

O paradoxo da (des)informação em buracos negros

André G. S. Landulfo

Universidade Federal do ABC

Resumo

Em 1974, uma descoberta abalou a comunidade científica. Stephen Hawking mostrou que, quando levamos a mecânica quântica em consideração, buracos negros não são negros mas emitem radiação térmica, como medido por observadores estacionários muito longe do buraco negro. Desde então, o consequente processo de evaporação do buraco negro gerou um debate que divide os físicos até hoje: o que acontece com a informação que caiu no buraco negro? No presente artigo, iremos revisar o processo de evaporação de buraco negro mostrando, em particular, que não há nada paradoxal com a perda de informação ao final. Em seguida, analisaremos as alternativas à perda de informação destacando seus prós e contras.

Abstract

In 1974, a discovery shook the scientific community. Stephen Hawking showed that, when quantum mechanics is taken into account, black holes are not black but emit thermal radiation, as measured by stationary observers far away from the black hole. Since then, the resulting process of black hole evaporation has sparked a debate that divides physicists to this day: what happens to the information that falls into the black hole? In this article, we will review the process of black hole evaporation, showing in particular that there is nothing paradoxical about the loss of information in the end. We will then examine the alternatives to information loss, highlighting their pros and cons.

Palavras-chave: buracos negros; radiação de Hawking; evaporação de buracos negros; informação quântica; paradoxo da informação.

Keywords: black holes; Hawking radiation; black hole evaporation; quantum information; information paradox.

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v6n2.49480](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v6n2.49480)

1 Introdução

Uma das previsões mais fascinantes da relatividade geral é de que podem existir campos gravitacionais tão intensos que não permitem que nada, nem mesmo a luz, consiga escapar de uma dada região do espaço-tempo. Tal região é chamada de buraco negro, expressão cunhada originalmente pelo físico John A. Wheeler (veja [1] para uma discussão sobre a origem do termo Buraco Negro). Desde sua descoberta até os dias atuais, buracos negros vêm tendo um papel protagonista no avanço do nosso entendimento sobre o funcionamento do universo. Isso se deve não só às diversas e impressionantes descobertas relacionadas com seu comportamento, como também devido às inúmeras controvérsias que eles causaram.

Logo após Albert Einstein ter publicado o artigo com a forma final das equações de campo

da relatividade geral [2], o físico Karl Schwarzschild, então no fronte russo da Primeira Guerra Mundial, publicou uma solução das equações da relatividade geral que descreve um buraco negro estático (i.e., sem carga e rotação) [3], onde toda sua energia está concentrada em uma singularidade de densidade de energia infinita em seu interior. No entanto, os físicos na época (incluindo o próprio Schwarzschild) não acreditaram que a solução de Schwarzschild teria alguma realidade física, seria apenas uma peculiaridade matemática da teoria. Em particular, Einstein posteriormente publicou um trabalho [4] argumentando (erradamente) contra a existência de buracos negros onde, em tradução livre, ele afirma que “o resultado principal dessa investigação é a de um claro entendimento de porque a singularidade de Schwarzschild não existe na realidade física”. Por conta de tal descrença, buracos negros foram praticamente esquecidos por quase meio sé-

culo (mesmo tendo-se descoberto a existência de mecanismos físicos para sua criação [5, 6]).

Seu ressurgimento ocorre a partir da década de 1960, no que o físico americano Kip Thorne, ganhador do prêmio Nobel de física de 2017, denominou de a década de ouro dos buracos negros. Há duas grandes razões para isso. Uma delas é o surgimento de observações astrofísicas que só poderiam ser explicadas assumindo sua existência [7]. A outra (e talvez principal) razão foi a introdução dos chamados métodos globais em relatividade geral, que combinam métodos de topologia com geometria diferencial, pelo físico-matemático inglês Roger Penrose. Através de tais métodos, Penrose mostrou que as singularidades (e, sob algumas hipóteses, buracos negros) são previsões robustas de relatividade geral, i.e., elas sempre existiriam se a matéria se tornar suficientemente compacta em uma dada região do espaço-tempo [8]. Por tal trabalho, Penrose foi laureado com o prêmio Nobel de física de 2020. Além disso, usando tais métodos, Stephen Hawking demonstrou diversas propriedades gerais que buracos negros deveriam satisfazer [9]. Em particular, ele mostrou que a área do horizonte de eventos de um buraco negro nunca pode decrescer e que se dois ou mais buracos negros colidem, a área do buraco negro resultante é sempre maior que a soma das áreas dos buracos negros antes da colisão.

Posteriormente, James Bardeen e Brandon Carter juntos com o próprio Hawking demonstraram as chamadas leis mecânicas dos buracos negros [10]. A similaridade entre tais leis com as leis da termodinâmica, em conjunto com alguns argumentos de teoria da informação, levaram Jakob Bekenstein [11] a sugerir que buracos negros possuem uma entropia dada por um múltiplo de sua área. Assim, buracos negros teriam, além de uma energia dada por sua massa M , uma temperatura dada por um múltiplo de sua área A_{BN} . Apesar de extremamente intrigante e sugestiva, a analogia entre as leis mecânicas dos buracos negros e as leis da termodinâmica não funciona no contexto da relatividade geral clássica. Nesse escopo, a temperatura do buraco negro (por qualquer critério razoável) deve ser zero [12]. Além disso seria possível violar a segunda lei (generalizada) da termodinâmica reduzindo entropia total do sistema, que nesse contexto seria dada pela

soma da entropia do buraco negro com a da matéria fora deste [10, 12].

Em 1974 no entanto, tal cenário muda radicalmente com o trabalho seminal de Hawking [13]. Ao estudar a quantização de campos em um espaço-tempo que descreve uma estrela que sofre colapso formando um buraco negro, Hawking mostrou que buracos negros irradiam a uma taxa constante (assintoticamente no futuro) e com espectro térmico com relação a observadores estáticos no infinito. A temperatura medida por esses observadores é dada por

$$T_{\text{H}} \equiv \frac{\hbar c^3}{8\pi k_{\text{B}} G M}, \quad (1)$$

no caso de um buraco negro sem carga e rotação [14–16]. Aqui, $\hbar$ é a constante de Planck, c é a velocidade da luz no vácuo, k_{B} é a constante de Boltzmann, G é a constante da gravitação de Newton e M é a massa do buraco negro. Esse resultado foi recebido com perplexidade já que mostrou que: (i) buracos negros não são negros, eles irradiam todas as espécies de partículas com um espectro térmico e temperatura dada pela Eq. (1) e (ii) a quantidade

$$S_{\text{BN}} \equiv \frac{k_{\text{B}} c^3}{4G\hbar} A_{\text{BN}}, \quad (2)$$

onde A_{BN} é a área do horizonte de eventos do buraco negro, deve ser interpretada como a entropia do buraco negro e que suas leis mecânicas [10] são efetivamente as leis da termodinâmica aplicadas a buracos negros [12]. Tal interpretação é justificada ao se analisar a validade da chamada segunda lei generalizada que afirma que, em sistemas que contêm matéria ordinária e um buraco negro, a entropia total, $S \equiv S_{\text{BN}} + S_{\text{mat}}$, nunca decresce [12, 17–19], i.e.,

$$\delta(S_{\text{BN}} + S_{\text{mat}}) \geq 0. \quad (3)$$

Ao mesmo tempo que a descoberta do efeito Hawking revelou a existência de uma profunda conexão entre gravitação, mecânica quântica e termodinâmica, ela também levantou diversas questões que vêm intrigando a comunidade científica atualmente. Um exemplo paradigmático é o chamado “paradoxo” da perda de informação em buracos negros. Ele surge a partir de considerações sobre a retro-ação dos campos no espaço-tempo como consequência do processo de emissão de partículas via radiação Hawking e como

tal processo pode levar, eventualmente, à evaporação total do buraco negro. Isso levaria o estado puro que descreve o sistema antes do colapso a um estado misto térmico, isto é, a informação contida no estado inicial seria perdida.

Nesse artigo, vamos mostrar como não há nada de paradoxal com o processo de perda de informação. De fato, ele pode ser visto como uma previsão da teoria quando usamos mecânica quântica e relatividade geral dentro dos seus limites de validade. Como uma análise definitiva sobre os estágios finais do processo de evaporação de um buraco negro exigem o conhecimento da física na escala de Planck (ainda desconhecida), o processo de evaporação total, levando consigo parte da informação contida no estado inicial, é apenas uma das possibilidades. Existem outras alternativas dependendo de hipóteses extras feitas sobre como deve ser a física na escala de Planck. Discutiremos na Seção 4 algumas dessas alternativas bem como seus prós e contras.

