



MELHORIA DA QUALIDADE DO PRODUTO A PARTIR DA MODELAGEM ESTATÍSTICA DE CAPTURA COM REMOÇÃO EM INSPEÇÕES IMPERFEITAS

Product quality improvement based on statistical capture-removal modeling under imperfect inspections

Mejora de la calidad del producto basada en la modelización estadística de captura con remoción bajo inspecciones imperfectas

Nágilla Aléxia Ferreira Rocha Vaz ¹, Vanessa Rufino da Silva ², Edwin Vladimir Cardoza Galdamez ³, & George Lucas Moraes Pezzott ^{4*}

^{1 2 3 4} Universidade Estadual de Maringá

¹pg405176@uem.br ²vsilva@uem.br ³evcgaldamez@uem.br ^{4*}glmpezzott@uem.br

ARTIGO INFO.

Recebido: 06.11.2025

Aprovado: 02.03.2026

Disponibilizado: 15.06.2026

PALAVRAS-CHAVE: Controle de qualidade; inspeções imperfeitas; modelo de captura com remoção.

KEYWORDS: Quality control; imperfect inspections; capture-removal model.

PALABRAS CLAVE: Control de calidad; inspecciones imperfectas; modelo de captura con eliminación.

*Autor Correspondente: Pezzott, G. L. M.

RESUMO

Este artigo propõe uma abordagem para avaliação e melhoria da qualidade do produto em processos produtivos sujeitos a inspeções imperfeitas. O objetivo é estimar o número de itens não conformes após as inspeções e subsidiar decisões no planejamento do controle da qualidade. A metodologia baseia-se em um modelo estatístico de captura com remoção, que estima a proporção de itens defeituosos e a eficiência das inspeções na detecção de não conformidades. Além disso, permite estimar o número esperado de itens não conformes antes das inspeções e determinar o número mínimo de etapas necessário para atingir níveis toleráveis de defeitos. A modelagem foi aplicada em uma fábrica de peças para elevadores, com dados de 2.447 caixas inspecionadas ao longo de 13 semanas. Os resultados indicam que aproximadamente 3,7% das caixas aprovadas ainda apresentam não conformidades, o que evidencia limitações do sistema atual de controle. Além disso, as previsões do número de itens não conformes antes das inspeções apresentaram proximidade com as estimativas obtidas após as inspeções, evidenciando a consistência e a aplicabilidade do modelo proposto. De forma geral, a metodologia proposta mostrou-se uma ferramenta eficaz para o planejamento e o controle da qualidade, contribuindo para o apoio à tomada de decisão em ambientes produtivos.

ABSTRACT

This article proposes an approach for evaluating and improving product quality in production processes subject to imperfect inspections. The objective is to estimate the number of nonconforming items after inspections and to support decision-making in quality control planning. The methodology is based on a statistical capture-removal

model, which estimates the proportion of defective items and the efficiency of inspections in detecting nonconformities. In addition, it allows estimating the expected number of nonconforming items before inspections and determining the minimum number of stages required to achieve acceptable defect levels. The model was applied in a factory of elevator components, using data from 2,447 inspected boxes over a 13-week period. The results indicate that approximately 3.7% of the approved boxes still present nonconformities, highlighting limitations of the current control system. Furthermore, predictions of the number of nonconforming items before inspections were close to the estimates obtained after inspections, indicating the consistency and applicability of the proposed model. Overall, the proposed methodology proved to be an effective tool for quality planning and control, contributing to decision-making in production environments.

RESUMEN

Este artículo propone un enfoque para la evaluación y mejora de la calidad del producto en procesos productivos sujetos a inspecciones imperfectas. El objetivo es estimar el número de ítems no conformes después de las inspecciones y apoyar la toma de decisiones en la planificación del control de calidad. La metodología se basa en un modelo estadístico de captura con remoción, que estima la proporción de ítems defectuosos y la eficiencia de las inspecciones en la detección de no conformidades. Además, permite estimar el número esperado de ítems no conformes antes de las inspecciones y determinar el número mínimo de etapas necesario para alcanzar niveles tolerables de defectos. La modelización fue aplicada en una fábrica de piezas para ascensores, con datos de 2.447 cajas inspeccionadas a lo largo de 13 semanas. Los resultados indican que aproximadamente el 3,7% de las cajas aprobadas aún presentan no conformidades, lo que evidencia limitaciones del sistema actual de control. Además, las predicciones del número de ítems no conformes antes de las inspecciones mostraron proximidad con las estimaciones obtenidas después de las inspecciones, evidenciando la consistencia y la aplicabilidad del modelo propuesto. En términos generales, la metodología propuesta se mostró como una herramienta eficaz para la planificación y el control de la calidad, contribuyendo a la toma de decisiones en entornos productivos.

INTRODUÇÃO

Mesmo com os avanços tecnológicos e a crescente automação dos sistemas produtivos, falhas de qualidade ainda representam um desafio significativo em ambientes industriais,

impactando diretamente custos, produtividade, conformidade e competitividade. Limitações na detecção de erros e na previsibilidade de determinados processos permanecem, especialmente em atividades que ainda dependem, em parte, do fator humano (Chun, 2015; Sabry & Amirulddin, 2024). Essas falhas afetam a eficiência operacional e a satisfação do cliente, podendo ocorrer em diferentes etapas da cadeia produtiva, desde o desenvolvimento até a entrega do produto ou serviço, comprometendo sua funcionalidade e valor final (Pakkala, Kääriäine & Mätäsniemi, 2024). Estudos indicam que uma parcela significativa dessas falhas se concentra no denominado “chão de fábrica”, onde os processos são executados em larga escala (Powell et al., 2022).

Nesse contexto, a inspeção de produtos constitui uma etapa essencial do controle da qualidade, pois permite identificar e corrigir (ou descartar) itens não conformes antes que cheguem ao cliente. Entretanto, em ambientes produtivos complexos, erros de classificação são inevitáveis, podendo ocorrer tanto a aprovação de itens não conformes quanto a rejeição de itens conformes, comprometendo a confiabilidade do processo de inspeção (Duffuaa & Khan, 2007; Yang & Cho, 2013; Sarkar & Saren, 2016; Chun, 2022). Tais erros estão frequentemente associados à natureza imperfeita das inspeções ao longo do ciclo produtivo (Berrade et al., 2013; Chun, 2016; Shahmoradi & Ünlüyurt, 2018; Chun, 2019; Gadrich & Katriel, 2021; Wang et al., 2024).

