H). \quad (29)$$

Substituindo a (29) na (24) obtemos

$$\begin{aligned} S_A &= \frac{2\omega}{f'(r_H)} \int_{r_H(M-\omega)}^{r_H(M)} \frac{dr}{(r-r_H)} \\ &= i \frac{2\pi\omega}{f'(r_H)}, \end{aligned} \quad (30)$$

onde fizemos uso do teorema dos resíduos para o cálculo da integral. Substituindo (30) na (20) e comparando com (21) obtemos para a temperatura de Hawking,  $T_H = f'(r_H)/4\pi$ . Lembrando que a aceleração da gravidade no horizonte de um buraco negro é dada por  $\kappa = f'(r_H)/2$ , a temperatura de Hawking pode ser expressa por uma equação similar a temperatura FDU, isto é,  $T_H = \kappa/2\pi$ . É preciso salientar que, embora formalmente ambas as temperaturas obedecem a relações similares, os dois processos tem um significado distinto. Voltaremos a esse aspecto mais adiante. No caso de um buraco negro de Schwarzschild,  $f(r) = 1 - (2M/r)$ : o horizonte é dado por  $r_H = 2M$  e, usando os resultados acima, obtemos para a temperatura de Hawking,  $T_H = 1/8\pi M$  ou, recuperando as constantes físicas,

$$k_B T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi G M}. \quad (31)$$

Podemos, igualmente, obter tal resultado através do seguinte raciocínio: no caso da métrica de Schwarzschild,  $f(r) = 1 - (2M/r)$  [ver equação (25)], podemos definir uma nova coordenada radial  $R$  que mede a distância própria de um dado ponto em relação ao horizonte, ou seja

$$R = \int_{2M}^r \sqrt{1/f(r')} dr' = \sqrt{r(r-2M)} + 2M \operatorname{arcsch} \left( \sqrt{\frac{r}{2M}} - 1 \right). \quad (32)$$

Como estamos interessados em pontos próximos do horizonte ( $r \approx 2M$ ) podemos expandir em série de Taylor a equação (32). Guardando-se apenas os termos de primeira ordem obtemos

$$R \approx 2\sqrt{2M(r-2M)}. \quad (33)$$

Invertendo a (33) obtemos

$$r \approx 2M + \frac{R^2}{8M}, \quad (34)$$

e, usando este resultado, podemos exprimir  $f(r)$  como

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} \approx \left( \frac{R}{4M} \right)^2. \quad (35)$$

Diferenciando a (34) e quadrando, bem como fazendo uso da (35), podemos reescrever a métrica de Schwarzschild nas vizinhanças do horizonte como

$$ds^2 = - \left( \frac{R}{4M} \right)^2 dt^2 + dR^2, \quad (36)$$

onde novamente desprezamos as variáveis angulares pois podemos considerar, sem perda de generalidade, apenas um pequeno entorno da posição  $\theta = 0$ . A métrica acima é do tipo Rindler, o que pode ser facilmente verificado através das transformações

$$T = R \sinh \left( \frac{t}{4M} \right) \quad (37)$$

$$X = R \cosh \left( \frac{t}{4M} \right),$$

que permitem, para um observador com aceleração uniforme ( $1/4M$ ) passar de um referencial de Minkowski de coordenadas  $T, X$  para um espaço de Rindler de coordenadas  $t, R$ . Se a aceleração é constante, o princípio de equivalência nos permite afirmar que, a aceleração gravitacional do buraco negro nas vizinhanças do horizonte equivale a uma aceleração constante do observador. Neste caso, podemos utilizar a expressão da temperatura de Unruh e recuperar a equação (31).

#### 4 Considerações finais

Na literatura aparecem com certa frequência textos nos quais não há uma distinção precisa entre o efeito FDU e a radiação de Hawking. Esta última representa um processo de emissão real através do qual o buraco negro perde massa e pode “evaporar” completamente. Por outro lado, um detetor acelerado uniformemente pode absorver uma partícula de Rindler, correspondendo a emissão de uma partícula de Minkowski. Este aparente paradoxo foi discutido em [9] e pode ser explicado da seguinte forma: para absorver uma partícula de Rindler, o detector deve estar acoplado ao campo eletromagnético, caso em que a partícula de Rindler é um fóton. Para o observador inercial, o detector acelerado está emitindo radiação, pois acoplado ao campo eletromagnético podemos imaginá-lo como possuindo uma carga. A fonte de aceleração do detector, seja qual for, supre a energia de emissão das partículas de Minkowski enquanto um observador acelerado observa uma emissão ou absorção de partículas presentes no banho térmico.