O artigo será dividido da seguinte maneira. Na Seção 2, iremos revisar brevemente a termodinâmica de buracos negros além dos argumentos que nos levam à perda de informação. Na Seção 3, discutiremos (em três variações) como tal perda de informação não tem nada paradoxal mas deve ser vista como uma previsão de mecânica quântica (e relatividade geral). Já na Seção 4, discutiremos algumas alternativas à perda de informação (dependendo das diferentes hipóteses feitas sobre a física na escala de Planck) bem como seus prós e contras. A Seção 5 é reservada para nossas conclusões. Usaremos unidades naturais onde $\hbar = G = c = 1$, assinatura $(-+++)$ para a métrica além da chamada notação abstrata de índices [20]. Assumiremos que o leitor tenha alguma familiaridade com relatividade geral e mecânica quântica.

2 Termodinâmica, buracos negros e informação

Um espaço-tempo (temporalmente orientável) e assintoticamente plano $(\mathcal{M}, g_{ab})$ com infinito tipo-luz futuro $\mathcal{I}^+$ possui um buraco negro se a região

$$\mathcal{B} = \mathcal{M} - I^-(\mathcal{I}^+) \quad (4)$$

é não vazia [20–22]. A região $\mathcal{B}$ é chamada então de buraco negro e sua fronteira $\mathfrak{h} = \partial\mathcal{B}$ é chamada de horizonte de eventos. Aqui, $I^-(\mathcal{O})$ indica o passado cronológico do sub-conjunto $\mathcal{O} \subset \mathcal{M}$ [20, 21] que é o conjunto de eventos que conseguem influenciar $\mathcal{O}$ com sinais que se movem abaixo da velocidade da luz (e, portanto, vemos da Eq.(4) que $\mathcal{B}$, de fato, descreve os eventos que não conseguem enviar nenhum sinal causal para o infinito $\mathcal{I}^+$). Como mostrado por Hawking [9], assumindo que não existem singularidades nuas¹ e que a matéria satisfaz a condição nula sobre a energia, $T_{ab}k^ak^b \geq 0$ para todo campo vetorial tipo-luz k^a , então a área das seções transversais de $\mathfrak{h}$ nunca decrescem com o tempo (como medido pelo parâmetro afim λ dos geradores do horizonte). Além disso, buracos negros estacionários, i.e., onde existe um campo de Killing ξ^a que é tipo-tempo em uma vizinhança de $\mathcal{I}^+$, existe uma quantidade κ , chamada gravidade superficial e definida no horizonte de eventos pela equação

$$\nabla_a(\xi^b\xi_b) = -2\kappa\xi_a, \quad (5)$$

que é constante em $\mathfrak{h}$.² Aqui, ∇_a é a derivada covariante sem torção e compatível com a métrica g_{ab} .

Para buracos negros estacionários, existe um campo de Killing χ^a normal à $\mathfrak{h}$. Em geral, $\chi^a \neq \xi^a$, o que implica que existe um campo de Killing tipo-espaço φ^a (com órbitas fechadas, descrevendo a simetria axial do buraco negro) tal que

$$\chi^a = \xi^a + \Omega_{\mathfrak{h}}\varphi^a. \quad (6)$$

Aqui, $\Omega_{\mathfrak{h}} \in \mathbb{R}$ é a velocidade angular do horizonte de eventos e ξ^a e φ^a são normalizados impondo que $\xi^a\xi_a \rightarrow_{\mathcal{I}^+} -1$ e que as órbitas de φ têm período 2π . Ao se analisar perturbações (em primeira ordem) de buracos negros estacionários, encontra-se uma identidade relacionando as variações de sua massa M , momento angular J , carga Q e área A_{BN} dada por [10, 23]

¹De maneira mais precisa, Hawking assumiu que o espaço-tempo é o que chamamos de fortemente assintoticamente preditivo no futuro, i.e., existe uma hipersuperfície tridimensional tipo-espaço Σ tal que $J^+(\Sigma) \cap J^-(\mathcal{I}^+) \subset D^+(\Sigma)$ e $\mathfrak{h} \cap J^+(\Sigma) \subset D^+(\Sigma)$, onde $J^\pm(\mathcal{O})$ são o futuro (+) e passado (-) causal de $\mathcal{O} \subset \mathcal{M}$ e $D^+(\mathcal{O})$ seu desenvolvimento de Cauchy futuro.

²Isso foi mostrado em [10] assumindo as equações de Einstein e a condição dominante para a energia.

$$\delta M = \frac{\kappa}{8\pi} \delta A_{\text{BN}} + \Omega_{\text{h}} \delta J + \Phi_{\text{h}} \delta Q, \quad (7)$$

onde Φ_{h} é o potencial elétrico no horizonte.

As propriedades acima definem as chamadas leis mecânicas dos buracos negros:

- *Lei zero:* Para um buraco negro estacionário, sua gravidade superficial κ é constante;
- *Primeira Lei:* Se M , J e Q são a massa, o momento angular e a carga do buraco negro, respectivamente, então

$$\delta M = \frac{\kappa}{8\pi} \delta A_{\text{BN}} + \Omega_{\text{h}} \delta J + \Phi_{\text{h}} \delta Q,$$

onde κ , Φ_{h} e Ω_{h} são a gravidade superficial, o potencial eletrostático e a velocidade angular, respectivamente, do buraco negro e A_{BN} é sua área;

- *Segunda Lei:* Sempre que a matéria satisfizer a condição nula de energia, a área do buraco negro nunca decresce com o tempo, i.e., $\delta A_{\text{BN}} \geq 0$.

As leis mecânicas sugerem que buracos negros se comportam como entidades termodinâmicas onde M seria sua energia, um múltiplo de κ sua temperatura e um múltiplo de A_{BN} sua entropia. No entanto, apesar de M ser, de fato, sua energia, o resto da analogia falha completamente no contexto clássico. Como buracos negros classicamente só podem absorver partículas e não emitem nada, a única temperatura razoável que podemos associar a um buraco negro seria $T_{\text{BN}} = 0$ [12]. A análise da possibilidade de um múltiplo de $S_{\text{BN}} \propto A_{\text{BN}}$ ser a entropia do buraco negro torna a analogia com termodinâmica ainda mais difícil. Se, de fato, buracos negros tivessem tal entropia, deveria valer a chamada segunda lei generalizada, que afirma que, se S_{m} é a entropia da matéria fora do buraco negro, a entropia total $S_{\text{gen}} \equiv S_{\text{BN}} + S_{\text{m}}$ nunca pode decrescer. No entanto, como vamos mostrar agora, isso não é verdade classicamente [17].

Suponha que, muito longe do buraco negro, colocamos matéria com energia E e entropia S dentro de uma caixa e a abaixemos a caixa lentamente usando uma corda até as vizinhanças do horizonte de eventos, onde abrimos a caixa e permitimos que a matéria caia no buraco negro. Ao

final do processo, voltamos a puxar a caixa vazia para o infinito. Como não foi produzida entropia no processo de descida da caixa, a variação da entropia da matéria fora do buraco negro é $\Delta S_{\text{m}} = -S$. Vamos agora calcular ΔS_{BN} . Para tanto, notemos que trabalho realizado pelo observador no infinito no processo de baixar a caixa é

$$W_{\infty} \equiv \int F_{\infty} dy = (1 - V)E,$$

onde y é a distância própria ao longo do caminho (que é sempre ao ortogonal às superfícies de $V \equiv \sqrt{-\xi^a \xi_a} = \text{cte.}$). Usando conservação de energia, a mudança na massa do buraco negro será dada por

$$\Delta M = E - W_{\infty} = VE. \quad (8)$$

Assumindo que $S_{\text{BN}} = \alpha A_{\text{BN}}$, com α sendo uma constante positiva, e usando a 1ª lei da mecânica dos buracos negros chegamos que

$$\Delta A_{\text{BN}} = \frac{8\pi}{\kappa} \Delta M = \frac{8\pi}{\kappa} VE \quad (9)$$

e, assim, $\Delta S_{\text{BN}} = (\alpha 8\pi/\kappa)VE$. Escolhendo a posição em que a matéria é liberada de tal forma que $\Delta S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{BN}} - S < 0$, (o que é sempre possível pois $V \rightarrow 0$ em h)³ violando a segunda lei generalizada.

