

Formação e evolução de estruturas em grande escala sob a perspectiva de modelos de halo

Emanuelly Silva¹ e Rafael C. Nunes^{1,2}

¹Universidade Federal do Rio Grande do Sul

²Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais

Resumo

A era atual das pesquisas sobre estruturas em larga escala, impulsionadas por projetos como DESI, Euclid e LSST, exige métodos eficientes para modelar e interpretar vastos conjuntos de dados. O espectro de potência da matéria, $P(k, z)$, é um estimador estatístico central nesses esforços, mas sua modelagem em escalas não lineares continua sendo um desafio na literatura. Nesse contexto, os modelos de halo oferecem uma abordagem poderosa, associando a distribuição da matéria a halos de diferentes massas. Amplamente utilizados em ferramentas como HALOFIT e HM-CODE, esses modelos desempenham um papel fundamental na análise de dados e na inferência de parâmetros cosmológicos. Este artigo tem como objetivo fornecer um material introdutório e didático que revisa os componentes essenciais dos modelos de halo, destacando suas vantagens, como a flexibilidade além do modelo padrão Λ CDM, e seu impacto na previsão de propriedades de galáxias, em estudos observacionais e na modelagem teórica. A revisão é apresentada de forma clara e acessível, visando introduzir essa abordagem, que se tornará cada vez mais indispensável na cosmologia moderna.

Abstract

The current era of large-scale structure research, driven by projects such as DESI, Euclid, and LSST, demands efficient methods for modeling and interpreting vast datasets. The matter power spectrum, $P(k, z)$, is a central statistical estimator in these efforts, but its modeling on nonlinear scales remains an ongoing challenge in the literature. In this context, halo models provide a powerful approach by associating the distribution of matter with halos of different masses. Widely used in tools such as HALOFIT and HM-CODE, these models play a fundamental role in data analysis and cosmological parameter inference. This article aims to provide an introductory and didactic resource that reviews the essential components of halo models, highlighting their advantages, such as flexibility beyond the standard Λ CDM model, and their impact on galaxy property predictions, observational studies, and theoretical modeling. The review is presented in a clear and accessible manner, aiming to introduce this approach, which will become increasingly indispensable in modern cosmology.

Palavras-chave: espectro de potência da matéria; estrutura em grande escala; modelos de halo; inferência de parâmetros cosmológicos

Keywords: power matter spectrum; large scale structure; halo models; cosmological parameter inference.

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v6n2.48290](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v6n2.48290)

1 Introdução

Atualmente, levantamentos ambiciosos de dados sobre a estrutura em larga escala, como o Dark Energy Spectroscopic Instrument (DESI) [1], Euclid [2] e o Rubin Legacy Survey of Space and Time (LSST) [3], estão impulsionando uma era dourada da cosmologia, caracterizada por um aumento exponencial no número de objetos observados e uma drástica redução nas incertezas na medição de parâmetros cosmológicos. Com es-

ses avanços observacionais promissores, a cosmologia demanda cada vez mais métodos eficientes para modelar, visualizar e interpretar esses dados. Uma das ferramentas primárias disponíveis atualmente para esse propósito é o espectro de potência da matéria, doravante denotado como $P(k)$.¹

Fundamentalmente, $P(k)$ serve como uma me-

¹Por razões de simplicidade e notação, omitimos a variável *redshift* z . Quando necessário, a explicitaremos ao longo do texto.

dida da amplitude das flutuações de matéria em diferentes escalas espaciais [4]. Além disso, é amplamente utilizado para avaliar a consistência observational de diversos modelos cosmológicos, pois vários testes observational dependem direta ou indiretamente de $P(k)$ em sua modelagem astrofísica e cosmológica. O grande desafio em aberto na literatura em relação a $P(k)$ é sua modelagem em escalas não lineares. Embora se espere um volume significativo de dados nesses regimes no futuro, ainda não há um consenso teórico sobre como descrevê-lo de forma abrangente e robusta em pequenas escalas.

A falta de consenso, entretanto, não implica a inexistência de estratégias na comunidade científica que tratem diretamente do problema. Nesse contexto, três frentes principais se destacam: (1) a teoria de perturbação de ordem superior [5], que aprimora previsões em escalas não-lineares ao resolver as equações de Boltzmann em ordens perturbativas superiores; (2) as simulações de N-corpos [6], que fornecem representações numéricas detalhadas da evolução gravitacional; e (3) os modelos de halo [7–9], uma técnica semi-analítica que relaciona as propriedades de halos individuais à distribuição de matéria em grandes escalas.

Neste artigo, focaremos nos modelos de halo, uma abordagem amplamente empregada na análise de dados cosmológicos. Ferramentas baseadas nesse modelo, como **HALOFIT** [8] e **HM-CODE** [7], têm desempenhado um papel crucial em estudos contemporâneos, oferecendo metodologias robustas para interpretar dados observational. Tais modelos são a base de análises realizadas em grandes levantamentos cosmológicos, como o *Kilo Degree Survey* (KiDS) [10], *Dark Energy Survey* (DES) [1], DESI, entre outros.