Para mitigar os efeitos das inspeções imperfeitas, diversas estratégias baseadas em múltiplas verificações têm sido propostas, incluindo planos de inspeção seriados, repetitivos e sequenciais (Chun, 2005; Chun, 2015; Wei & Leus, 2017; Chun, 2023; Maisano, Ferrara & Franceschini, 2025). Dentre essas abordagens, destaca-se o plano de inspeção sequencial com remoção de itens não conformes identificados. Nesse tipo de procedimento, os itens são avaliados em etapas sucessivas e, a cada etapa, os itens não conformes detectados são imediatamente corrigidos (ou descartados) antes da próxima inspeção. Além de contribuir para a melhoria da qualidade, esse processo gera informações que podem ser utilizadas para estimar a quantidade de itens não conformes não identificados ao final das inspeções, sob a hipótese de inspeção imperfeita. Nesses casos, a modelagem recorre a métodos estatísticos conhecidos como modelos de captura com remoção (White, 1982; Bonett & Woodward, 1994; Chun, 2008).

O trabalho de Chun (2015) apresenta um modelo de captura com remoção em múltiplas inspeções imperfeitas, no qual pode ocorrer a aceitação indevida de itens não conformes, assumindo-se a inexistência de rejeição de itens conformes. Nesse estudo, a estimação é conduzida sob abordagem bayesiana, considerando conhecida a probabilidade de detecção dos itens não conformes pelos revisores (fixada em 80%). No entanto, a definição desse parâmetro a priori pode não refletir adequadamente a eficiência real do processo de inspeção, podendo levar a inferências imprecisas sobre a quantidade de itens não conformes remanescentes.

Diante disso, o presente trabalho tem como objetivo estimar simultaneamente a proporção de itens defeituosos e a probabilidade de detecção dos erros pelos revisores. Para tanto, adota-se o método de máxima verossimilhança (Myung, 2003; Casella & Berger, 2024) para a obtenção das estimativas. Adicionalmente, são propostas ferramentas estatísticas de apoio à tomada de decisão no controle da qualidade, incluindo: (i) a estimação pontual e intervalar do número de itens não conformes remanescentes após as inspeções; (ii) a determinação do

número esperado de revisões adicionais necessárias para que esse número seja inferior a um valor pré-estabelecido; e (iii) uma metodologia de previsão do número de itens não conformes em caixas ainda não inspecionadas, acompanhada da estimativa do número de revisões necessárias. Por fim, os métodos propostos são aplicados a um conjunto de dados reais provenientes de duas etapas de inspeção em caixas de peças destinadas à montagem de elevadores.

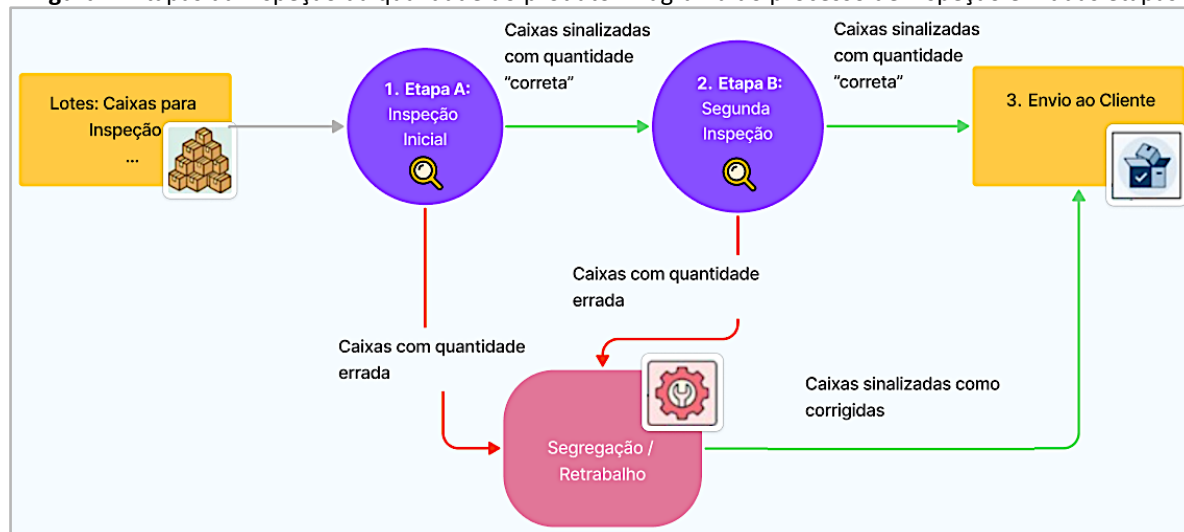
METODOLOGIA

CONTEXTO DE APLICAÇÃO

O problema de pesquisa abordado está relacionado com a sistematização do processo de avaliação da qualidade do produto a partir de um modelo estatístico de captura com inspeções imperfeitas. Nesse contexto, a pesquisa foi conduzida em uma linha de produção de uma empresa de fornecimento de peças para elevadores e esteiras rolantes, localizada no estado do Paraná, Brasil. Cada caixa de peças produzida é montada com um número pré-definido de peças, de acordo com o modelo do elevador do cliente. Após a entrega do produto ao cliente, a empresa identificou que ocorrem reclamações porque o número de peças é menor do solicitado. Nestes casos, se a caixa contém um número menor (ou maior) de peças é considerada não-conforme e, do ponto de vista da qualidade, classificada como um desvio interno.

De fato, durante a produção da caixa de peças, algumas observações indicaram a possibilidade de erros na separação e junção das peças. Mesmo quando a separação da lista de alguns itens é realizada manualmente, máquinas de coleta ou câmeras têm dificuldade em identificar esses erros devido à presença de peças pequenas e cabos elétricos agrupados dentro da caixa. Diante deste problema, foi implementado um processo de inspeção em duas etapas para identificar e corrigir as caixas não-conformes. Na primeira etapa, cada caixa passa por um processo de inspeção visual pelo encarregado da inspeção. Se uma caixa é identificada como não-conforme é imediatamente corrigida pelo inspetor adicionando (ou retirando) os itens faltantes (excedentes) da caixa. As caixas corrigidas são disponibilizadas para a comercialização e aquelas classificadas conformes na primeira etapa são enviadas para uma segunda etapa de inspeção, onde são reavaliadas. Novamente, os erros identificados são corrigidos. Após as duas inspeções, todas as caixas são enviadas aos clientes (Figura 1).