No entanto, quando a mecânica quântica é levada em conta, temos uma mudança radical de perspectiva. Para entendermos tais repercussões, faremos uma breve descrição da quantização de campos em espaços-tempos curvos. Para mais detalhes, remetemos o leitor à Ref. [14] e referências contidas ali.

Considere, por simplicidade, um campo escalar livre real ϕ (embora o resultado valha para qualquer outro campo livre relativístico) definido em um espaço-tempo $(\mathcal{M}, g_{ab})$ globalmente hiperbólico.⁴ Em tais espaços-tempos existe uma hipersuperfície tipo-espaço Σ , chamada de superfície de Cauchy, com a propriedade de que podemos “prever” tudo que acontece no espaço-tempo (tanto no futuro quanto no passado de Σ), a partir de condições iniciais em Σ [20]. A dinâmica de tal campo é descrita pela ação

³É fácil ver isso no caso de Schwarzschild onde $V = \sqrt{1 - 2M/r}$.

⁴Ou seja, existe uma superfície de Cauchy Σ , i.e., $D(\Sigma) \equiv D^+(\Sigma) \cup D^-(\Sigma) = \mathcal{M}$.

$$S \equiv -\frac{1}{2} \int_{\mathcal{M}} \sqrt{-g} d^4x (\nabla_a \phi \nabla^a \phi + m^2 \phi^2), \quad (10)$$

onde $d^4x = dx^0 \cdots dx^3$, m a massa do campo e $g \equiv \det(g_{\mu\nu})$ em um sistema de coordenadas arbitrário $\{x^0, \dots, x^3\}$. A extremização da ação (10) resulta na equação de Klein-Gordon

$$(-\nabla^a \nabla_a + m^2)\phi = 0. \quad (11)$$

No processo de quantização canônica, o campo ϕ é promovido a um operador⁵ que satisfaz as relações canônicas de comutação (CCR), análogas às relações de comutação que posição X e momento P satisfazem em mecânica quântica usual, dadas por

$$[\phi(t, \mathbf{x}), \phi(t, \mathbf{x}')]_{\Sigma} = [\pi(t, \mathbf{x}), \pi(t, \mathbf{x}')]_{\Sigma} = 0, \quad (12)$$

$$[\phi(t, \mathbf{x}), \pi(t, \mathbf{x}')]_{\Sigma} = i\delta^3(\mathbf{x}, \mathbf{x}'), \quad (13)$$

onde $\mathbf{x} \equiv (x^1, x^2, x^3)$ são coordenadas espaciais em Σ e $\pi(x)$ é o momento conjugado definido por

$$\pi \equiv \frac{\delta S}{\delta \dot{\phi}}, \quad (14)$$

com “ $\cdot$ ” $\equiv \partial_t$. Para acharmos uma representação das CCR, Eqs.(12) e (13), tomamos qualquer conjunto $\{u_j\}$ de soluções (complexas) da Eq.(11) que satisfaz: (i) $\langle u_i, u_j \rangle = \delta_{ij}$, (ii) $\langle \bar{u}_i, u_j \rangle = 0$ e (iii) $\{u_j\}$ junto com $\{\bar{u}_j\}$ formam um conjunto completo. Aqui,

$$\langle \psi_1, \psi_2 \rangle \equiv -i \int_{\Sigma} \sqrt{h} d^3\mathbf{x} n^a [\psi_2 \nabla_a \bar{\psi}_1 - \bar{\psi}_1 \nabla_a \psi_2], \quad (15)$$

é o produto interno de Klein-Gordon de duas soluções complexas ψ_1, ψ_2 da Eq (11) com h sendo o determinante da métrica induzida em Σ nas coordenadas $\{x^j\}$ e n^a a normal (unitária) à Σ e dirigida para o futuro. O operador campo é definido como

$$\phi(t, \mathbf{x}) \equiv \sum_j \left[u_j(t, \mathbf{x}) a(\bar{u}_j) + \bar{u}_j(t, \mathbf{x}) a^\dagger(u_j) \right] \quad (16)$$

onde $a(\bar{u})$ e $a^\dagger(v)$ são os operadores de aniquilação e criação associados com os modos $u \in \mathcal{H}$ e

⁵Rigorosamente, um operador que toma valores em distribuições.

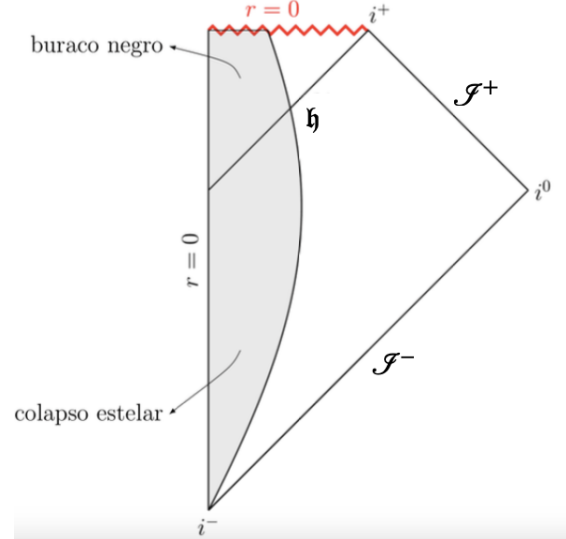


Figura 1: Colapso de uma estrela produzindo um buraco negro estático e esfericamente simétrico com massa M .

$v \in \mathcal{H}$, respectivamente, com $\mathcal{H}$ sendo o espaço de Hilbert gerado por $\{u_j\}$. Eles satisfazem

$$[a(\bar{u}), a^\dagger(v)] = \langle u, v \rangle \mathbb{I}, \quad (17)$$

com $\mathbb{I}$ sendo o operador identidade no espaço de estados do campo, que denotaremos por $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H})$. O estado de vácuo associado à essa representação é o vetor (normalizado) $|0\rangle \in \mathfrak{F}_s(\mathcal{H})$ definido por $a(\bar{u})|0\rangle = 0$ para todo modo $u \in \mathcal{H}$. Vemos então que o espaço de Hilbert $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H})$, que descreve os estados do campo, é gerado pelo vácuo e por estados de n -excitações (que são construídos através da ação sucessiva de operadores criação no vácuo $|0\rangle$)⁶.

Vamos considerar o campo escalar quântico ϕ no espaço-tempo de uma estrela que colapsa formando um buraco negro (por simplicidade) estático e esfericamente simétrico com horizonte de eventos $\mathfrak{h}$, como mostrado na Fig. 1. Queremos descrever a situação em que observadores estacionários no passado assintótico “não veem partículas”. Assim, vamos tomar os modos $\{u_{\omega lm}^{in}\}$, $\omega > 0, l \in \mathbb{Z}_+$ e $m \in \mathbb{Z}$ com $-l \leq m \leq l$ para cada $l \in \mathbb{Z}_+$, de tal forma que no passado assintótico $u_{\omega lm}^{in} \sim e^{-i\omega t}/\sqrt{2\omega}$, com $\xi^a \nabla_a t = 1$ sendo o tempo de Killing associado ao campo de Killing ξ^a (tipo-tempo e unitário nas vizinhanças de $\mathcal{I}^\pm$). Portanto, $\{u_{\omega lm}^{in}\}$ são soluções da Eq. (11)

⁶De maneira mais rigorosa, $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H})$ é o chamado espaço de Fock simétrico $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}) \equiv \mathbb{C} \oplus_{n=1}^\infty (\otimes_s^n \mathcal{H})$.

no espaço-tempo em questão com

$$u_{\omega lm}^{in}|_{\mathcal{I}^-} \equiv \frac{1}{\sqrt{4\pi\omega}} e^{-i\omega v} Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (18)$$

onde (θ, φ) são coordenadas (angulares) esféricas, v é o parâmetro afim que descreve as geodésicas tipo-luz geradores de $\mathcal{I}^-$ (nas vizinhança do infinito passado, $v \approx t+r$, com r sendo a coordenada radial usual). O vácuo da teoria, descrevendo a ausência de “partículas” como medido por observadores estacionários no passado assintótico, é o vetor $|0_{in}\rangle \in \mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{in})$ tal que

$$a(\bar{u}_{\omega lm}^{in})|0_{in}\rangle = 0 \quad (19)$$

para todo ω, l, m .