A premissa central dos modelos de halo é que as estruturas complexas do universo, desde galáxias anãs a grandes aglomerados, estão distribuídas em halos esféricos com massas variadas. Esses halos, considerados os blocos fundamentais da estrutura em larga escala, possuem propriedades dinâmicas e termodinâmicas específicas, como a função de massa do halo, que descreve a densidade numérica de halos em função de suas massas, e o perfil do halo, que caracteriza a distribuição radial de matéria no interior dos halos. Essas propriedades, entre outras, são geralmente parametrizadas com base em simulações numéri-

cas de alta precisão, calibradas para uma gama específica de parâmetros cosmológicos. O modelo parte do princípio de que, ao compreender detalhadamente essas propriedades e sua distribuição espacial, é possível inferir as características estatísticas da distribuição de matéria em escalas cosmológicas [9].

O uso dos modelos de halo oferece diversas vantagens, tornando os desafios associados à estrutura em larga escala mais tratáveis. Entre essas vantagens, destacam-se:

1. *Previsão de Propriedades das Galáxias*: O modelo de halo permite prever características das galáxias centrais e satélites, como o viés não linear (a relação entre a distribuição das galáxias e da matéria escura subjacente) e os alinhamentos intrínsecos (a orientação preferencial das galáxias dentro dos halos).
2. *Flexibilidade Teórica*: Ao permitir a calibração de parâmetros por meio de simulações de N-corpos, os modelos de halo não se restringem ao paradigma cosmológico padrão Λ CDM, podendo ser estendidos para explorar cenários cosmológicos alternativos, o que se mostra de grande valia nessa era onde as tensões cosmológicas, como as discrepâncias em H_0 , vêm se tornando cada vez mais significativas [11].
3. *Ferramenta para Análise Observacional e Teórica*: Softwares derivados do modelo de halo (como os já citados **HALOFIT** e **HM-CODE**) possibilitam testar hipóteses cosmológicas e astrofísicas, comparar previsões com observações e investigar a física subjacente à formação de estruturas em diferentes contextos.

Motivados por essas razões, este texto apresenta uma revisão geral do modelo de halo em uma linguagem clara e acessível, com o objetivo de introduzir essa ferramenta, que se tornará cada vez mais indispensável na cosmologia moderna. Iniciamos com uma contextualização sobre o espectro de potência da matéria e sua importância para o estudo da estrutura em larga escala. Em seguida, abordamos os componentes fundamentais que caracterizam o modelo de halo. Por fim, as três últimas seções exploram suas aplicações em previsões não lineares, traçadores e cosmologias além do modelo padrão.

2 Espectro de potência da matéria

As pequenas flutuações de densidade presentes na radiação cósmica de fundo, amplificadas pela instabilidade gravitacional, evoluíram ao longo do tempo para formar as grandes estruturas que observamos hoje. A gravidade atraiu progressivamente mais matéria para as regiões mais densas, iniciando um processo auto-sustentado que resultou no colapso gravitacional e na formação das primeiras galáxias.

Esse mecanismo deu origem às inhomogeneidades atuais, que eram muito menos pronunciadas no universo primitivo. A Figura 1 ilustra claramente o crescimento das diferenças entre regiões com densidade acima e abaixo da média. Nota-se que, quando o universo tinha apenas 0,05 Ga (giga-anos), praticamente não existiam pontos de brilho significativo, indicando a ausência de grandes aglomerados de matéria. Já em 13,83 Ga, observa-se uma quantidade expressiva desses pontos, evidenciando a formação de estruturas.

Para descrever quantitativamente essas variações na densidade, introduzimos uma grandeza denominada contraste de densidade, definida como:

$$\delta(\mathbf{x}, t) = \frac{\rho(\mathbf{x}, t) - \bar{\rho}(t)}{\bar{\rho}(t)}, \quad (1)$$

onde $\rho(\mathbf{x}, t)$ representa a densidade local e $\bar{\rho}(t)$ a densidade média no tempo t . Regiões com $\delta > 0$ são superdensas, enquanto regiões com $\delta < 0$ são subdensas.

A partir da definição (1), podemos introduzir a função de correlação de dois pontos,

$$\xi(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|, t) \equiv \langle \delta(\mathbf{x}, t) \delta(\mathbf{x}', t) \rangle, \quad (2)$$

que descreve estatisticamente a distribuição da matéria no universo. Essa função mede o grau de correlação entre as flutuações de densidade em diferentes posições, quantificando a probabilidade de encontrar uma galáxia em \mathbf{x} , dado que há outra em \mathbf{x}' . Valores maiores de ξ indicam uma tendência de agrupamento das estruturas cósmicas.

Por meio da função de correlação de dois pontos, $\xi(r)$, é possível extraír o espectro de potência da matéria, $P(k)$, que caracteriza, no espaço de Fourier, como as flutuações de densidade se distribuem em diferentes escalas espaciais. O número

de onda k representa essas escalas, sendo inversamente proporcional ao comprimento de onda, $k = 2\pi/\lambda$. Assim, quanto maior o k , menores são essas escalas. A conexão entre $\xi(r)$ e $P(k)$ é feita por meio de uma transformada de Fourier:

$$\begin{aligned} \langle \delta(\mathbf{k}) \delta^*(\mathbf{k}') \rangle &= \int d^3x d^3x' e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} e^{i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{x}'} \langle \delta(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x}') \rangle \\ &= (2\pi)^3 \delta_D(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \int d^3r e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \xi(r) \\ &\equiv (2\pi)^3 \delta_D(\mathbf{k} - \mathbf{k}') P(k), \end{aligned}$$

onde δ_D é a função delta de Dirac.