Figura 1. Etapas da inspeção da qualidade do produto. Diagrama do processo de inspeção em duas etapas



Fonte: Autores (2025).

As inspeções foram realizadas diariamente, de segunda à sexta-feira, durante 13 semanas, verificando todos os pedidos montados no dia (caixas/dia). Neste caso, foram 65 dias de inspeção, em que os dados diários registrados foram: número de caixas produzidas (inspecionadas), número de caixas não-conformes identificadas na primeira etapa e número de caixas não-conformes identificadas na segunda etapa de inspeção.

Contudo, mesmo após as duas etapas de inspeção e uma queda das reclamações dos clientes, houve ainda a necessidade por parte da empresa de reenvio de peças faltantes aos clientes. Este fato indica que as inspeções são imperfeitas, uma vez que não se identificou todos os itens não-conformes. Diante disso, a proposta é determinar uma modelagem estatística para estimar a quantidade de itens não-conformes não identificados pelo processo de inspeção a partir de modelos de captura com remoção.

MODELO DE CAPTURA COM REMOÇÃO

Para a construção do modelo de captura com remoção, seja ω a probabilidade de uma caixa ser produzida não-conforme ($0 < \omega < 1$) e θ a probabilidade de uma caixa não-conforme ser identificada durante uma determinada etapa de inspeção ($0 < \theta < 1$). O parâmetro ω está relacionado à qualidade da produção enquanto o parâmetro θ é interpretado como a eficiência da inspeção em identificar as caixas não-conformes.

Em um processo de inspeção em duas etapas, a probabilidade de identificar uma caixa como não-conforme na primeira etapa é $p_1 = \omega \theta$, na segunda etapa é $p_2 = \omega (1 - \theta)\theta$; e a probabilidade de uma caixa ser categorizada como 'conforme' após as duas etapas de inspeção é $p_0 = 1 - \omega + \omega(1 - \theta)^2$. Observe que p_0 é a proporção de caixas conformes ($1 - \omega$) somado à proporção de caixas não-conformes não identificadas pelos dois revisores $\omega(1 - \theta)^2$. Para estimar os parâmetros (ω, θ) , considere que n amostras (lotes) sejam retiradas do estoque. Para cada amostra i ($i = 1, 2, \dots, n$), são definidas as quantidades a serem inspecionadas:

- M_i : número de caixas na amostra i ;
- $x_{i,j}$: número total de caixas não-conformes da amostra i encontradas na j -ésima etapa de inspeção ($j = 1, 2$);
- $r_i = x_{i,1} + x_{i,2}$: número total de caixas não-conformes encontradas na amostra i ;
- $M_i - r_i$: número de caixas da amostra i que foram consideradas 'conformes' pelos dois revisores.

Consequente, assumindo independência entre as detecções, tem-se que as frequências $(x_{i,1}, x_{i,2})$ seguem uma distribuição de probabilidades Multinomial com M_i ensaios e probabilidades (p_1, p_2) , com função de probabilidade dada por:

$$p(x_{i,1}, x_{i,2} | \omega, \theta) = \frac{M_i!}{x_{i,1}!x_{i,2}!(M_i - r_i)!} [\omega\theta]^{x_{i,1}} [\omega(1 - \theta)\theta]^{x_{i,2}} [1 - \omega + \omega(1 - \theta)^2]^{M_i - r_i}$$

para $0 \leq x_{i,j} \leq M_i$ e $x_{i,1} + x_{i,2} \leq M_i$.

ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS

Neste trabalho, as estimativas dos parâmetros serão obtidas a partir da Teoria Frequentista de máxima verossimilhança (Myung, 2003; Casella & Berger, 2024). Para n amostras independentes, a função de verossimilhança para os parâmetros desconhecidos (ω, θ) dada as frequências observadas $x = (x_{1,1}, \dots, x_{1,n}, x_{2,1}, \dots, x_{2,n})$ é definida por:

$$\begin{aligned} L(\omega, \theta | x) &= \prod_{i=1}^n p(x_{i,1}, x_{i,2} | \omega, \theta) \\ &= \prod_{i=1}^n \frac{M_i!}{x_{i,1}!x_{i,2}!(M_i - r_i)!} [\omega\theta]^{x_{i,1}} [\omega(1 - \theta)\theta]^{x_{i,2}} [1 - \omega + \omega(1 - \theta)^2]^{M_i - r_i} \\ &\propto \omega^{\tilde{r}} \theta^{\tilde{r}} (1 - \theta)^{\tilde{x}_2} [1 - \omega + \omega(1 - \theta)^2]^{\tilde{M} - \tilde{r}} \end{aligned}$$

para $0 < \omega < 1$ e $0 < \theta < 1$, em que:

- $\tilde{r} = r_1 + \dots + r_n$ é o número total de caixas não-conformes encontradas,
- $\tilde{x}_2 = x_{1,2} + \dots + x_{n,2}$ é o número de caixas não-conformes encontradas na segunda etapa de inspeção, e
- $\tilde{M} = M_1 + \dots + M_n$ é o número total de caixas inspecionadas.

As estimativas de máxima verossimilhança de ω , θ , denotadas por $(\hat{\omega}, \hat{\theta})$, são os valores que maximizam a função log-verossimilhança:

$$(\hat{\omega}, \hat{\theta}) = \arg \max_{\omega, \theta} l(\omega, \theta | x)$$

sendo:

$$l(\omega, \theta | x) = \log L(\omega, \theta | x) \\ = \tilde{r} [\log(\omega) + \log(\theta)] + \tilde{x}_2 \log(1 - \theta) + (\tilde{M} - \tilde{r}) \log[1 - \omega + \omega(1 - \theta)^2] + c$$

em que c é uma constante que não depende de (ω, θ) . O ponto máximo de $l(\omega, \theta | x)$ pode ser obtido pela solução do sistema de duas equações:

$$\frac{d}{d\omega} l(\omega, \theta | x) = 0; \quad \frac{d}{d\theta} l(\omega, \theta | x) = 0$$

Para o modelo acima, não é possível obter analiticamente solução para estimadores de máxima verossimilhança de (ω, θ) , e, assim, métodos iterativos de otimização/maximização são necessários. Neste trabalho, as estimativas foram obtidas utilizando a função de otimização do software R - *optim()* (R Core Team, 2021), com o método L-BFGS-B (Byrd, Lu, Nocedal, & Zhu, 1995) para imposição das restrições $0 < \omega < 1$ e $0 < \theta < 1$.