Poder-se-ia, igualmente, dizer que o banho térmico é originário do horizonte de Rindler (ver



Figura 1), que se encontra na temperatura  $T_U$ , conforme trabalho recente desenvolvido em [10]. Diferentes análises do efeito Unruh podem ser encontradas na literatura e, em particular nos artigos [11, 12], onde os autores desenvolvem um tratamento bem mais geral do que o estudo da equação de Klein-Gordon em um espaço de Minkowski (caso considerado no presente texto). Embora o efeito FDU e a radiação Hawking sejam fisicamente e matematicamente distintos, são intimamente ligados.

Atualmente, nem o efeito FDU, nem a radiação de Hawking foram detectados diretamente. Uma das razões é o obstáculo representado pela aceleração extremamente elevada requerida para que o “banho térmico” tenha uma temperatura adequada. Por exemplo, para observar um banho térmico com a temperatura ambiente (300°K) o observador deve ter uma aceleração  $a = 2,5 \times 10^{20} \text{ m/s}^2$ , que pode ser comparada à esperada na superfície de uma estrela de nêutrons, isto é,  $a = 1,9 \times 10^{12} \text{ m/s}^2$ .

Acelerações elevadas podem ser obtidas para partículas carregadas eletricamente. No entanto, por vários anos, a emissão de radiação por uma partícula carregada em movimento com aceleração constante, tem sido tema de intensos debates. Uma das razões é a seguinte: a fórmula de Larmor indica que uma partícula carregada irradia com uma taxa proporcional ao quadrado de sua aceleração. Ora, pelo princípio de equivalência isto deveria se verificar igualmente se a partícula estivesse em repouso mas na presença de um campo gravitacional uniforme. No entanto, neste último caso, a emissão não é observada.

A resposta a tal aparente contradição foi dada por [13] e pode ser entendida como se segue: o observador que detecta a emissão da partícula acelerada está em repouso, mas o observador que procura detectar a emissão da partícula no campo gravitacional uniforme, em geral, se encontra imerso no mesmo campo e não isolado. Portanto, trata-se de uma experiência difícil de ser realizada. Outra solução foi dada por [14], na qual a radiação emitida pela carga acelerada vai, na realidade, para uma região do espaço-tempo inacessível ao observador em co-aceleração (em outras palavras, fora do horizonte futuro de Rindler).

Apesar destas dificuldades conceituais, o autor

em [15] encontrou uma correspondência na eletrodinâmica clássica do efeito FDU, mostrando que um elétron com aceleração uniforme possui uma energia do vácuo não nula. Este resultado é uma consequência da reinterpretação da interação da radiação emitida (soluções avançada e retardada) com a partícula, equivalente as condições de contorno no “infinito”, que garantem a constância da aceleração.

Os trabalhos mencionados nos parágrafos anteriores garantem fundamentos teóricos para que se possa imaginar experimentos capazes de detectar o efeito FDU usando-se cargas aceleradas. Assim, espera-se que partículas carregadas com altas energias possam ser produzidas pelos diferentes aceleradores existentes no planeta, que sofrerão flutuações quânticas associadas ao efeito FDU. Segundo a Ref. [16], para serem detectadas, tais flutuações devem ser da ordem de 0,1 eV, isto é, comparáveis a energia térmica ambiente. Tais valores são esperados em aceleradores lineares como o LEP, pois no anel magnético de armazenamento a razão esperada entre a energia média das flutuações  $U_f$  e a energia de repouso dos elétrons é [16, 17]

$$\frac{U_f}{mc^2} \approx \frac{\gamma e \hbar B}{2\pi m^2 c^3}. \quad (38)$$

Com os parâmetros do anel magnético de armazenamento do LEP,  $\gamma \sim 10^5$  e  $B \sim 10^3$  Gauss, obtemos da (38) um valor para a energia esperada das flutuações  $U_f \sim 0,2\text{eV}$ , valor que, segundo [16] o efeito FDU poderia ser detectado mas que não ocorreu até a presente data.