3 Componentes básicos do modelo de halo

Nesta seção, apresentamos os fundamentos necessários para a compreensão dos modelos de halos. Cada componente discutido a seguir será utilizado para explorar as propriedades dos halos, com o objetivo de, posteriormente, aplicar esses conceitos na modelagem da teia cósmica.

3.1 Massa dos halos

A definição de halo pode variar dependendo da simulação ou algoritmo utilizado. Em geral, existem duas técnicas principais para identificação de halos: o algoritmo de Sobredensidade Esférica (SO, do inglês *Spherical Overdensity*) e o algoritmo de Amigos dos Amigos (FoF, do inglês *Friends of Friends*). O algoritmo SO define um halo como uma região esférica onde a densidade excede um limite específico pré-definido. Isso envolve calcular a densidade ao redor de cada partícula e compará-la ao limite. As partículas em regiões suficientemente densas são classificadas como membros do halo. Por outro lado, o algoritmo FoF conecta partículas que estão dentro de um comprimento de ligação predeterminado, oferecendo uma abordagem computacionalmente mais eficiente.

Para confirmar que as partículas dentro de um halo estão gravitacionalmente ligadas, ambos os métodos geralmente aplicam um critério de energia de ligação: uma partícula é considerada ligada se sua energia cinética for menor que o módulo da energia potencial gravitacional, ou seja, $v^2/2 < |\Psi_{\text{halo}}|$. É importante notar que a escolha do algoritmo (SO ou FoF) intervém diretamente no cálculo do espectro de potência, pois

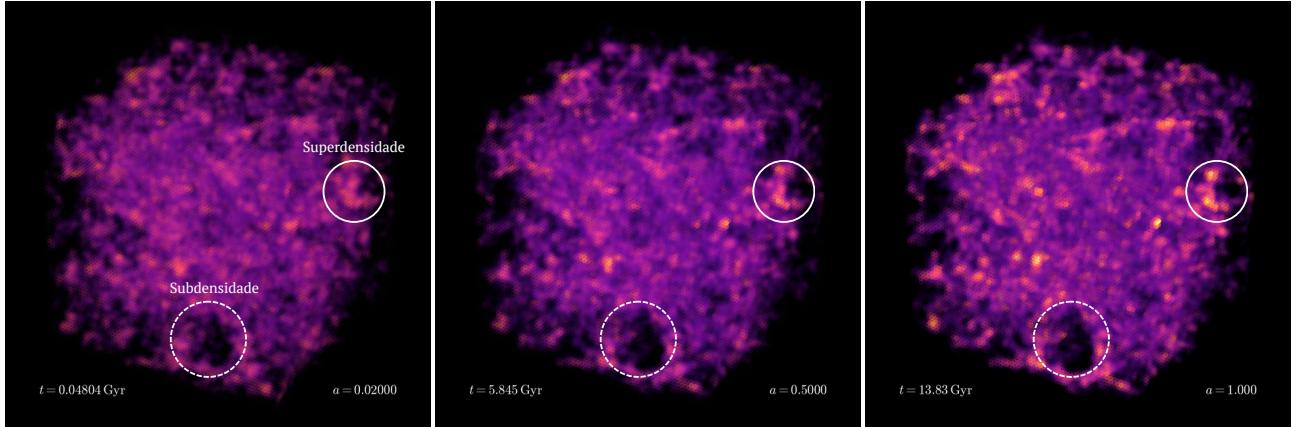


Figura 1: Simulação de N-corpos realizada com o código aberto CONCEPT [6], gerada pelo autor. Aqui mostramos a evolução do contraste de densidade prevista pelo modelo Λ CDM, da esquerda para a direita. O círculo sólido indica uma região de superdensidade, enquanto o tracejado representa uma região de subdensidade. Na primeira imagem, correspondente à distribuição de estruturas em $z = 49$, as diferenças de densidade ainda são pequenas. Já na última imagem, após a evolução até $z = 0$, o contraste entre regiões sub e superdensas aumenta significativamente.

a definição de quais partículas pertencem a um halo determina a distribuição de massas e, consequentemente, afeta as estatísticas de *clustering* utilizadas na construção do espectro.

Após a identificação dos halos, é necessário quantificar suas propriedades intrínsecas para analisá-los. A massa do halo é uma dessas propriedades fundamentais. Convencionalmente, ela é definida como a massa contida dentro de uma esfera de virialização,² caracterizada por um raio R_Δ , tal que a densidade média dentro dessa esfera seja um múltiplo da densidade média do universo, conforme:

$$\frac{M(< R_\Delta)}{4\pi R_\Delta^3/3} = \Delta \times \rho_m(t_0), \quad (3)$$

onde R_Δ é o raio comóvel da esfera. Assim, $M_\Delta \equiv M(< R_\Delta)$. O valor de Δ é escolhido para garantir que a maior parte da massa dentro dessa esfera esteja gravitacionalmente ligada ao halo. Um valor comumente utilizado é $\Delta = 200$.