Para a determinação dos intervalos de confiança, adotou-se os resultados assintóticos da teoria da máxima verossimilhança utilizando a matriz informação observada de Fisher para obter os erros-padrões das estimativas. Essa matriz é definida como o negativo da matriz Hessiana da log-verossimilhança, avaliada nos estimadores de máxima verossimilhança $(\hat{\omega}, \hat{\theta})$: $\hat{I}(\hat{\omega}, \hat{\theta}) = \{d_{i,j}\}$, em que os elementos desta matriz são

$$d_{1,1} = -\frac{\partial^2 l(\omega, \theta | x)}{\partial \omega^2}; \quad d_{1,2} = d_{2,1} = -\frac{\partial^2 l(\omega, \theta | x)}{\partial \omega \partial \theta}; \quad d_{2,2} = -\frac{\partial^2 l(\omega, \theta | x)}{\partial \theta^2}.$$

A matriz de variâncias e covariâncias assintótica $\Sigma = \{s_{i,j}\}$ dos estimadores de máxima verossimilhança é então definida pela inversa da matriz informação de Fisher, $\Sigma = \{s_{i,j}\} = \hat{I}(\hat{\omega}, \hat{\theta})$, em que $\widehat{Var}(\hat{\omega}) = s_{1,1}$ e $\widehat{Var}(\hat{\theta}) = s_{2,2}$. A função *optim* calcula a matriz Hessiana. Logo, os intervalos de confiança assintóticos $(1 - \alpha)$ 100% são dados por:

$$\hat{\omega} \pm z_{\alpha} \widehat{Var}(\hat{\omega}); \quad \hat{\theta} \pm z_{\alpha} \widehat{Var}(\hat{\theta})$$

onde z_{α} é o quantil de $1 - \alpha/2$ da distribuição normal padrão.

ESTIMAÇÃO DO NÚMERO DE CAIXAS NÃO-CONFORMES REMANESCENTES

Após obter as estimativas $\hat{\omega}$ e $\hat{\theta}$, a próxima etapa é a estimação do número de caixas não-conformes remanescentes (não identificadas). Isto é, para as $M_i - r_i$ caixas classificadas como conformes pelos revisores, o problema é estimar quantas são de fato conformes e quantas não-conformes. Seja S_i o número de caixas não-conformes não identificadas pelos revisores na amostra i . A distribuição condicional de S_i é:

$$S_i | r_i, \omega, \theta \sim \text{Binomial} \left(M_i - r_i, \frac{\omega(1-\theta)^2}{1-\omega+\omega(1-\theta)^2} \right)$$

com valor esperado dado por:

$$E(S_i) = (M_i - r_i) \frac{\omega(1-\theta)^2}{1-\omega+\omega(1-\theta)^2}.$$

Observe que $\frac{\omega(1-\theta)^2}{1-\omega+\omega(1-\theta)^2}$ é a probabilidade de a caixa ser não conforme, dado que ela não foi identificada pelas duas revisões. Pela propriedade da invariância dos estimadores de máxima verossimilhança, a estimativa de máxima verossimilhança de $E(S_i)$ é:

$$\widehat{E}(S_i) = (M_i - r_i) \frac{\widehat{\omega}(1-\widehat{\theta})^2}{1-\widehat{\omega}+\widehat{\omega}(1-\widehat{\theta})^2} \quad (\text{Equação 1})$$

Ao estimar o número esperado desses itens remanescentes, o modelo fornece uma medida quantitativa da eficiência real do processo de inspeção, permitindo avaliar se o controle de qualidade está dentro dos limites aceitáveis ou se há necessidade de ajustes adicionais, como aumento do número de revisões, mudança de método ou capacitação dos inspetores.

O intervalo de confiança para $\widehat{E}(S_i)$ é construído utilizando o método delta para aproximar o erro-padrão da estimativa. Seja $f(\omega, \theta) = \frac{\omega(1-\theta)^2}{1-\omega+\omega(1-\theta)^2}$, $g = (g_1, g_2)$, com $g_1 = \frac{df(\omega, \theta)}{d\omega}$ e $g_2 = \frac{df(\omega, \theta)}{d\theta}$. A variância pode ser aproximada por $\widehat{Var}(\widehat{E}(S_i)) = (M_i - r_i)^2 g^t \Sigma g$ avaliada nos pontos $(\widehat{\omega}, \widehat{\theta})$. No software R, a função *deltamethod* calcula a variância de $\widehat{E}(S_i)$. O intervalo de confiança assintóticos $(1 - \alpha)$ 100% é então construído por

$$\widehat{E}(S_i) \pm z_{\alpha} \sqrt{\widehat{Var}(\widehat{E}(S_i))}$$

NÚMERO ESPERADO DE REVISÕES ADICIONAIS

Seja S_k o número de caixas não-conformes que não serão identificadas após k inspeções adicionais em um determinado lote. De forma recursiva, o valor estimado do número médio é dado por $\widehat{E}(S_k) = \widehat{E}(S)(1 - \widehat{\theta})^k$, em que $\widehat{E}(S)$ é o número estimado de caixas não-conformes remanescentes, dado pela Equação (1) e $(1 - \widehat{\theta})^k$ é a proporção (estimada) de caixas não-conformes não identificadas após k inspeções adicionais. Logo, se desejamos estimar o número mínimo de inspeções adicionais, digamos $\tilde{k}$, para que o valor estimado de caixas não-conformes não encontradas seja inferior a um valor q pré-definido, $\widehat{E}(S_k) < q$, tem-se que

$$\tilde{k} > \frac{\log(q) - \log(\widehat{E}(S))}{\log(1 - \widehat{\theta})} \quad (\text{Equação 2})$$