Gostaríamos de mostrar como observadores no futuro assintótico descrevem tal estado $|0_{in}\rangle$. Para tanto, vamos definir um conjunto de modos $\{u_{\omega lm}^{out}\}$ naturalmente associados a tais observadores (e que descreverem o que eles definiriam como “partículas”). Assim, definimos $\{u_{\omega lm}^{out}\}$ são soluções da Eq. (11) com

$$u_{\omega lm}^{out}|_{\mathcal{I}^+} \equiv \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{4\pi\omega}} e^{-i\omega u} Y_{lm}(\theta, \varphi), & \text{em } \mathcal{I}^+ \\ 0 & \text{em } \mathfrak{h} \end{cases}, \quad (20)$$

onde u é o parâmetro afim que descreve as geodésicas tipo-luz geradores de $\mathcal{I}^+$ (nas vizinhanças de $\mathcal{I}^+$, $u \approx t - r$). No entanto, devido a presença do buraco negro, existe uma probabilidade não nula de modos que vem de $\mathcal{I}^-$ caírem no buraco negro ao invés de serem espalhados para $\mathcal{I}^+$. Assim, devemos definir também uma base de modos $\{u_{\omega lm}^h\}$ que “caem” no buraco negro. Como estaremos interessados em observáveis medidos por observadores estacionários muito longe do buraco negro no futuro assintótico, a escolha exata de $\{u_{\omega lm}^h\}$ não é importante e é feita para simplificar os cálculos [14, 16].

Ao escrever o estado $|0_{in}\rangle$ em termos dos modos definidos em $\mathfrak{S} \equiv \mathcal{I}^+ \cup \mathfrak{h}$, i.e., em termos de uma base de $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{\mathfrak{S}}) = \mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{\mathfrak{h}}) \otimes \mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{out})$, chegamos em [14–16]

$$|0_{in}\rangle = \prod_{J \in \hat{J}} \left(C_J \sum_{n_J=0}^{\infty} e^{-\frac{\pi n_J \omega}{\kappa}} |n_J^{out}\rangle \otimes |n_J^h\rangle \right) \otimes |\Psi\rangle, \quad (21)$$

onde $J = (\omega, l, m)$, C_J é uma constante de normalização, $|n_J^s\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{n_J!}} [a^\dagger(u_J^s)]^{n_J} |0_s\rangle$, $s = out, h$, $n_J \in \mathbb{Z}_+$ e $|0_{out}\rangle$ é o estado de vácuo de como medido por observadores no futuro assintótico (i.e. é o vetor de $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{\mathfrak{S}})$ definido por $a(\bar{u}_{\omega lm}^{out})|0_{out}\rangle = a(\bar{u}_{\omega lm}^h)|0_{out}\rangle = 0$ para todo ω, l, m).

No estado (21), $\hat{J}$ indica o conjunto dos números quânticos ω, l, m tal que os modos que vem de $\mathcal{I}^-$ são ou completamente espalhados para $\mathcal{I}^+$ em tempos grandes ou completamente transmitidos para dentro do buraco negro. O estado $|\Psi\rangle$ contém os estados que são parcialmente espalhados/transmitidos (em tempos grandes) bem como partículas emitidas para o infinito durante os estágios iniciais do colapso da estrela. Portanto, vemos que enquanto observadores estacionários no passado veem vácuo, observadores estacionários no futuro veem partículas, com as partículas que escapam para o infinito emaranhadas com as “partículas” que “caem” no buraco negro.

Como estamos interessados no que observadores estacionários muito longe do buraco negro e assintoticamente no futuro podem medir, os observáveis que estamos interessado são da forma $A^{\mathfrak{S}} = \mathbb{I} \otimes A^{out}$, onde $\mathbb{I}$ é a identidade em $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{\mathfrak{h}})$ e A^{out} é um operador auto-adjunto em $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{out})$. Se $|\psi\rangle$ é um estado arbitrário em $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{\mathfrak{S}}) = \mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{\mathfrak{h}}) \otimes \mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{out})$ é fácil ver que

$$\langle \psi | A^{\mathfrak{S}} | \psi \rangle = \text{tr}_{out}(\rho^{out} A^{out}), \quad (22)$$

com tr_{out} sendo o traço sobre operadores em $\mathfrak{F}(\mathcal{H}_{out})$ e

$$\rho^{out} \equiv \text{tr}_{\mathfrak{h}} |\psi\rangle \langle \psi| \equiv \sum_j \mathfrak{h} \langle j | \psi \rangle \langle \psi | j \rangle_{\mathfrak{h}}, \quad (23)$$

onde $\{|j\rangle_{\mathfrak{h}}\}$ é uma base ortonormal de $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{\mathfrak{h}})$. O operador ρ^{out} é a chamada matriz densidade reduzida de $|\psi\rangle$ obtida tomando o traço parcial (definido acima) nos graus de liberdade de $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{\mathfrak{h}})$. Ela guarda toda informação acessível quando estamos restritos a medições sobre o sub-sistema *out*. Note que se escrevermos

$$|\psi\rangle = \sum_{i,j} c_{ij} |i\rangle_{\mathfrak{h}} \otimes |j\rangle_{out} \quad (24)$$

em termos das bases ortonormais $\{|j\rangle_{out}\}$ e $\{|i\rangle_{\mathfrak{h}}\}$ de $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{out})$ e $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{\mathfrak{h}})$, respectivamente, então

$$\rho^{out} = \sum_{i,j} \left(\sum_k c_{ik} \bar{c}_{jk} \right) |i\rangle_{out} \langle j|. \quad (25)$$

Para descrevermos como observadores muito longe do buraco negro e assintoticamente no futuro vão ver o estado $|0_{in}\rangle$, devemos tomar o traço parcial do estado descrito na Eq. (21) em todos os modos exceto os descritos por $J = (\omega, l, m)$ em $\hat{J}$. Assim, teremos

$$\rho_H^{out} = \prod_{J \in \hat{J}} \left(C_J^2 \sum_{n_J} e^{-\frac{2\pi n_J \omega}{\kappa}} |n_J^{out}\rangle \langle n_J^{out}| \right), \quad (26)$$

que é a matriz densidade que descreve um estado térmico com temperatura $T_H = \kappa/2\pi$, como medido por observadores estacionários muito longe do buraco negro no futuro assintótico. Como no caso que estamos tratando $\kappa = 1/4M$, onde M é a massa do buraco negro, temos que a temperatura da radiação Hawking emitida pelo buraco negro é [13]

$$T_H = \frac{1}{8\pi M}. \quad (27)$$

Vemos então que buracos negros, de fato, possuem uma temperatura proporcional à sua gravidade superficial com constante de proporcionalidade dada por $1/2\pi$, o que implicaria que eles teriam uma entropia dada por

$$S_{BN} = \frac{1}{4} A_{BN}. \quad (28)$$

No entanto, como vimos, classicamente conseguimos violar a segunda lei (generalizada) inviabilizando a interpretação da Eq. (28) como entropia. Mas, assim como a mecânica quântica dá uma temperatura ao buraco negro, ela permitirá a interpretação de S_{BN} como sendo sua entropia. Como mostrado por Unruh e Wald em [17], a existência da radiação Hawking produz uma força de empuxo na caixa que estamos baixando em direção ao buraco negro. Tal empuxo implicará que o ponto onde se joga menos energia para o buraco negro (minimizando a variação de sua área) não pode ser arbitrariamente próximo ao horizonte mas sim, no ponto de flutuação (onde o empuxo se iguala à “força peso” da caixa). Assim a variação mínima para a área será dada por [17]

$$\Delta A_{\mathfrak{h}}^{\min} = 4S, \quad (29)$$

lembrado que S é a entropia contida na caixa e, portanto, a variação da entropia generalizada sempre vai satisfazer

$$\Delta S_{\text{gen}} \geq -S + \Delta A_{\mathfrak{h}}^{\min}/4 = 0. \quad (30)$$

Atualmente, a segunda lei generalizada foi demonstrada ser satisfeita em contextos semiclássicos sob condições bem gerais. Para mais detalhes, ver [18, 19] bem como suas referências.