3.2 Perfis de densidade radial de halos

Há diversas formas funcionais propostas para descrever a distribuição de densidade dos halos. No entanto, as mais comuns na literatura pos-

uem a seguinte estrutura:

$$\rho_h(r) = \frac{\rho_s}{(r/r_s)^\beta (1+r/r_s)^\nu}, \quad (4)$$

onde r_s é o raio de escala. Os perfis variam com os parâmetros β e ν . Por exemplo, $\beta = 1$ e $\nu = 3$ resultam no perfil de Hernquist [12]. Uma escolha comum, na maioria dos trabalhos atualmente, é o chamado perfil de Navarro-Frenk-White (NFW) [13] que toma $\beta = 1$ e $\nu = 2$, fornecendo uma boa aproximação para a densidade média de halos em várias escalas cosmológicas. Outra opção de perfil frequentemente utilizada, principalmente em simulações de alta resolução, é o perfil de Einasto [14], que inclui um parâmetro adicional e fornece uma descrição ligeiramente mais precisa dos resultados de simulação.³

No contexto desses perfis de densidade, o raio de escala característico r_s é um parâmetro que define a transição entre a região central e a cauda do perfil de densidade de matéria escura. A densidade de escala correspondente, ρ_s , é um parâmetro de normalização do perfil de densidade. Para encontrarmos seu valor, precisamos antes definir o raio virial, que delimita a fronteira de um sistema virializado e pode ser expresso como:

$$r_{\text{vir}} = \left(\frac{3M}{4\pi \Delta_{\text{vir}} \bar{\rho}} \right)^{1/3}, \quad (5)$$

onde Δ_{vir} é o contraste de densidade no raio virial e $\bar{\rho}$ é a densidade de fundo do universo.

²A virialização é o processo pelo qual um sistema gravitacionalmente ligado, como um halo de matéria escura, atinge equilíbrio dinâmico, de modo que a energia cinética média das partículas é proporcional à energia potencial, satisfazendo o teorema virial.

³Para um estudo comparativo de vários perfis encontrados na literatura, ver [15].

Uma vez que a massa e o raio virial são conhecidos, ρ_s pode ser obtida por meio da integral da massa:

$$M = 4\pi \int_0^{r_{\text{vir}}} r^2 \rho(r) dr. \quad (6)$$

Para o perfil NFW, a massa é dada por:

$$M = 4\pi \rho_s r_s^3 \left[\ln(1 + c) - \frac{c}{1 + c} \right], \quad (7)$$

onde o parâmetro de concentração c é definido como $c = \frac{r_{\text{vir}}}{r_s}$.

3.3 Função de massa do halo

A função de massa de halos descreve estatisticamente a abundância de halos em função de sua massa, fornecendo informações sobre sua evolução ao longo do tempo cósmico. Nesse contexto, é útil definir o *redshift* (z), uma grandeza observational fundamental nas funções de massa de halos, dado por

$$z = \frac{\lambda_{\text{obs}} - \lambda_{\text{em}}}{\lambda_{\text{em}}} = \frac{1}{a} - 1, \quad (8)$$

onde λ_{em} e λ_{obs} são os comprimentos de onda emitido e observado, e a é o fator de escala do universo, com $a = 1$ hoje.

Com essa definição em mãos, podemos agora expressar de forma analítica a função de massa de halos. Ela se baseia na suposição de que a formação de halos é um processo estocástico, isto é, um fenômeno governado por probabilidades, no qual as flutuações de densidade da matéria evoluem de forma aleatória dentro de um quadro estatístico, e cuja dependência temporal é usualmente expressa em termos do *redshift*. Essa expressão é dada por:

$$\frac{dn(M, z)}{d \ln M} = \frac{\rho_m(t_0)}{M} \left| \frac{dF_{\text{coll,PS}}}{d \ln M} \right|. \quad (9)$$

Aqui, $F_{\text{coll,PS}}(M, z)$ representa a fração de massa colapsada em halos de massa M no *redshift* z , definida como:

$$F_{\text{coll,PS}}(M, z) = 2 \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\delta_{\text{cr}}/\sigma}^{\infty} e^{-\nu^2/2} d\nu, \quad (10)$$

onde δ_{cr} é o conhecido limiar de colapso esférico, que representa o valor crítico da sobredensidade

acima do qual uma região colapsa gravitacionalmente para formar um halo.⁴ Já σ é o desvio padrão do campo de densidade gaussiana, caracterizando as flutuações da densidade inicial com média nula e variância dada pelo espectro de potência da matéria.

Agora, se considerarmos a abordagem semianalítica baseada na aproximação de Press-Schechter [16],⁵ a função de massa assume a forma:

$$\begin{aligned} \frac{dn(M, z)}{d \ln M} &= \frac{\rho_m(t_0)}{M} f_{\text{PS}} \left(\frac{\delta_{\text{cr}}}{\sigma(M, z)} \right) \\ &\times \left| \frac{d \ln \sigma(M, z)}{d \ln M} \right|, \end{aligned} \quad (11)$$

onde, sabendo que $\nu \equiv \delta_{\text{cr}}/\sigma(M)$, a função de Press-Schechter é definida como:

$$f_{\text{PS}}(\nu) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \nu e^{-\nu^2/2}. \quad (12)$$

A Figura 2 apresenta a função de massa de halos para diferentes *redshifts* ($z = 0, 3$ e 5), mostrando como a abundância de estruturas colapsadas varia ao longo do tempo cósmico em função da massa M_{FOF} . Observa-se que, em *redshifts* elevados, a abundância de halos massivos é significativamente menor. Esse padrão reflete a hierarquia na formação de estruturas no Universo: inicialmente, formam-se objetos menores, que, ao longo do tempo, fundem-se e acumulam matéria, originando halos mais massivos. Assim, em épocas mais remotas (z altos), predominam halos de menor massa, enquanto, em tempos mais recentes (z baixos), a fusão e a acreção de matéria aumentam a abundância de halos massivos.