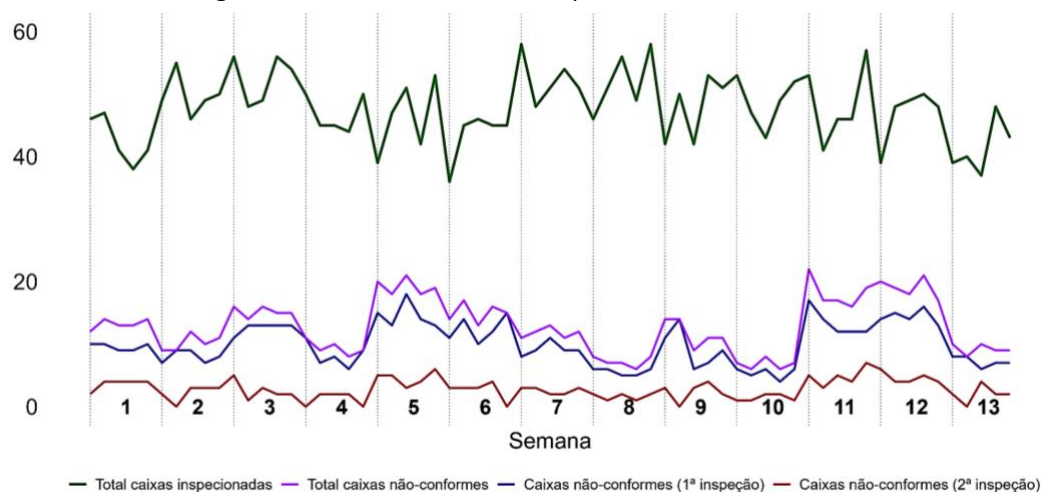
A formulação admite estimar quantas rodadas extras de inspeção seriam necessárias para atingir nível de qualidade desejado, considerando a eficiência constante da inspeção em $\widehat{\theta}$.

PREVISÃO DO NÚMERO DE CAIXAS NÃO-CONFORMES EM LOTES NÃO INSPECIONADOS

No contexto de previsão, se supõe que M_i caixas com ainda não passaram por revisão. Mantendo-se a taxa ω de produção de caixas defeituosas, temos que o número de caixas não-conformes é $N_i \sim \text{Binomial}(M_i, \omega)$ com $E(N_i) = M_i \omega$. Um valor predito pode ser estimado por $\widehat{E}(N_i) = M_i \widehat{\omega}$ com intervalo de confiança dado por $IC(E(N_i)) = M_i IC(\omega)$, isto é, o intervalo é obtido a partir do intervalo de confiança para ω multiplicado por M_i . Adicionalmente, é possível prever a quantidade de inspeções necessárias para que o número esperado de caixas seja menor que um valor q . Neste caso, determina-se que $\widehat{E}(S) = M_i \widehat{\omega}$ (Equação 2).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 2 apresenta os dados diários observados para as 13 semanas de inspeções. A linha verde superior representa o número total de caixas inspecionadas por dia, indicando o volume de produção submetido ao processo de controle de qualidade. As linhas azul e vermelha indicam a quantidade de caixas não-conformes identificadas na primeira e segunda inspeção, respectivamente. Por fim, a linha roxa é total de caixas não-conformes encontradas nas duas etapas de inspeção (soma das linhas azul e vermelha).

Figura 2. Número total de itens inspecionados e encontrados

Mesmo sem expressiva variação no número de caixas inspecionadas por dia, há padrões diferentes entre os totais semanais de caixas não-conformes detectadas. Por exemplo, observa-se nas semanas 5, 11 e 12 um número elevado de caixas não-conformes identificadas e nas semanas 2, 4 e 8 um baixo número de caixas identificadas. Além disso, dentro de cada semana, há uma variação proporcional menor entre inspecionados e identificados, mas com alta variabilidade entre as semanas. Neste sentido, esta análise exploratória indica que é importante ajustar um modelo de captura com remoção para cada semana de produção para contemplar a heterogeneidade semanal.

A Tabela 1 apresenta as medidas descritivas das variáveis observadas durante as 13 semanas de inspeção. O número total de caixas inspecionadas por dia (M) variou entre 36 e 58, com média de 47,6 e desvio-padrão de 5,3. O número de caixas com não conformidades identificadas na primeira inspeção (x_1) apresentou média de 10 caixas/dia, enquanto na segunda inspeção (x_2) uma média de 2,78 caixas/dia. A diminuição das não-conformidades na segunda etapa é esperada pois as caixas identificadas na primeira etapa são prontamente corrigidas. Por outro lado, os resultados demonstram que existem falhas residuais da inspeção inicial, evidenciando a inspeção imperfeita.

Tabela 1. Medidas descritivas das variáveis observadas

	Mínimo	Mediana	Média	Máximo	Desvio-padrão
M	36	48	47,63	58	5,36
x_1	4	9	10,00	18	3,40
x_2	0	3	2,78	7	1,59
r	6	12	12,78	22	4,32
r/M	0,1224	0,2609	0,2726	0,5128	0,0986

Fonte: Autores (2025).

Considerando o total de não conformidades ($r = x_1 + x_2$), a média foi de 12,78 caixas/dia. Para a proporção de caixas não-conformes em relação ao total inspecionado r/M , observou-se uma média de aproximadamente 0,27, indicando que cerca de 27% das caixas apresentaram algum tipo de não conformidade e foram detectadas. Além disso, destaca-se o número máximo de 0,5128 que mostra que em um determinado dia de inspeção, mais da metade das caixas foram identificadas com erro. Esses resultados reforçam a natureza imperfeita tanto do processo de inspeção quanto do sistema de produção.

Na análise de cada semana foi ajustado o modelo de captura com remoção com $n = 5$ amostras (5 dias). A Tabela 2 destaca as estimativas de máxima verossimilhança dos parâmetros $\hat{\omega}$ (proporção de caixas não-conformes produzidas), $\hat{\theta}$ (probabilidade de detecção durante uma inspeção) e $\hat{\omega}(1 - \hat{\theta})^2 / [1 - \hat{\omega} + \hat{\omega}(1 - \hat{\theta})^2]$ (proporção de itens defeituosos remanescentes) para cada semana. Observa-se variação de $\hat{\omega}$ entre as semanas, tendo a estimativa mais baixa na semana 8 ($\hat{\omega} = 0,1508$) e a maior na semana 5 ($\hat{\omega} = 0,4594$). A proporção média foi de 0,2956, aproximadamente 2% maior que a proporção média observada (r/M) na Tabela 1. As estimativas de $\hat{\theta}$ ficaram em torno de 0,7, sugerindo que o processo de inspeção mantém níveis elevados de eficiência operacional na detecção de não conformidades, mas com variações significativas entre semanas (por exemplo, $\hat{\theta} = 0,6250$ na semana 1 e $\hat{\theta} = 0,8537$ na semana 4).