Uma das consequências mais impressionantes do efeito Hawking é o processo resultante de evaporação do buraco negro. Para ver isso, notemos que na região fora da estrela em colapso temos uma corrente conservada $j^a \equiv -\langle T_{ab} \rangle_{in} \xi^a$, onde $\langle T_{ab} \rangle_{in} \equiv \langle 0_{in} | T_{ab} | 0_{in} \rangle$ e T_{ab} é o tensor energia-momento que descreve o campo quântico ϕ (tal corrente conservada resulta na conservação da energia, como medida por observadores estacionários longe do buraco negro). Nas vizinhanças de $\mathcal{I}^+$ no futuro assintótico existirá, por conta do efeito Hawking, um fluxo positivo de energia dado por (após o processo usual de renormalização)

$$\mathcal{F} = \frac{\mathfrak{f}}{M^2}, \quad (31)$$

com $\mathfrak{f} \sim 1$ em unidades de Planck (seu valor pode ser estimado via lei de Stefan-Boltzmann [14]). Como j^a é conservada, deve existir um fluxo de igual magnitude porém negativo atravessando o horizonte $\mathfrak{h}$. Portanto, efeitos de retro-ação do campo no espaço-tempo farão com que o buraco negro perca massa. Em outras palavras, a emissão da radiação térmica para o infinito ocorrerá às custas da massa do buraco negro. Sendo assim,

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{\mathfrak{f}}{M^2} \quad (32)$$

o que implica que

$$M(t) = (M^3 - 3\mathfrak{f}t)^{1/3}. \quad (33)$$

Como consequência, encontramos que um buraco negro deve “evaporar” completamente dentro de um tempo finito $t_e = M^3/3\mathfrak{f}$. Um possível diagrama espaço-temporal de tal processo é mostrado na Fig. 2. Como a física na escala de Planck é ainda desconhecida, o processo de evaporação total do buraco negro é apenas uma das possibilidades (como veremos na Seção 4).

3 Perda de informação em buracos negros

Dos resultados da Seção 2, vemos que se o buraco negro evaporar completamente, o estado ini-

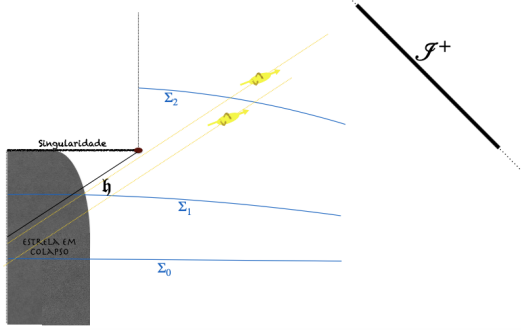


Figura 2: Processo de evaporação total do buraco negro devido a emissão de radiação Hawking (em amarelo). As hipersuperfícies espaciais Σ_t , $t = 0, 1, 2$ representam diferentes “instantes de tempo”. As coordenadas foram escolhidas de tal forma que raios de luz formem 45° com a horizontal.

cial puro $|0_{in}\rangle$ evoluirá, e.g., na superfície Σ_2 na Fig. 2, para um estado misto (que descreve radiação térmica). Isso levará a uma evolução não unitária que foi chamada (erradamente) de paradoxo da perda de informação em buracos negros. Nessa seção, vamos discutir como isso não é um paradoxo (mas, de fato, uma previsão da teoria) e como tal fato se manifesta em três contextos: (A) hiperbolicidade global e evolução não-unitária, (B) dogma central, entropia e o tempo de Page e (C) monogamia do emaranhamento (e *firewalls*).

3.1 Hiperbolicidade global e evolução não-unitária

A evolução não-unitária $|0_{in}\rangle \rightarrow_{\mathcal{E}} \rho_H^{out}$ leva a uma perda de coerência quântica que muitos chamaram de uma quebra fundamental das leis da mecânica quântica. Mas será que isso é verdade?

O que mecânica quântica afirma é que, em sistemas fechados, a evolução deve ser sempre unitária. De maneira um pouco mais precisa, ela afirma que dado um estado inicial $|\psi_1\rangle$ em uma superfície de Cauchy Σ_{t_1} , o estado em uma superfície de Cauchy Σ_{t_2} no futuro de Σ_{t_1} deve ser puro e a evolução

$$|\psi_1\rangle \rightarrow_U |\psi_2\rangle$$

deve ser unitária (veja a Fig. 3). Suponha, no entanto, que não temos acesso à uma certa região do espaço (região em preto da Fig. 4). Isso faz com que a superfície Σ_{t_2} (parte azul) não seja de Cauchy (já que não conseguimos prever o que

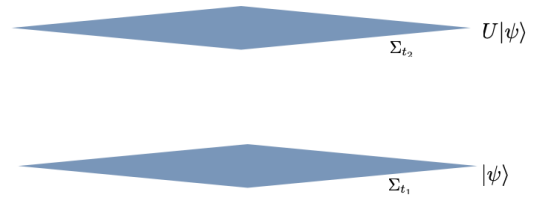


Figura 3: Evolução de estados entre duas superfícies de Cauchy deve ser unitária.

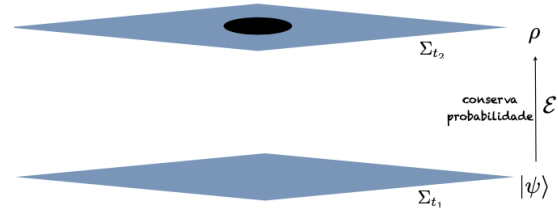


Figura 4: Evolução de estados entre uma superfície de Cauchy Σ_{t_1} e outra superfície (região azul de Σ_{t_2}) que não é de Cauchy. A mecânica quântica prevê que tal evolução não será unitária, embora conserve probabilidade.

acontece no futuro e passado causais da região preta somente sabendo as condições iniciais na região azul). Assim, é uma previsão de mecânica quântica que a evolução $|0_{in}\rangle \rightarrow_{\mathcal{E}} \rho_H^{out}$ não será unitária mas conservará probabilidade (o que mantém a teoria completamente preditiva). Isso é um fato bem conhecido em informação quântica, sistemas abertos (no exemplo, por conta da região em preto) evoluem não-unitariamente [24].

Note agora que essa é exatamente a situação que ocorre na descrição semiclássica do processo de evaporação do buraco negro, Fig. 2. Apesar de Σ_0 ser uma boa superfície de valores iniciais (i.e., podemos prever o que acontece no futuro e passado dela a partir de dados iniciais nela),⁷ a superfície Σ_2 , que descreve um “instante de tempo” após a evaporação completa do buraco negro não é uma superfície de Cauchy (de fato, não podemos prever nem o que acontece somente fora do buraco negro a partir de dados iniciais nela).

Portanto, é uma previsão de mecânica quântica que a evolução dos estados entre Σ_0 e Σ_2

⁷Como o espaço-tempo em questão não é globalmente hiperbólico [25], ele não admite nenhuma superfície de Cauchy. Para um processo de evaporação onde o espaço-tempo resultante é globalmente hiperbólico veja [26].

deva ser não unitária. Podemos pensar que o buraco negro (em particular, a singularidade em seu interior) torna o sistema aberto. Assim, não há nada paradoxal no processo de perda de informação na evaporação do buraco negro. Note que estamos usando mecânica quântica e relatividade geral em regiões onde ambas devem ser válidas (i.e., longe da escala de Planck—que descreve as vizinhanças da singularidade e o ponto final de evaporação). Isso, na verdade, torna muito difícil achar alternativas fisicamente viáveis a esse processo de perda de informação [27]. Falaremos mais disso na Seção 4.

3.2 O dogma central: entropia e o tempo de Page

Embora, como mostrado na Seção 3.1, não exista nenhum paradoxo com o processo de perda de informação em buracos negros, isso não foi suficiente para convencer toda a comunidade de que não há nada de fundamentalmente errado nesse processo. De maneira geral, a comunidade hoje se divide em dois grandes grupos [28]. O primeiro, que entre seus defensores estão Maldacena [29], Preskill [30], entre outros [31], continua vendo a perda de informação como paradoxal quando se tenta descrever buracos negros como se fossem sistemas termodinâmicos normais, uma abordagem que ficou conhecida como “o dogma central” [29]. Em tal abordagem, um buraco negro evaporando não seria (fundamentalmente) diferente de um pedaço de carvão quente. O outro grupo, que contém pesquisadores como Hawking [32], Wald [14], Unruh [27, 33], Penrose [34] (pp. 840-841), entre outros [26] (incluindo o autor desse artigo), é composto por céticos do “dogma central” e que veem o processo de evaporação do buraco negro com perda de informação como uma predição de mecânica quântica e relatividade.