A função de massa desempenha um papel central nos modelos de halo, pois determina a distribuição de halos em diferentes escalas de massa e influencia diretamente as previsões de formação de estruturas. Além disso, essa função é amplamente empregada em simulações cosmológicas e estudos extragaláticos.

⁴No modelo de colapso esférico, esse valor pode ser aproximado por $\delta_{\text{cr}} \approx 1.686$ para um universo dominado por matéria.

⁵Diversas aproximações alternativas à de Press-Schechter também são utilizadas na literatura, como as propostas por Tinker et al., Peacock, Sheth & Tormen, entre outras.

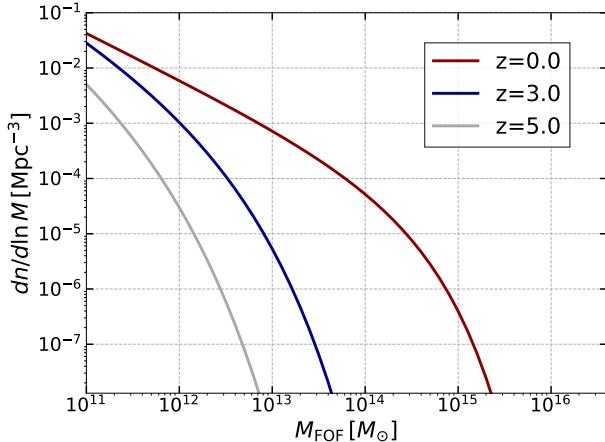


Figura 2: Evolução da função de massa de halos para diferentes *redshifts* de acordo com o modelo de Press-Schechter.

4 Previsões não lineares com o modelo de halo

Após introduzirmos as propriedades fundamentais dos halos na seção anterior, podemos agora utilizar esse arcabouço para modelar o espectro de potência, $P(k)$. A ideia central é que a distribuição de matéria no Universo pode ser descrita como a soma das contribuições individuais de halos de matéria escura.

Nesse contexto, o campo de densidade de matéria é representado como a superposição dessas contribuições, em que cada halo está localizado na posição x_i e possui massa M_i . Matematicamente, essa relação é expressa por uma integral sobre a densidade numérica de halos, a qual depende da função de massa local. Assim, a densidade média de matéria no modelo de halos é dada por:

$$\rho_m^{HM}(x) = \int d^3x' \int d\ln M \frac{dn(x')}{d\ln M} \times \rho_h(|x - x'|, M), \quad (13)$$

onde x' representa a posição do centro de massa do halo.

Para descrever a distribuição de matéria dentro de um único halo, introduzimos o perfil normalizado:

$$y(x, M) = \frac{\rho_h(x, M)}{M}, \quad (14)$$

onde $\rho_h(x, M)$ é a densidade de matéria do halo e M sua massa total. Por construção, esse perfil é normalizado a 1, ou seja, sua integral sobre

todo o volume do halo resulta em unidade. Essa propriedade garante que $y(x, M)$ funcione como um filtro adequado na suavização da distribuição de matéria.

Substituindo a Eq. (14) na Eq. (13), a densidade média de matéria no modelo de halos pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \rho_m^{HM}(\mathbf{x}) &= \int d^3x' \int d\ln M \frac{dn(\mathbf{x}')}{d\ln M} \\ &\times M y(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|, M). \end{aligned} \quad (15)$$

Esse é o cenário no nível de *background*. No entanto, ao introduzirmos uma pequena perturbação sobre essa configuração homogênea, temos:

$$\begin{cases} \rho_m^{HM}(x) = [1 + \delta_m^{HM}(x)]\rho_m, \\ \frac{dn(x)}{d\ln M} = [1 + \delta_h(x, M)]\frac{dn}{d\ln M}. \end{cases} \quad (16)$$

Logo, a Eq. (15) transforma-se em:

$$\begin{aligned} 1 + \delta_m^{HM}(\mathbf{x}) &= \int d\ln M \frac{M}{\rho_m} \frac{dn}{d\ln M} \\ &\times \int d^3x' [1 + \delta_h(\mathbf{x}', M)] y(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|, M). \end{aligned} \quad (17)$$

Mas, a partir da normalização da função de massa, sabemos que:

$$\int d\ln M M \frac{dn}{d\ln M} = \rho_m. \quad (18)$$

Portanto, obtemos:

$$\begin{aligned} \delta_m^{HM}(x) &= \int d\ln M \frac{M}{\rho_m} \frac{dn}{d\ln M} \\ &\times \int d^3x' \delta_h(\mathbf{x}', M) y(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|, M). \end{aligned} \quad (19)$$

Esse resultado demonstra como o modelo de halos pode ser empregado para prever o espectro de potência não linear a partir das propriedades intrínsecas dos halos de matéria escura.