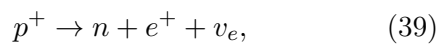
Aceleração de elétrons em plasmas por pulsos eletromagnéticos intensos, devidos a lasers de potência da ordem de  $10^{15} \text{ W}$ , podem produzir acelerações da ordem de  $10^{26} \text{ m/s}^2$ . Em tal situação, os elétrons são acelerados e desacelerados em cada ciclo do laser, cuja frequência é muito maior que à do plasma. Em princípio, o elétron acelerado se encontra no “banho térmico” FDU, afetando a emissão de Larmor por um fator que depende da razão  $\hbar\omega_0/mc^2 \approx 10^{-4}$ , onde  $\omega_0$  é a frequência angular da onda eletromagnética associada ao laser. Para maiores detalhes, ver o artigo [18].

Nos anos sessenta Sokolov & Ternov previram a existência de flutuações quânticas na radiação síncrotron capazes de impor limites da ordem de 92% na polarização transversa do feixe [19]. Sem

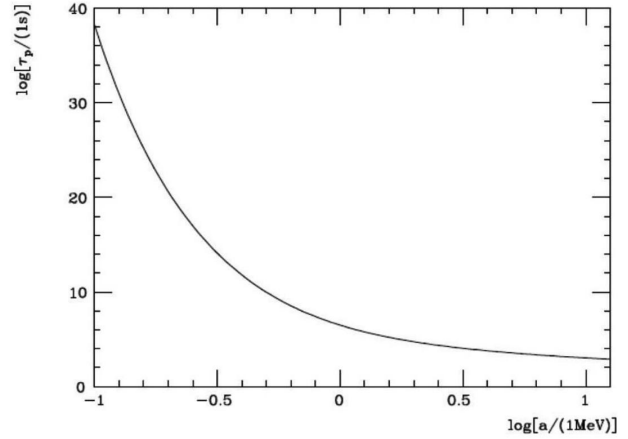
tais flutuações, a polarização deveria alcançar o valor máximo de 100%. O trabalho de Sokolov & Ternov é anterior aos artigos de Fulling, Davies e Unruh, que datam da década posterior. Portanto, na época, os resultados de Sokolov & Ternov não foram associados ao efeito FDU. No entanto, em 1987, investigações de vários pesquisadores [20] mostraram que a limitação na polarização da radiação síncrotron poderia estar ligada a flutuações de caráter térmico e, portanto, ao efeito FDU. Mais recentemente, Akhmedov & Singleton [21] mostraram que, efetivamente o efeito previsto por Sokolov & Ternov é fisicamente equivalente ao efeito FDU no caso de uma aceleração constante circular e se as mudanças de estado do spin dos elétrons for considerada como um detector do tipo Unruh-DeWitt [9, 22], isto é, com dois níveis de excitação. No entanto, os autores em [21] salientam as dificuldades para observar tal efeito.

Mais recentemente, um grupo de pesquisadores [23] efetuou uma experiência utilizando um sistema físico contendo aproximadamente  $10^5$  átomos e cuja dinâmica obedece equações similares às que descrevem o efeito FDU. As ondas materiais observadas por observadores inerciais obedecem a uma distribuição de Boltzmann, em acordo com o esperado pelo efeito FDU. Mais ainda, a temperatura equivalente da distribuição segue a expressão da temperatura de Unruh. Esta experiência, embora indireta, é a única detecção positiva do efeito FDU até a presente data.