Os apoiadores do “dogma central” gostariam que toda a informação (para cada superfície Σ_t) esteja totalmente acessível a observadores externos ao buraco negro. Considere uma sucessão de superfícies Σ_t que cruzam o horizonte de eventos (como Σ_1 na Fig. 2). Se aceitarmos o “dogma central”, o buraco negro é descrito como um sistema quântico comum cujos estados são definidos em um espaço de Hilbert $\mathcal{H}_{BH}$ (de dimensão $2^{S_{BH}}$, já que nesse caso a sua entropia descreve-

ria o número de graus de liberdade dele). Como o buraco negro está emitindo radiação Hawking e a evolução total seria unitária, a cada instante Σ_t , o estado do buraco negro e da radiação Hawking são descritos por um estado puro $|\psi_{tot}(t)\rangle \in \mathcal{H}_{BH} \otimes \mathcal{H}_{rad}^t$, onde $\mathcal{H}_{rad}^t$, com $\dim \mathcal{H}_{rad}^t \equiv 2^{N_{rad}(t)}$, é o espaço de Hilbert que descreve a radiação Hawking. Assim, é um resultado bem conhecido de mecânica quântica que

$$S^{vN}(\text{BH}) = S^{vN}(\text{rad}) \leq \log_2 K, \quad (34)$$

onde $S(X)$, $X = \{\text{BH}, \text{rad}\}$, é a entropia de von Neumann,

$$S^{vN}(X) \equiv -\text{tr}_X(\rho^X \log \rho^X), \quad (35)$$

do estado ρ^X e $K \equiv \min(2^{S_{BH}}, 2^{N_{rad}(t)})$.

Sabemos que $S_{BH} = A_{BH}/4$ e que $N_{rad}(t)$ cresce de forma constante com o tempo a partir de zero (pois a cada instante, uma nova partícula Hawking é emitida). Portanto, no início, $\log_2 K = N_{rad}$ e, eventualmente, $S_{BH}(t_P) = N_{rad}(t_P)$ e a partir daí temos $\log_2 K = S_{BH} = A(t)/4$, que diminui para zero à medida que o buraco negro evapora. O instante de tempo t_P é o chamada tempo de Page [35, 36] e ele é o instante a partir do qual a informação do que caiu no buraco negro começaria a ficar acessível aos observadores fora dele (comportamento análogo ao de um pedaço de carvão quente).

Nesse contexto, os apoiadores do “dogma central” afirmam que uma situação paradoxal irá surgir (apesar do buraco negro ainda estar em uma configuração macroscópica, onde a descrição semiclássica deveria valer) assumindo que a radiação Hawking não contém a informação do que caiu no buraco negro.

Seja Σ_t^{in} , com t sendo o tempo próprio visto por observadores estáticos no infinito assintótico, aumentando para o futuro, a interseção de Σ_t com o buraco negro e $\Sigma_t^{out} \equiv \Sigma_t \setminus \Sigma_t^{in}$. Então, se traçarmos os graus de liberdade dos campos quânticos na região Σ_t^{in} (resp., Σ_t^{out}) leva a um estado $\hat{\rho}_{out}(t)$ ($\hat{\rho}_{in}(t)$), cuja entropia de von Neumann correspondente denotamos por $S_{out}^{vN}(t)$ ($S_{in}^{vN}(t)$). Como o estado total dos campos é puro, temos

[analogamente à Eq.(34)] que⁸

$$S_{out}^{vN}(t) = S_{in}^{vN}(t) \quad (36)$$

Se a radiação Hawking não carrega toda a informação que cai no buraco negro, ela será descrita por um estado (misto) térmico e então

$$S_{out}^{vN}(t) \text{ é uma função de } t \text{ estritamente crescente,} \quad (37)$$

com $S_{out}^{vN}(t) = S_{rad}(t)$, onde $S_{rad}(t)$ é a entropia do estado térmico (26). Além disso, sempre que uma entropia termodinâmica S^{therm} puder ser definida, espera-se que ela forneça um limite superior para a entropia de von Neumann

$$S^{vN} \leq S^{therm}. \quad (38)$$

Agora, identificando a entropia do buraco negro com a de $\hat{\rho}_{in}$ na região Σ_t^{in} temos, da Eq. (38), que

$$S_{in}^{vN}(t) \leq S_{BN}^{therm}(t) \equiv A_{BN}(t)/4, \quad (39)$$

onde $S_{BN}^{therm}(t)$ é a entropia termodinâmica do buraco negro, dado pela Eq. (28), com $A_{BN}(t)$ sendo a área do horizonte de eventos em Σ_t .

Claramente temos uma tensão entre as Eqs. (36), (37) e (39), onde uma função estritamente crescente, $S_{out}^{vN}(t)$, está sendo limitada superiormente por uma função (possivelmente decrescente) $A_{BN}(t)/4$. Esse é o argumento central para os seguidores do “dogma central” argumentarem que há um “paradoxo” na perda de informação em contextos semiclássicos e que a Eq. (37) deva ser violada após algum instante de tempo (i.e., a radiação Hawking deve eventualmente carregar toda a informação que caiu no buraco negro, “purificando” o estado $\hat{\rho}_{out}(t)$ para tempos t suficientemente longos (onde $A_{BN}(t) \rightarrow 0$).

Note, no entanto, que o “dogma central” está incorporado no raciocínio acima (e portanto ele não serve como argumento contra a perda de informação no regime semiclássico, que explicitamente não impõe tal restrição). Para chegarmos

na Eq. (39) foi usada a suposição de que o buraco negro se comporta como um sistema quântico “normal” com $2^{S_{BN}}$ graus de liberdade e entropia termodinâmica S_{BN} . Apesar de tal hipótese parecer inofensiva, ela vai contra a própria motivação que levou à fórmula $S_{BN} = A/4$ [26]. Ao contrário de uma “caixa preta” que esconde um sistema quântico normal, o horizonte de eventos serve como um limite causal que separa os graus de liberdade dos campos que escapam para o infinito nulo futuro $\mathcal{I}^+$ (descrevendo a radiação Hawking) e os graus de liberdade dos campos que caem no buraco negro [que estão emaranhados com aqueles que se propagam para $\mathcal{I}^+$, como pode ser visto na Eq. (21)]. Assim, ao contrário da “caixa preta”, o horizonte de eventos de buracos negros, sendo uma entidade geométrica física e dinâmica, “denunciaria” qualquer tentativa de esconder graus de liberdade dentro dele alterando sua área (que é o conteúdo físico da primeira lei mecânica dos buracos negros descrita na Seção 2).

Dessa forma, a situação paradoxal construída acima é evitada não devido ao “vazamento” de informações do buraco negro [ou seja, violação de (37)], mas porque S_{in}^{vN} (que não tem nada a ver com a entropia do buraco negro segundo observadores externos) não precisa satisfazer a Eq. (39).

De fato, na análise semiclássica, a Eq. (37) é o que mantém a descrição física consistente, pois garante que a segunda lei generalizada seja satisfeita. Como mostrado por Zurek em [39], onde ele levou em consideração a estrutura detalhada da matriz de densidade completa (26) que descreve a radiação Hawking (bem como termos extras que incluem fatores de corpo cinza), as variações dS_{out} da entropia da radiação emitida e dS_{BN} da entropia do buraco negro satisfazem

$$\left| \frac{dS_{out}}{dS_{BN}} \right| \equiv R \gtrsim 1, \quad (40)$$

garantindo a validade da segunda lei generalizada e a consistência da descrição semiclássica do processo de evaporação do buraco negro.

3.3 Monogamia do emaranhamento (e firewalls)

Como vimos, o processo de evaporação de buracos negros levando consigo parte da informação inicial contida no sistema é uma possibilidade

⁸Após regularização adequada, para controlar divergências provenientes dos infinitos graus de liberdade, e renormalização. Para mais detalhes, veja Refs. [37, 38] e referências nelas contidas.