Embora nesta formulação seja considerado o espectro de potência total da matéria, é comum, em implementações como o HM-CODE, decompô-lo em termos das contribuições de um e de dois halos:

$$P^{HM}(k) = P_{2h}(k) + P_{1h}(k), \quad (20)$$

onde $P_{2h}(k)$ descreve o agrupamento de diferentes halos, refletindo o comportamento linear, enquanto $P_{1h}(k)$ representa a distribuição interna

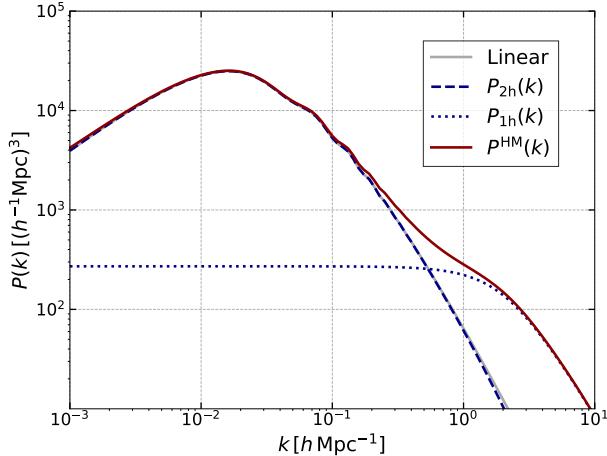


Figura 3: Espectro de potência no modelo de halo, destacando as contribuições dos termos de um halo (P_{1h}) e dois halos (P_{2h}), bem como o espectro linear e o espectro total com correções não lineares, $P^{HM}(k)$.

de matéria nos halos, evidenciando as não linearidades.

Na Figura 3, observa-se claramente o comportamento dos diferentes termos que compõem o espectro de potência no contexto do modelo de halos. O termo $P_{2h}(k)$ (azul tracejado) coincide com o espectro linear (cinza sólido) em grandes escalas (k pequeno), enquanto o termo $P_{1h}(k)$ torna-se relevante apenas em pequenas escalas (k grande), associadas ao regime não linear. O espectro total, $P^{HM}(k)$ (vermelho escuro), recupera o espectro linear em grandes escalas e incorpora as correções não lineares em escalas menores.

Em resumo, o modelo de halos fornece uma estrutura conceitualmente simples, porém notavelmente eficaz, para descrever a estrutura em larga escala do Universo. Suas previsões analíticas e a flexibilidade para tratar fenômenos não lineares fazem dele uma ferramenta poderosa na ponte entre teoria e observação. No entanto, sua dependência de simplificações e suposições impõe limitações, especialmente em escalas onde a precisão é essencial. Questões como a sensibilidade à função de massa, os parâmetros de viés e a incorporação de efeitos bariônicos representam desafios que requerem maior refinamento. Apesar dessas limitações, o modelo de halos permanece uma ferramenta indispensável, capaz de abordar uma ampla gama de questões e de se adaptar tanto a cenários cosmológicos convencionais quanto a propostas alternativas.

5 Modelagem de traçadores: galáxias

Concluída a discussão sobre a aplicação do modelo de halos ao espectro de potência da matéria, nesta seção exploramos sua generalização para outros traçadores observacionais da estrutura em grande escala. Discutiremos especificamente galáxias, mas o formalismo de halos é válido para qualquer campo cuja distribuição esteja associada ao perfil dos halos.

No estudo da distribuição de galáxias dentro dos halos de matéria escura, um modelo amplamente utilizado é o Modelo de Ocupação de Halos (HOD, do inglês *Halo Occupation Distribution*) [17]. As restrições do modelo são baseadas em simulações hidrodinâmicas e em modelos semi-analíticos de formação galáctica. No HOD, as galáxias dentro de um halo são classificadas em duas categorias: galáxias centrais e galáxias satélites. A galáxia central é a mais massiva do sistema e ocupa o centro do potencial gravitacional do halo. A probabilidade de um halo hospedar uma galáxia central é dada por:

$$\langle N_c(M) \rangle = \frac{1}{2} \left[1 + \text{erf} \left(\frac{\log_{10}(M/M_{\min})}{\sigma_{\log_{10} M}} \right) \right], \quad (21)$$

onde $\text{erf}(x)$ é a função de erro, que varia de -1 a 1, assegurando que o número médio de galáxias centrais seja limitado entre 0 e 1. O parâmetro M_{\min} representa a massa mínima do halo necessária para abrigar uma galáxia central. Para $M \ll M_{\min}$, a presença de uma galáxia central é improvável, enquanto para $M \gg M_{\min}$ os halos quase certamente abrigam uma. A transição entre essas duas situações é controlada por $\sigma_{\log_{10} M}$, que define a dispersão em $\log_{10} M$.

Além da galáxia central, um halo pode abrigar galáxias satélites que orbitam ao seu redor. No modelo HOD, o número médio de satélites segue uma relação de potência com a massa do halo, expressa como

$$\langle N_s(M) \rangle = \Theta(M - M_0) \left(\frac{M - M_0}{M_1} \right)^\alpha, \quad (22)$$

onde $\Theta(M - M_0)$ é a função degrau de Heaviside, definida por

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}. \quad (23)$$

Halos com $M = M_0 + M_1$ hospedam, em média, uma galáxia satélite, e para $\alpha = 1$ o número de satélites cresce linearmente com a massa do halo. Na prática, os parâmetros M_0 , M_1 e α são estimados ajustando-se o modelo HOD a observações ou a simulações numéricas, de forma a reproduzir a distribuição e abundância de galáxias em halos de diferentes massas.