Para finalizar, é importante salientar um outro aspecto importante do efeito FDU, isto é, a desintegração do próton. É bem sabido que o próton é uma partícula estável com uma vida média superior a  $1,6 \times 10^{25}$  anos (valor independente de modelos). No entanto, já na década dos anos sessenta, os físicos soviéticos Ginzburg & Syrovatskii conjecturaram que um próton acelerado poderia se desintegrar [24], mas estimativas concretas do processo foram feitas somente trinta anos mais tarde por Müller [25]. Este autor estimou o tempo de vida do decaimento do próton acelerado através do processo

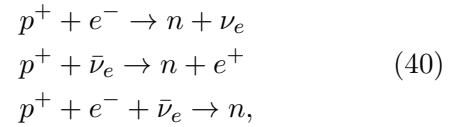


onde as partículas envolvidas foram consideradas como “escalares”. Logo em seguida, os físicos brasileiros Daniel Vanzella e George Matsas [26, 27]



**Figura 2:** Vida média do próton (em segundos) em função da sua aceleração (em MeV onde  $1\text{MeV} = 4,6 \times 10^{29} \text{ m/s}^2$ ), segundo a referência [26]. Notar que quando  $a \rightarrow 0$ , a vida média tende ao “infinito”.

efetuaram cálculos mais realistas descrevendo os processos de decaimento



onde os léptons presentes no banho térmico são tratados como férmions. Utilizando uma teoria quântica de campos, o tempo de vida do próton devido aos processos (40) foi estimado em função da aceleração do mesmo (ver Figura 2).

Pulsares são estrelas de nêutrons (EN) em rotação, com um campo magnético dipolar (ou mais complexo em alguns casos) responsável pela variabilidade observada da emissão eletromagnética. A crosta externa é formada por um cristal de Fe, mas uma magnetosfera constituída por elementos leves (H, He) pode estar presente se a EN for parte de um sistema binário ou, se for isolada, por acreção do gás interestelar. No caso de magnetares (EN com campos  $H \geq 10^{14}$  Gauss) prótons da magnetosfera tem o momento perpendicular ao campo magnético quantizado, constituindo os chamados níveis de Landau. Neste caso, a aceleração é dada por  $a_{\perp} = \omega_H u_{\perp}$ , onde  $\omega_H$  é a frequência de Larmor e  $u_{\perp}$  é a componente da velocidade do próton perpendicular ao campo, cuja ordem de grandeza é comparável ao potencial gravitacional da EN se a magnetosfera estiver em equilíbrio.

Para um magnetar com  $H = 10^{15}$  Gauss, a aceleração é aproximadamente  $a_{\perp} \approx 1,3 \times 10^{27} \text{ m/s}^2$ .

Considerando o primeiro dos processos descritos em (40), o próton interagindo com um elétron do banho térmico produz um neutrino cuja energia é comparável a temperatura FDU do banho térmico, isto é,  $E_\nu \sim 1,0 \text{ keV}$ . Embora neutrinos com tal energia se distingam facilmente do fundo cosmológico, os detectores atuais (Antares, Ice-Cube, etc.) estão projetados para estudar neutrinos com energias superiores a 1 TeV, restando a esperança de que, no futuro, instrumentos suficientemente eficazes nestas baixas energias possam ser desenvolvidos e testar assim as previsões envolvendo o decaimento dos prótons.

---

### Sobre o autor

José Antônio de Freitas Pacheco ([pacheco@oca.eu](mailto:pacheco@oca.eu)) é Professor Emérito do Observatoire de la Côte d'Azur (OCA), na França. Formado na Universidade de São Paulo (USP), foi diretor do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da USP, do Observatório Nacional, e do próprio OCA. Membro da Academia Brasileira de Ciências, foi agraciado com a medalha do Mérito Científico do Governo Brasileiro. Possui mais de 200 artigos científicos publicados, tendo sido orientador de mais de 20 doutorandos, tanto no Brasil quanto na Europa. Autor do livro *Vida no Universo*, publicado pela EDUSP.