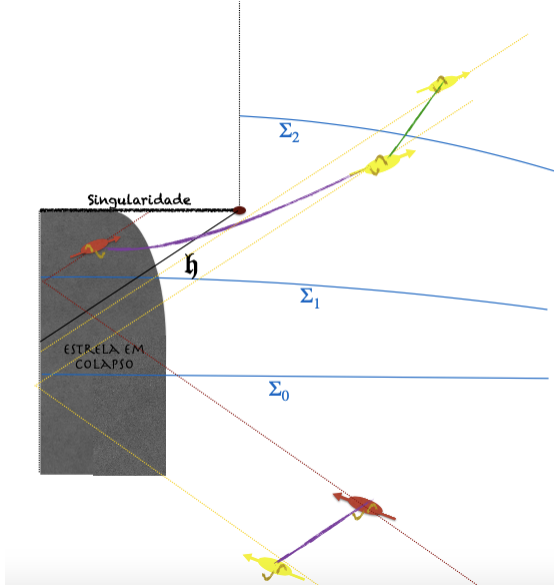


Figura 5: Diagrama ilustrando o processo de evaporação do buraco negro supondo que a radiação Hawking carrega a informação do que caiu no buraco negro. Assim, além da correlação (emaranhamento) entre os modos que escapam para o infinito e os que caem no buraco negro (ilustrado pela linha roxa), existe emaranhamento entre os modos da radiação Hawking emitidos em diferentes instantes (ilustrado pela linha azul). Aqui, assumimos que o buraco negro é suficientemente grande (de tal forma que $M \gg m_P$, com m_P sendo a massa de Planck).

viável (no regime semiclássico) e não há nenhum paradoxo associado a esse processo. Vamos argumentar agora que, na verdade, essa seria a possibilidade mais conservadora, já que obrigar que a informação volte em correlações sutis na radiação Hawking (como aconteceria com um pedaço de carvão queimando), levaria a violações da mecânica quântica e da relatividade geral em escalas que estariam dentro dos seus limites de validade.

Para tanto, vamos assumir que o buraco negro tem uma massa $M \gg m_P$, com m_P sendo a massa de Planck. Assim, temos um buraco negro macroscópico com curvatura $R^{(4)} \ll 1/l_P^2$, l_P sendo a distância de Planck, nas vizinhanças do horizonte de eventos. Vamos fazer agora as seguintes hipóteses:

- F1) A aproximação semiclássica é válida no horizonte e em toda a região fora do buraco negro.
- F2) Nada de especial ocorre com observadores cruzando o horizonte de eventos.
- F3) A evolução de estados fora do buraco negro

é unitária.

Como o buraco negro é macroscópico, estamos em escalas que a relatividade geral e a mecânica quântica devem ser válidas (já que ambas são bem testadas em laboratório em tais escalas). Assim, a única hipótese extra que foi, de fato, feita é a hipótese F3.

Dado um sistema quântico formado por sub-sistemas A, B e C , existe uma identidade cinemática em mecânica quântica (i.e., só depende do fato de que estados são descritos por vetores ou matrizes densidade definidos em espaços de Hilbert) chamada desigualdade da sub-aditividade forte [40]

$$S(A + B) + S(B + C) \geq S(A) + S(C), \quad (41)$$

onde $S(X)$ é a entropia de von Neumann associada ao sub-sistema $X = A, B, C$. Uma das consequências de tal desigualdade é a chamada monogamia do emaranhamento. Tal propriedade afirma que se A está maximamente emaranhado com B então B não pode estar emaranhado com C .

É possível mostrar, no entanto, que ao fazer as hipóteses F1-F3 violamos a desigualdade (41). Os detalhes da demonstração estão além do escopo dessa revisão, mas podem ser encontrados em [28]. No entanto, é fácil ver a origem do problema a partir da monogamia do emaranhamento. Se vale a aproximação semiclássica, então os pares de modos que escapam para o infinito (gerando a radiação Hawking) e que caem no buraco negro estão emaranhados [veja a Eq. (21)]. Agora, a hipótese F3 implica que os modos da radiação Hawking emitidos no começo do processo de evaporação devem estar emaranhados com os modos emitidos mais tarde (veja a Fig. 5). No entanto, por conta da monogamia do emaranhamento isso é impossível. Já que o buraco negro é macroscópico, vale a dedução que fizemos do efeito Hawking e, com isso, os modos que escapam para o infinito e os que caem no buraco negro devem estar emaranhados. Logo, os modos da radiação Hawking não podem estar emaranhados.

O argumento acima deveria ser visto como uma demonstração por absurdo que, supondo que não violamos a mecânica quântica (e a relatividade geral) dentro dos seus limites de validade, a evolução fora do buraco negro não pode ser unitária (e

portanto, o processo de perda de informação seria inevitável—ao menos na descrição semiclássica do processo). Infelizmente, isso não foi o que aconteceu. Para preservar (o ato de fé) que a evolução fora do buraco negro deva ser unitária, muitos pesquisadores argumentaram que o horizonte de eventos deve ter um comportamento singular (os chamados *firewalls* [41]) que quebrariam o emaranhamento entre os modos que entram no buraco negro e os que escapam para o infinito previstos pelo efeito Hawking, em uma clara violação das leis da mecânica quântica e relatividade geral.⁹

4 Alternativas para a perda de informação

O processo de formação do buraco negro e a subsequente evaporação em radiação térmica, como sugerido por argumentos semiclássicos, não violam nenhum princípio físico (ainda que boa parte da informação acabe se perdendo na singularidade do buraco negro). Espera-se no entanto, que uma teoria de gravitação quântica nos permita descrever a física perto da escala de Planck, o que pode modificar o quadro semiclássico.

Na seção anterior, vimos uma alternativa à perda de informação: que a informação volta em correlações na radiação Hawking de tal forma a tornar a evolução fora do buraco negro unitária. No entanto, vimos que isso deve gerar desvios da mecânica quântica e da relatividade geral em escalas onde sabemos que elas valem. Assim, nessa seção, vamos descrever brevemente algumas outras alternativas à perda de informação baseada em diferentes hipóteses sobre a física na escala de Planck.

Uma primeira alternativa é que, por conta de efeitos de gravitação quântica, o processo de evaporação do buraco negro pare quando ele atingir a escala de Planck. Assim teríamos um remanescente do buraco negro com a escala de Planck [30, 42]. Os graus de liberdade de tal remanescente estariam então emaranhados com a radiação Hawking emitida, preservando a informação. Como os desvios das previsões semiclássicas ocorrem somente na escala de Planck (onde é esperado que isso possa acontecer), não a nada de radical

com essa alternativa. No entanto, existem algumas dificuldades que devem ser contornadas para que ela possa vir a ser uma alternativa viável. Primeiramente o remanescente tem que ser tal que a informação dentro do seu interior possa ser acessada por observadores fora dele (caso contrário, a informação estaria perdida para todos os propósitos práticos, fazendo com que o estado fora seja sempre misto). A segunda dificuldade está relacionada com a entropia de tais remanescentes. Se, como os crentes no “dogma central” acreditam, $2^{S_{\text{BN}}}$ mede seu número de graus de liberdade internos ao buraco negro, ao chegar na escala de Planck (onde, nas unidades que estamos usando $A_{\text{BN}} \sim 1$) produzindo o remanescente, este deverá ter uma entropia $S_{\text{rem}} \sim 1$. No entanto, para que o estado total seja puro, deveríamos ter um número arbitrariamente grande de graus de liberdades internos ao remanescente para poderem estar correlacionados com a radiação Hawking emitida.

Uma segunda alternativa à perda de informação seria que toda a informação voltaria na “explosão final” do processo de evaporação. Como, novamente, desvios da teoria semiclássica ocorreriam apenas na escala de Planck essa seria uma opção viável. Uma questão a ser levantada, no entanto, é se é possível transmitir quantidades arbitrariamente grandes de informação sem a necessidade de uma quantidade correspondentemente grande de energia. Essa é uma questão de pesquisa atualmente [43–45].

Uma terceira alternativa proposta para evitar a perda de informação é que, por algum efeito quântico, o buraco negro nunca se forma. Nesse caso seria formada uma estrutura sem horizonte de eventos (como, e.g., os chamados *fuzzballs* [46]). Essa, no entanto, pode ser considerado uma alternativa radical pois exigiria que mecânica quântica e relatividade geral falhassem nos regimes usuais para buracos negros macroscópicos levando, entre outras coisas, à violações de causalidade, energia e momento [27].

5 Conclusão

Nesse artigo, revisamos o processo de formação e subsequente evaporação do buraco negro por emissão de radiação Hawking, dando ênfase

⁹Note também a grosseira violação de causalidade que a hipótese dos *firewalls* produz, já que para sabermos onde está o horizonte de eventos em um dado instante devemos antes conhecer todo o espaço-tempo.

no destino da informação que caiu nele. Vimos que não há nada paradoxal no processo de perda de informação. De fato, a alternativa da informação voltar na radiação Hawking mantendo a informação acessível para observadores fora do buraco negro exige desvios da mecânica quântica e relatividade geral dentro dos seus limites de validade. Como a física na escala de Planck é ainda desconhecida, é esperado poder haver desvios da descrição semiclássica em tal escala. Assim, discutimos algumas alternativas à perda de informação dependendo de diferentes hipóteses sobre a física na escala de Planck bem como alguns de seus prós e contras.