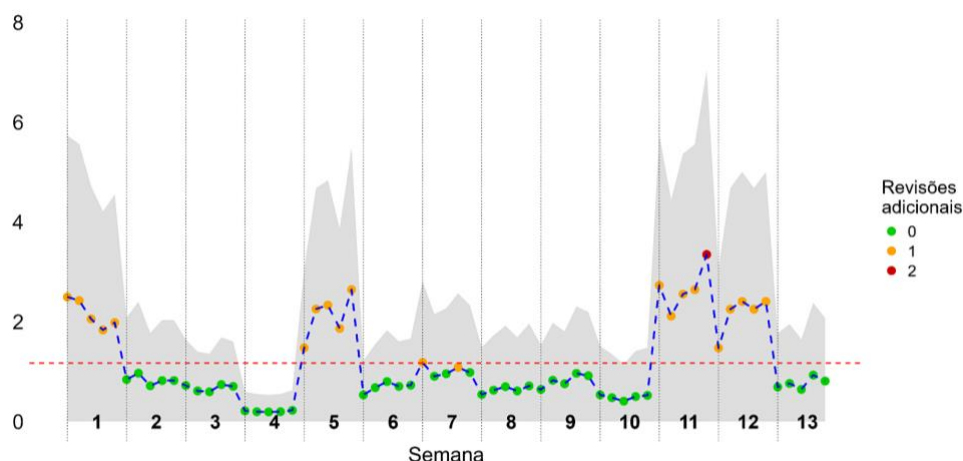
Tabela 2. Estimativas de máxima verossimilhança dos parâmetros

Semana	$\hat{\omega}$	IC (95%; ω)	$\hat{\theta}$	IC (95%; θ)	$\frac{\hat{\omega}(1 - \hat{\theta})^2}{1 - \hat{\omega} + \hat{\omega}(1 - \hat{\theta})^2}$
1	0,3606	(0,2641; 0,4570)	0,6250	(0,4219; 0,8281)	0,0735
2	0,2216	(0,1622; 0,2810)	0,7250	(0,5415; 0,9085)	0,0211
3	0,3018	(0,2424; 0,3612)	0,7936	(0,6704; 0,9169)	0,0181
4	0,2053	(0,1522; 0,2583)	0,8537	(0,7283; 0,9790)	0,0055
5	0,4594	(0,3745; 0,5443)	0,6849	(0,5373; 0,8326)	0,0778
6	0,3615	(0,2924; 0,4306)	0,7903	(0,6650; 0,9157)	0,0243
7	0,2447	(0,1839; 0,3056)	0,7174	(0,5434; 0,8914)	0,0252
8	0,1508	(0,1004; 0,2011)	0,7143	(0,4898; 0,9388)	0,0143
9	0,2652	(0,2020; 0,3284)	0,7447	(0,5828; 0,9065)	0,0230
10	0,1494	(0,0995; 0,1993)	0,7407	(0,5252; 0,9563)	0,0117
11	0,4296	(0,3382; 0,5210)	0,6418	(0,4748; 0,8088)	0,0881
12	0,4521	(0,3670; 0,5372)	0,6806	(0,5306; 0,8305)	0,0777
13	0,2408	(0,1733; 0,3083)	0,7222	(0,5276; 0,9168)	0,0239
Média	0,2956		0,7257		0,0372

Fonte: Autores (2025).

A taxa estimada de erros remanescentes é dada pela $\frac{\hat{\omega}(1 - \hat{\theta})^2}{1 - \hat{\omega} + \hat{\omega}(1 - \hat{\theta})^2}$ - Tabela 2, e indica a proporção de itens não-conformes que ainda persistem após a realização das inspeções. A estatística determina se o processo de controle de qualidade está dentro dos parâmetros de desempenho aceitáveis. Por exemplo, se considerar um limite superior de controle de 1%, somente a semana 4 estaria dentro do critério estabelecido. Por outro lado, se adotar um limite máximo de 5%, as semanas 1, 5, 11 e 12 exibiriam taxas superiores ao valor de referência, o que indicaria a necessidade de implementar ações corretivas ou realizar revisões adicionais no processo de inspeção.

A Figura 3 apresenta as estimativas pontuais (pontos nas linhas tracejadas em azul) com respectivos intervalos de confiança (região acinzentada) para o número de caixas não-conformes não identificadas pelo processo de inspeção. A linha pontilhada horizontal em vermelho exibe a estimativa média diária de 1,17 caixas não-conformes não identificadas, que leva à acumulado total de 76,33 caixas não encontradas dentre os 2265 registradas como conformes pelos revisores (3,72%, conforme última coluna da Tabela 2). Observa-se os menores números de caixas não-conformes remanescentes na semana 4 e maiores números estimados para as semanas 1, 5, 11 e 12 (valores condizentes às taxas observadas de caixas remanescentes na Tabela 2 para estas semanas).

Figura 3. Estimativa do número restante de caixas não-conformes e inspeções adicionais

Fonte: Autores (2025).

Na Figura 3 também são destacados os totais estimados de revisões adicionais em cada dia. Para estas estimativas, foi adotado o critério que a estimativa de caixas não-conformes remanescentes deveriam ser menor que uma unidade ($q = 1$ na Equação 2). Os dias na cor verde não precisam de revisões adicionais, pois o valor esperado estimado após duas revisões é menor que um. Os dias em laranja tiveram um valor esperado entre 1,085 e 2,732 caixas remanescentes, necessitando de uma revisão adicional. Um único dia na cor vermelha apresentou uma estimativa de 3,349 caixas não-conformes remanescentes e duas revisões adicionais para atingir o critério de parada.

Para apoiar a tomada de decisão dos revisores é proposto uma análise de predição de caixas não-conformes em lotes ainda não inspecionados. Para isso, os dados foram ajustados semanalmente com dados de segunda até quarta-feira ($n = 3$), e posteriormente é determinada a predição para quinta e sexta-feira de cada uma das semanas. Adicionalmente, se aplicou o método para estimar quantas revisões serão necessárias para que fique menos de uma caixa não-conforme sem ser identificada.