Para garantir que halos com galáxias satélites também contenham uma galáxia central, é comum aplicar uma restrição conhecida como “condição de centralidade”. Essa condição impõe que o número de satélites seja nulo caso o halo não abrigue uma central. Caso os números de centrais (N_c) e de satélites (N_s) fossem estatisticamente independentes, poderíamos ter halos com satélites, mas sem centrais, o que não condiz com o cenário físico desejado. A fim de corrigir isso, tomamos uma nova distribuição de satélites que, diferente de (22), é modulada pela média de ocupação central $\langle N_c \rangle$, resultando em:

$$\mathcal{P}'(N'_s) = \langle N_c \rangle \mathcal{P}(N_s) + (1 - \langle N_c \rangle) \delta_{0N_s}, \quad (24)$$

onde δ_{ij} representa o delta de Kronecker. Essa modificação garante que, para $\langle N_c \rangle = 1$, a distribuição original seja preservada, enquanto para $\langle N_c \rangle = 0$ apenas estados sem satélites são possíveis.

Em conclusão, o modelo HOD oferece uma estrutura robusta para descrever a distribuição de galáxias em halos de matéria escura, distinguindo eficientemente galáxias centrais e satélites com base na massa do halo. Sua formulação analítica simples facilita a conexão entre teoria e observações. Embora não incorpore os detalhes físicos da formação galáctica, como *feedback* e efeitos ambientais, sua flexibilidade e compatibilidade com simulações cosmológicas o tornam uma ferramenta bastante útil para estudos de estrutura em grande escala.

6 Modelagem para além de Λ CDM

Até o momento, assumimos o modelo cosmológico padrão como base. No entanto, o modelo de halos fornece uma estrutura para descrever a distribuição da matéria e de seus traçadores sem estar restrito a uma cosmologia específica. Dessa

forma, os métodos discutidos podem ser aplicados a diferentes cosmologias, desde que os componentes descritos na Seção 3 estejam bem definidos. Essa capacidade de extensão para além do Λ CDM é especialmente relevante diante das atuais tensões observacionais na era da cosmologia de precisão.

Nesse sentido, diversos cenários cosmológicos já foram explorados na literatura. Um dos mais investigados envolve modelos com interação entre matéria escura e energia escura (IDE, do inglês *interacting dark energy*) [18], inicialmente propostos para abordar o problema da coincidência cósmica⁶ e o problema da constante cosmológica⁷. Atualmente, esses modelos ganham destaque por reproduzirem o sucesso observational do Λ CDM, ao mesmo tempo que aliviam ou resolvem algumas tensões. Recentemente, [19] obteve um ajuste do espectro de potência da matéria com precisão menor que 5% até escalas de $k \approx 1, h/\text{Mpc}$, utilizando um modelo de halo modificado para o cenário e ajustado por simulações de N-corpos. Além disso, por meio de uma análise *forecast*, o trabalho previu restrições nos parâmetros do modelo da ordem de 1% com os dados esperados do Euclid.

Voltando-nos agora para um contexto de matéria escura morna (WDM, do inglês *warm dark matter*), diversas simulações têm sido analisadas com o objetivo de medir os ingredientes do modelo de halo. Devido ao livre percurso térmico das partículas, espera-se a supressão da formação de estruturas em pequenas escalas, com uma dependência característica da massa da partícula. Estudos como [20] mostram que as previsões do modelo de halo em cosmologias WDM podem atingir uma concordância de até 10% com os espectros de potência simulados.

Outro tipo de modelo que tem ganhado destaque na literatura, especialmente após os dois últimos resultados do DESI, são os cenários com energia escura dinâmica. Neles, introduzem-se

⁶Refere-se ao fato de que as densidades de matéria ($\rho_m \propto a^{-3}$) e energia escura ($\rho_\Lambda \approx \text{constante}$) possuem evoluções temporais radicalmente diferentes, mas apresentam valores da mesma ordem de grandeza na época atual.

⁷Diz respeito à incompatibilidade entre o valor observado da densidade de energia ρ_Λ e as previsões da teoria quântica de campos para a energia do vácuo. Esta discrepância permanece como um dos maiores problemas em aberto da física moderna, sem solução teórica consensual.

um ou dois parâmetros para a equação de estado da energia escura, permitindo modelar sua variação temporal e abrangendo uma ampla classe de modelos minimamente acoplados, como os de quintessência. Embora atuem principalmente sobre a cosmologia de fundo, esses modelos também impactam o crescimento de estruturas, já que um parâmetro de equação de estado negativo exerce efeito antigravitacional, aumentando o contraste da teia cósmica. Simulações mostram que, ao se ajustar adequadamente a função de crescimento linear, a função de massa do halo mantém uma universalidade relativa com precisão da ordem de 10% [21].

Esses exemplos ilustram a versatilidade e o potencial do modelo de halo como ferramenta para investigar cosmologias alternativas de forma consistente e comparável com observações. Ao adaptar seus componentes fundamentais, percebe-se que é possível estender sua aplicabilidade para diferentes cenários físicos, mantendo-se competitivo em termos de precisão. Assim, o modelo de halo consolida-se não apenas como um elo entre teoria e observações em Λ CDM, mas também como um arcabouço promissor para explorar novas físicas que buscam resolver as atuais tensões cosmológicas.