### Referências

- [1] S. Hawking, *Particle creation by black holes*, *Comm. Math. Phys* **43**, 199 (1975).
- [2] S. A. Fulling, *Nonuniqueness of canonical field quantization in Riemannian space-time*, *Physical Review D* **7**(10), 2850 (1973).
- [3] P. Davies, *Scalar production in Schwarzschild and Rindler metrics*, *Journal of Physics A: Mathematical and General* **8**(4), 609 (1975).
- [4] W. Unruh, *Notes on black hole evaporation*, *Phys. Rev. D* **14**, 870 (1976).
- [5] S. W. Hawking, *Black hole explosions?*, *Nature* **248**(5443), 30 (1974).
- [6] K. Fredenhagen e . R. Haag, *On the derivation of Hawking radiation associated with the formation of a black hole*, *Comm. Math. Phys* **127**, 273 (1990).
- [7] M. Parikh e . F. Wilczek, *Hawking radiation as tunneling*, *Phys. Rev. Lett* **85**, 5042 (2000).
- [8] R. Banerjee, B. Majhi e . Samanta, *Noncommutative black hole thermodynamics*, *Phys. Rev. D* **77**, 124035 (2008).
- [9] W. G. Unruh e R. M. Wald, *What happens when an accelerating observer detects a Rindler particle*, *Physical Review D* **29**(6), 1047 (1984).
- [10] M. Lynch, *Notes on the experimental observation of the Unruh effect*, Essay written for the Gravity Research Foundation 2022 Awards for Essays on Gravitation (2022).
- [11] B. S. Kay e R. M. Wald, *Theorems on the uniqueness and thermal properties of stationary, nonsingular, quasi-free states on spacetimes with a bifurcate Killing horizon*, *Physics Reports* **207**(2), 49 (1991).
- [12] S. Takagi, *Vacuum noise and stress induced by uniform acceleration*, *Progress of Theoretical Physics Supplement* **88**, 1 (1986).
- [13] T. Fulton e F. Rohrlich, *Classical radiation from a uniformly accelerated charge*, *Annals of Physics* **9**(4), 499 (1960).
- [14] D. G. Boulware, *Radiation from a uniformly accelerated charge*, *Annals of Physics* **124**(1), 168 (1980).
- [15] S. Y. Lin, *Classical correspondence of Unruh effect* (2001). [ArXiv:gr-qc/0105051](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0105051).
- [16] K. McDonald, *The Hawking-Unruh temperature and quantum fluctuations in particle accelerators* (2000). [ArXiv:physics/0003060](https://arxiv.org/abs/physics/0003060).
- [17] J. Bell e J. Leinaas, *The Unruh effect and quantum fluctuations of electrons in storage rings*, *Nucl. Phys. B* **284**, 488 (1987).
- [18] P. Chen e T. Tajima, *Testing Unruh radiation with ultraintense lasers*, *Phys. Rev. Lett* **83**(2), 256 (1999).



- [19] A. A. Sokolov e I. M. Ternov, *On polarization and spin effects in the theory of synchrotron radiation*, *Sov. Phys. Dokl* **8**, 1203 (1964). Disponível em <https://www.mathnet.ru/eng/dan28897>, acesso em ago. 2023.
- [20] J. Bell e J. Leinaas, *Electrons as accelerated thermometers*, *Nuclear Physics B* **212**(1), 131 (1983).
- [21] E. Akhmedov e D. Singleton, *On the relation between Unruh and Sokolov-Ternov effects*, *International Journal of Modern Physics A* **22**(26), 4797 (2007).
- [22] B. Dewitt, *Quantum gravity: the new synthesis*, in *General Relativity: An Einstein Centenary Survey*, editado por S. W. Hawking e W. Israel (Cambridge University Press, 1979), 680.
- [23] J. Hu et al., *Quantum simulation of Unruh radiation*, *Nature Physics* **15**(8), 785 (2019).
- [24] V. L. Ginzburg e S. I. Syrovatskiĭ, *Cosmic Magnetic Bremsstrahlung (Synchrotron Radiation)*, *Soviet Physics Uspekhi* **8**(5), 674 (1966).
- [25] R. Müller, *Decay of accelerated particles*, *Phys. Rev. D* **56**(2), 953 (1997).
- [26] D. A. T. Vanzella e G. E. A. Matsas, *Decay of accelerated protons and the existence of the Fulling-Davies-Unruh effect*, *Physical Review Letters* **87**(15), 151301 (2001).
- [27] D. A. T. Vanzella e G. E. A. Matsas, *Weak decay of uniformly accelerated protons and related processes*, *Physical Review D* **63**(1), 014010 (2001).