A Tabela 3 apresenta os resultados obtidos neste estudo de predição: o número de caixas do dia (que “ainda serão inspecionadas”), número total estimado de não-conformes pelo modelo na seção anterior (dados completos), número predito pelo modelo utilizando dados de segunda à quarta-feira, e na última coluna de cada dia tem-se o número total de revisões necessárias para que o número esperado de caixas remanescentes seja menor que 1.

Tabela 3. Predição do número de caixas não-conformes na quinta-feira e sexta-feira utilizando dados de segunda-feira a quarta-feira

Quintas-feiras Estimado						Sextas-feiras Estimado				
Sem.	M_i	$\hat{S}_i + r_i$	Predito $\bar{E}(N_i)$ [IC 95%]		$\tilde{k}$	M_i	$\hat{S}_i + r_i$	Predito $\bar{E}(N_i)$ [IC 95%]		$\tilde{k}$
1	38	14,8	12,6	(8,4; 16,7)	3,0*	41	16,0	13,5	(9,1; 18,0)	3,0*
2	49	10,8	10,2	(6,8; 13,6)	2,0*	50	11,8	10,4	(7,0; 13,9)	2,0*
3	56	15,7	17,9	(13,3; 22,5)	3,0	54	15,7	17,3	(12,8; 21,7)	3,0
4	44	8,2	9,7	(6,6; 12,8)	2,0*	50	9,2	11,0	(7,4; 14,5)	2,0*
5	42	19,9	19,7	(15,3; 24,0)	3,0*	53	21,6	24,8	(19,3; 30,3)	3,0*
6	45	16,7	16,7	(12,3; 21,0)	3,0	45	15,7	16,7	(12,3; 21,0)	3,0
7	54	12,1	13,5	(9,2; 17,8)	3,0*	51	13,0	12,7	(8,7; 16,8)	3,0
8	49	6,6	7,7	(4,4; 11,0)	2,0*	58	8,7	9,1	(5,2; 13,1)	2,0*
9	53	12,0	15,2	(10,9; 19,5)	2,0*	51	11,9	14,6	(10,5; 18,8)	2,0*
10	49	6,5	7,6	(4,5; 10,8)	2,0*	52	7,5	8,1	(4,7; 11,4)	2,0*
11	46	18,6	20,3	(15,4; 25,1)	3,0	57	22,3	25,1	(19,1; 31,1)	3,0*
12	50	23,3	23,4	(17,7; 29,2)	3,0*	48	19,4	22,5	(17,0; 28,0)	3,0*
13	48	9,9	12,5	(8,1; 16,9)	2,0*	43	9,8	11,2	(7,2; 15,2)	2,0*

Fonte: Autores (2025).

Observa-se pela Tabela 3 que a predição do total de caixas não-conformes antes de inspecioná-la fica próxima do valor estimado após as duas inspeções. Em termos numéricos, o erro médio absoluto entre estimado e predito é de 1,38 unidades para as quintas-feiras e de 1,72 unidades para às sextas-feiras. Pouco mais da metade dos dias precisarão de três revisões, enquanto as demais precisarão de duas revisões (processo proposto pela empresa). O asterisco (*) indica que o valor predito para o número de revisões necessárias foi o mesmo que obtido na análise de todos os dados (duas revisões realizadas + revisões adicionais estimadas) visto na Figura 3, indicando 77% de resultados preditos similares aos observados/estimados após o processo de revisão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para um ambiente competitivo como as empresas e o mercado tecnológico atual, a capacidade de prever falhas torna-se um diferencial estratégico, elevando a maturidade da gestão da qualidade e potencializando resultados de longo prazo (Kang et al., 2022; Nunes & Rocha, 2023). Nesta direção, o presente estudo utilizou métodos estatísticos de modelagem para quantificar divergências importantes entre o que foi observado durante a revisão dos inspetores de qualidade e o quanto de caixas não-conformes realmente se tinha no lote produzido diariamente por uma empresa que fornece produtos para elevadores. A quantidade de caixas não-conformes observada chegou a um número de 26,84%, enquanto o modelo estimou um número real de 29,30%, ou seja, um total de quase 2,5% de caixas vendidas fora das especificações. No final do período de estudo, o modelo estimou 76,33 caixas não-conformes que não foram detectadas, destacando a presença de um erro nas inspeções propostas para o controle de qualidade, mesmo após duas etapas realizadas pelos revisores ou inspetores de qualidade.

Os resultados evidenciam as limitações vindas da inspeção visual humana, o que também pode ser notado na grande diferença no desempenho da eficiência das inspeções ao longo das semanas, indicando que a capacidade de detecção de erros não é constante. Nos estudos de Chun (2015), o modelo bayesiano adotado fixou o parâmetro de eficiência (θ) em 0,8, sugerindo uma probabilidade estável de identificação de defeitos. No entanto, as estimativas obtidas neste trabalho para θ tiveram alta variabilidade, refletindo a diversidade operacional e humana do ambiente industrial real. Esses achados reforçam a necessidade de ajustar o parâmetro de eficiência às condições práticas de inspeção, isto é, se faz necessário treinamento dos inspetores para aumentar a probabilidade de detecção dos erros à um nível aceitável de eficiência e qualidade.

Além disso, ao se prever o número de caixas não-conformes em lotes ainda não inspecionados, o presente trabalho amplia o potencial de aplicação do modelo com uma nova ferramenta estatística para controle de qualidade e produção, permitindo planejar o número ideal de revisões necessárias e antecipar possíveis desvios de qualidade antes mesmo da inspeção. Essa abordagem contribui para a otimização dos processos produtivos, reduzindo custos associados à múltiplas inspeções e retrabalho (Yang e Cho, 2013), além de fornecer suporte quantitativo à tomada de decisão em ambientes de incerteza.