Apesar do que muitos inicialmente acreditavam, o processo de evaporação completa do buraco negro levando consigo (parte) da informação inicial do sistema não só é uma alternativa viável como talvez a mais conservadora já que ela deve ser vista como uma previsão da teoria semiclássica em regimes onde seus ingredientes básicos, relatividade geral e mecânica quântica, devem valer.

Agradecimentos

A.L. gostaria de agradecer aos Professores George Matsas e Daniel Vanzella pelas inúmeras discussões sobre buracos negros e informação ao longo dos anos.

Sobre os autores

André G. S. Landulfo (andre.landulfo@ufabc.edu.br) é Bacharel em Física pela Universidade de São Paulo (USP) e doutor em Física pelo Instituto de Física Teórica (IFT/UNESP). Atualmente é professor adjunto no Centro de Ciências Naturais e Humanas (CCNH) da Universidade Federal do ABC (UFABC). Seus principais interesses de pesquisa incluem Relatividade Geral, Teoria Quântica de Campos em Espaços-Tempos Curvos e Aspectos Relativísticos da Teoria da Informação Quântica.

Referências

- [1] A. G. S. Landulfo, G. E. A. Matsas e D. A. T. Vanzella, *Buracos negros: Rompendo os limites da ficção* (Editora da UNESP, São Paulo, 2021).
- [2] A. Einstein, *Die Feldgleichungen der Gravitation*, Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin **1915**, 844 (1915).
- [3] K. Schwarzschild, *Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie*, Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften **7**, 189 (1916).
- [4] A. Einstein, *On a Stationary System with Spherical Symmetry Consisting of Many Gravitating Masses*, The Annals of Mathematics **40**(4), 922 (1939).
- [5] J. R. Oppenheimer e H. Snyder, *On Continued Gravitational Contraction*, [Physical Review](#) **56**(5), 455 (1939).
- [6] S. Chandrasekhar, *The Maximum Mass of Ideal White Dwarfs*, [Astrophysical Journal](#) **74**, 81 (1931).
- [7] B. L. Webster e P. Murdin, *Cygnus X-1—a Spectroscopic Binary with a Heavy Companion?*, [Nature](#) **235**, 37 (1972).
- [8] R. Penrose, *Gravitational Collapse and Space-Time Singularities*, [Physical Review Letters](#) **14**(3), 57 (1965).
- [9] S. W. Hawking, *Black holes in general relativity*, [Communications in Mathematical Physics](#) **25**(2), 152 (1972).
- [10] J. M. Bardeen, B. Carter e S. W. Hawking, *The Four Laws of Black Hole Mechanics*, [Communications in Mathematical Physics](#) **31**(2), 161 (1973).
- [11] J. D. Bekenstein, *Black Holes and Entropy*, [Physical Review D](#) **7**(8), 2333 (1973).
- [12] R. M. Wald, *The Thermodynamics of Black Holes*, [Living Reviews in Relativity](#) **4**, 6 (2001).

- [13] S. W. Hawking, *Black hole explosions?*, [Nature](#) **248**(5443), 30 (1974).
- [14] R. M. Wald, *Quantum Field Theory in Curved Spacetime and Black Hole Thermodynamics* (University of Chicago Press, Chicago, 1994).
- [15] S. W. Hawking, *Particle Creation by Black Holes*, [Communications in Mathematical Physics](#) **43**(3), 199 (1975).
- [16] R. M. Wald, *On Particle Creation by Black Holes*, [Communications in Mathematical Physics](#) **45**(1), 9 (1975).
- [17] W. G. Unruh e R. M. Wald, *Acceleration radiation and the generalized second law of thermodynamics*, [Physical Review D](#) **25**(4), 942 (1982).
- [18] A. C. Wall, *Ten proofs of the generalized second law*, [Journal of High Energy Physics](#) **2009**(06), 021 (2009).
- [19] A. C. Wall, *The Generalized Second Law implies a Quantum Singularity Theorem*, [Classical and Quantum Gravity](#) **30**(16), 165003 (2013).
- [20] R. M. Wald, *General Relativity* (University of Chicago Press, Chicago, 1984).
- [21] S. W. Hawking e G. F. R. Ellis, *The Large Scale Structure of Space-Time* (Cambridge University Press, Cambridge, 1973).
- [22] R. Penrose, *Structure of Spacetime*, in *Battelle Rencontres*, editado por C. M. DeWitt e J. A. Wheeler (W. A. Benjamin Inc., New York, 1968), 121–235.
- [23] V. Iyer e R. M. Wald, *Some properties of Noether charge and a proposal for dynamical black hole entropy*, [Physical Review D](#) **50**(2), 846 (1994).
- [24] M. M. Wilde, *Quantum Information Theory* (Cambridge University Press, Cambridge, 2013).
- [25] R. M. Wald, *Black holes, singularities, and predictability*, in *Quantum Theory of Gravity – Essays in honor of the 60th birthday of B. S. DeWitt* (Adam Hilger, Bristol, 1984).
- [26] J. V. O. Pêgas et al., *Globally hyperbolic evaporating black hole and the information loss issue*, [Class. Quant. Grav.](#) **42**(6), 065009 (2025). [ArXiv:2402.19140](#).
- [27] W. G. Unruh e R. M. Wald, *Information loss*, [Reports on Progress in Physics](#) **80**(9), 092002 (2017).
- [28] S. D. Mathur, *The information paradox: A pedagogical introduction*, [Classical and Quantum Gravity](#) **26**(22), 224001 (2009).
- [29] A. Almheiri et al., *The entropy of Hawking radiation*, [Reviews of Modern Physics](#) **93**(3), 035002 (2021).
- [30] J. Preskill, *Do black holes destroy information?*, in *International Symposium on Black holes, Membranes, Wormholes and Superstrings* (1992). [ArXiv:hep-th/9209058](#).
- [31] D. Wallace, *Why Black Hole Information Loss is Paradoxical* (2020), 209–236. [ArXiv:1710.03783](#).
- [32] S. W. Hawking, *Breakdown of predictability in gravitational collapse*, [Physical Review D](#) **14**(10), 2460 (1976).
- [33] W. G. Unruh e R. M. Wald, *Evolution laws taking pure states to mixed states in quantum field theory*, [Physical Review D](#) **52**(4), 2176 (1995).
- [34] R. Penrose, *The Road to Reality: A Complete Guide to the Laws of the Universe* (Jonathan Cape, London, 2004).
- [35] D. N. Page, *Information in black hole radiation*, [Physical Review Letters](#) **71**(23), 3743 (1993).
- [36] D. N. Page, *Time dependence of Hawking radiation entropy*, [Journal of Cosmology and Astroparticle Physics](#) **2013**(09), 028 (2013).
- [37] H. Casini e M. Huerta, *Lectures on entanglement in quantum field theory*, [arXiv preprint](#) (2022). [ArXiv:2201.13310](#).
- [38] R. Bousso et al., *Quantum focusing conjecture*, [Physical Review D](#) **93**(6), 064044 (2016).

- [39] W. H. Zurek, *Entropy evaporated by a black hole*, [Physical Review Letters](#) **49**(25), 1683 (1982).
- [40] E. H. Lieb e M. B. Ruskai, *Proof of the strong subadditivity of quantum-mechanical entropy*, [Journal of Mathematical Physics](#) **14**(12), 1938 (1973).
- [41] A. Almheiri et al., *Black holes: complementarity or firewalls?*, [Journal of High Energy Physics](#) **02**, 062 (2013).
- [42] S. B. Giddings, *Black hole and massive remnants*, [Physical Review D](#) **46**(4), 1347 (1992).
- [43] I. B. Barcellos e A. G. S. Landulfo, *Relativistic quantum communication: Energy cost and channel capacities*, [Phys. Rev. D](#) **104**(10), 105018 (2021). [ArXiv:2109.13896](#).
- [44] R. M. Wald, *Particle and energy cost of entanglement of Hawking radiation with the final vacuum state*, [Phys. Rev. D](#) **100**, 065019 (2019).
- [45] M. Hotta, R. Schützhold e W. G. Unruh, *Partner particles for moving mirror radiation and black hole evaporation*, [Physical Review D](#) **91**(12), 124060 (2015).
- [46] S. D. Mathur, *The fuzzball proposal for black holes: An elementary review*, [Fortschritte der Physik](#) **53**(7-8), 793 (2005).