Sobre os autores

Emanuelly Silva (esilvacosmology@gmail.com) é doutoranda em Física pela UFRGS. Possui mestrado em Física pela mesma instituição e bacharelado em Física pela UFS. Atualmente pesquisa combinando abordagens teóricas, observacionais e computacionais, com ênfase na modelagem do espectro de potência da matéria em escalas não lineares. Além disso, estuda tensões cosmológicas, como H_0 e S_8 , e modelos alternativos de energia escura, trabalhando com dados observacionais recentes, como os do DESI.

Rafael C. Nunes (rafadcnunes@gmail.com) é Professor Adjunto no Instituto de Física, Departamento de Astronomia da UFRGS. Atualmente, desenvolve pesquisas em diferentes áreas da Cosmologia e da Gravitação, com ênfase em modelagem teórico-computacional e observational.

Referências

- [1] M. Abdul Karim et al., *DESI DR2 Results II: Measurements of Baryon Acoustic Oscillations and Cosmological Constraints* (2025). [ArXiv:2503.14738](https://arxiv.org/abs/2503.14738).
- [2] Y. Mellier et al., *Euclid. I. Overview of the Euclid mission*, *Astronomy & Astrophysics* **697**, A1 (2025). [ArXiv:2405.13491](https://arxiv.org/abs/2405.13491).
- [3] Q. Hang et al., *Impact of survey spatial variability on galaxy redshift distributions and the cosmological 3×2 -point statistics for the Rubin Legacy Survey of Space and Time (LSST)*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **535**(4), 2970 (2024). [ArXiv:2409.02501](https://arxiv.org/abs/2409.02501).
- [4] S. Dodelson e F. Schmidt, *Modern cosmology* (Academic press, 2020).
- [5] A. Chudaykin et al., *Nonlinear perturbation theory extension of the Boltzmann code CLAS*, *Phys. Rev. D* **102**(6), 063533 (2020). [ArXiv:2004.10607](https://arxiv.org/abs/2004.10607).
- [6] J. Dakin, S. Hannestad e T. Tram, *The cosmological simulation code CONCEPT 1.0*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **513**(1), 991 (2022). [ArXiv:2112.01508](https://arxiv.org/abs/2112.01508).
- [7] A. J. Mead et al., *An accurate halo model for fitting non-linear cosmological power spectra and baryonic feedback models*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **454**(2), 1958 (2015). [ArXiv:1505.07833](https://arxiv.org/abs/1505.07833).
- [8] J. A. Peacock e R. E. Smith, *HALOFIT: Nonlinear distribution of cosmological mass and galaxies*, Astrophysics Source Code Library, record ascl:1402.032 (2014). Disponível em <https://ascl.net/1402.032>, acesso em set. 2025.
- [9] M. Asgari, A. J. Mead e C. Heymans, *The halo model for cosmology: a pedagogical review*, *The Open Journal of Astrophysics* **6** (2023).
- [10] A. H. Wright et al., *KiDS-Legacy: Cosmological constraints from cosmic shear with the complete Kilo-Degree Survey* (2025). [ArXiv:2503.19441](https://arxiv.org/abs/2503.19441).

- [11] E. Di Valentino et al., *The CosmoVerse White Paper: Addressing observational tensions in cosmology with systematics and fundamental physics*, Physics of the Dark Universe **49**, 101965 (2025). [ArXiv:2504.01669](#).
- [12] L. Hernquist, *An analytical model for spherical galaxies and bulges*, *Astrophys. J.* **356**, 359 (1990). [ArXiv:10.1086/168845](#).
- [13] J. F. Navarro, C. S. Frenk e S. D. M. White, *A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering*, *The Astrophysical Journal* **490**(2), 493 (1997).
- [14] J. Einasto, *On the Construction of a Composite Model for the Galaxy and on the Determination of the System of Galactic Parameters*, Trudy Astrofizicheskogo Instituta Alma-Ata **5**, 87 (1965).
- [15] D. Merritt et al., *Empirical Models for Dark Matter Halos. I. Nonparametric Construction of Density Profiles and Comparison with Parametric Models*, *The Astronomical Journal* **132**(6), 2685 (2006).
- [16] Press, William H. and Schechter, Paul, *Formation of galaxies and clusters of galaxies by selfsimilar gravitational condensation*, *Astrophys. J.* **187**, 425 (1974).
- [17] Z. Zheng et al., *Theoretical models of the halo occupation distribution: Separating central and satellite galaxies*, *Astrophys. J.* **633**, 791 (2005). [ArXiv:astro-ph/0408564](#).
- [18] E. Silva et al., *New Constraints on Interacting Dark Energy from DESI DR2 BAO Observations*, *Physical Review D* **111**(12) (2025). [ArXiv:2503.23225](#).
- [19] E. Silva et al., *Non-linear matter power spectrum modeling in interacting dark energy cosmologies*, *Eur. Phys. J. C* **84**(10), 1104 (2024). [ArXiv:2403.19590](#).
- [20] A. Schneider et al., *Nonlinear Evolution of Cosmological Structures in Warm Dark Matter Models*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **424**, 684 (2012). [ArXiv:1112.0330](#).
- [21] K. Heitmann et al., *The Mira–Titan Universe: Precision Predictions for Dark Energy Surveys*, *Astrophys. J.* **820**(2), 108 (2016). [ArXiv:1508.02654](#).