Por fim, a pesquisa destaca que a combinação de métodos estatísticos com dados operacionais reais é uma estratégia bem eficaz para aumentar a confiabilidade dos sistemas de produção e controle de qualidade. A utilização de modelos de captura com remoção ajuda a estabelecer uma cultura de tomada de decisões baseada em evidências, reforçando a conexão entre análise quantitativa e aprimoramento contínuo. Para estudos futuros, sugere-se expandir a base de dados e aplicar o modelo em diferentes setores industriais para confirmar sua versatilidade e investigar novas extensões metodológicas. Nesta direção, novos modelos estatísticos podem ser propostos para incorporar o número de itens excedentes e

faltantes por caixa no modelo e assim estimar essas quantidades dentre os itens não-conformes enviados aos clientes. Essa análise contribuirá, por exemplo, na estimação do custo de reenvio de peças faltantes, além do prejuízo pelas peças excedentes enviadas e não devolvidas. Adicionalmente, pode-se adotar métodos bayesianos hierárquicos para modelar a dependência entre dias e semanas, principalmente na análise de previsão diária.

REFERÊNCIAS

- Berrade, M. D., Scarf, P. A., Cavalcante, C. A. V., & Dwight, R. A. (2013). Imperfect inspection and replacement of a system with a defective state: a cost and reliability analysis. *Reliability Engineering & System Safety*, 120, 80-87. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2013.02.024>
- Byrd, R. H., Lu, P., Nocedal, J., & Zhu, C. (1995). A limited memory algorithm for bound constrained optimization. *SIAM Journal on scientific computing*, 16(5), 1190-1208. <https://doi.org/10.1137/0916069>
- Bonett, D. G. & Woodward, J. A. (1994). Sequential defect removal sampling. *Management Science*, 40(7), 898-902. <https://doi.org/10.1287/mnsc.40.7.898>
- Casella, G. & Berger, R. (2024). Statistical inference. *Chapman and Hall/CRC*. <https://doi.org/10.1201/9781003456285>
- Chun, Y. H. (2005). Serial inspection plan in the presence of inspection errors: maximum likelihood and maximum entropy approaches. *Quality Engineering*, 17(4), 627-632. <https://doi.org/10.1080/08982110500225463>
- Chun, Y. H. (2008). Bayesian analysis of the sequential inspection plan via the Gibbs sampler. *Operations Research*, 56(1), 235-246. <https://doi.org/10.1287/opre.1070.0501>
- Chun, Y. H. (2015). Improved method of estimating the product quality after multiple inspections. *International Journal of Production Research*, 54(19), 5686-5696. <https://doi.org/10.1080/00207543.2015.1128128>
- Chun, Y. H. (2016). Designing repetitive screening procedures with imperfect inspections: an empirical Bayes approach. *European Journal of Operational Research*, 253(3), 639-647. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.03.003>
- Chun, Y. H. (2019). Imperfect inspection with directional information: a general failure probability model. *Journal of Quality Technology*, 51(3), 300-313. <https://doi.org/10.1080/00224065.2019.1569953>
- Chun, Y. H. (2023). Economic design of multiple inspection plans via the expectation-maximization algorithm. *Journal of the Operational Research Society*, 74(3), 762-776. <https://doi.org/10.1080/01605682.2022.2053306>
- Duffuaa, S. O. & Khan, M. (2005). Impact of inspection errors on the performance measures of a general repeat inspection plan. *International Journal of Production Research*, 43(23), 4945-4967. <https://doi.org/10.1080/00207540412331325413>
- Gadrich, T. & Katriel, G. (2021). Estimating the rate of defects under imperfect sampling inspection-a new approach. *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, 35(2), 242-257. <https://doi.org/10.1017/S0269964819000391>
- Kang, Z., Catal, C., & Tekinerdogan, B. (2022). Product failure detection for production lines using a data-driven model. *Expert Systems with Applications*, 202, 117398. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.117398>
- Maisano, D. A., Ferrara, L., & Franceschini, F. (2025). Characteristic curves for multiple-inspector sampling plans with inspection errors. *Quality and Reliability Engineering International*. <https://doi.org/10.1002/qre.70058>
- Myung, I. J. (2003). Tutorial on maximum likelihood estimation. *Journal of mathematical Psychology*, 47(1), 90-100. [https://doi.org/10.1016/S0022-2496\(02\)00028-7](https://doi.org/10.1016/S0022-2496(02)00028-7)
- Nunes, P., Santos, J., & Rocha, E. (2023). Challenges in predictive Maintenance-A review. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, 40, 53-67. <https://doi.org/10.1016/j.cirpj.2022.11.004>
- Pakkala, D., Kääriäinen, J., & Mätäsniemi, T. (2024). Improving efficiency and quality of operational industrial production assets information management in customer-vendor interaction. *Journal of Industrial Information*

Integration, 41, 100644
<https://doi.org/10.1016/j.jii.2024.100644>

Powell, D., Magnanini, M. C., Colledani, M., & Myklebust, O. (2022). Advancing zero defect manufacturing: A state-of-the-art perspective and future research directions. *Computers in Industry*, 136, 103596.
<https://doi.org/10.1016/j.compind.2021.103596>

R Core Team. (2021). R: a language and environment for statistical computing. *R foundation for statistical computing*, Vienna, Austria.

Sabry, A. H. & Amirulddin, U. A. B. U. (2024). A review on fault detection and diagnosis of industrial robots and multi-axis machines. *Results in Engineering*, 23, 102397.
<https://doi.org/10.1016/j.rineng.2024.102397>

Shahmoradi, Z. & Ünlüyurt, T. (2018). Failure detection for series systems when tests are unreliable. *Computers & Industrial Engineering*, 118, 309-318.
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.02.033>

Wang, J., Ma, X., Yang, L., Qiu, Q., Shang, L., & Wang, J. (2024). A hybrid inspection-replacement policy for multi-stage degradation considering imperfect inspection with variable probabilities. *Reliability Engineering & System Safety*, 241, 109629.
<https://doi.org/10.1016/j.ress.2023.109629>

Wei, W., Li, H., & Leus, R. (2017). Test sequencing for sequential system diagnosis with precedence constraints and imperfect tests. *Decision Support Systems*, 103, 104-116.
<https://doi.org/10.1016/j.dss.2017.09.009>

White, G. C. (1982). Capture-recapture and removal methods for sampling closed populations. *Los Alamos National Laboratory*. Recuperado de
<https://doi.org/10.2307/2347719>

Yang, M. H. & Cho, J. H. (2013). Minimisation of inspection and rework cost in a BLU factory considering imperfect inspection. *International Journal of Production Research*, 52(2), 384-396.
<https://doi.org/10.1080/00207543.2013.828171>