

DOI: [10.47456/rbsmg304](https://doi.org/10.47456/rbsmg304)

## Investigação de Prismas e Pirâmides por Estudantes do Ensino Médio com o GeoGebra no Celular

Investigation of Prism and Pyramids by High School Students with Geogebra on the Cell Phone

Leandro Pacheco Machado  
Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria

**Resumo:** Este artigo objetiva discutir como a integração do GeoGebra no celular, aliado à Realidade Aumentada, pode contribuir para a aprendizagem de prismas e pirâmides no Ensino Médio. O trabalho é teoricamente embasado no conceito de coletivos Seres-Humanos-com-Mídias, na busca de entender a produção de conhecimento em ambientes educacionais que utilizam tecnologias. A metodologia de pesquisa qualitativa foi escolhida pois foca na coleta de dados de maneira pessoal e interpretativa, e o público alvo foram os alunos do terceiro ano do Ensino Médio da Escola Estadual Alice Loureiro, localizada em Viçosa – MG. Para coletar os dados da pesquisa, utilizamos gravações de áudio e vídeo, fotografias, folhas das atividades respondidas pelos alunos e registros do pesquisador em um caderno de campo. As conclusões da pesquisa indicam que o GeoGebra 3D com Realidade Aumentada proporciona discussões matemáticas aprofundadas sobre a construção de formas geométricas tridimensionais, despertando a curiosidade dos alunos, em uma dinâmica interativa e colaborativa alinhada com o coletivo Seres-Humanos-com-Mídias.

**Palavras-chave:** Geometria Tridimensional; Realidade Aumentada; GeoGebra; Educação Matemática; Tecnologias Digitais.

**Abstract:** This article aims to discuss how the integration of GeoGebra on cell phones, combined with Augmented Reality, can contribute to the learning of prisms and pyramids in high school. The work is theoretically based on the concept of Human-With-Media collectives, seeking to understand the production of knowledge in educational environments that use technologies. The qualitative research methodology was chosen because it focuses on collecting data in a personal and interpretative way, and the target audience was third-year high school students at Escola Estadual Alice Loureiro, located in Viçosa – MG. To collect research data, we used audio and video recordings, photographs, activity sheets completed by students, and the researcher's notes in a field notebook. The research conclusions indicate that GeoGebra 3D with Augmented Reality provides in-depth mathematics on the construction of three-dimensional geometric shapes, awakening students' curiosity, in an interactive and collaborative dynamic aligned with the Human-With-Media collective.

**Key-words:** Three-Dimensional Geometry; Augmented Reality; GeoGebra; Mathematics Education; Digital Technologies.

### Introdução

A educação contemporânea está imersa em um cenário de transformações profundas, impulsionadas pela constante evolução das Tecnologias Digitais (TD) e sua crescente integração no contexto

educacional. Ao refletir sobre o impacto das TD na sociedade atual, tornou-se evidente que o percurso da Matemática Escolar não deveria ser marcado por muitos obstáculos, mas sim por um caminho de aprendizagens com descobertas e explorações.

No contexto escolar, uma alternativa para uso das tecnologias nas aulas de Matemática é o GeoGebra. Trata-se de um software dinâmico de Matemática, que oferece uma plataforma versátil que permite a exploração visual e interativa de conceitos matemáticos complexos, incluindo prismas e pirâmides. Sua versão para celulares inteligentes, combinada com a Realidade Aumentada (RA), promete uma experiência de aprendizagem envolvente que transcende a abordagem tradicional.

Nesse sentido, este artigo objetiva discutir as contribuições da integração do GeoGebra no celular, aliado à Realidade Aumentada para a aprendizagem de prismas e pirâmides no Ensino Médio. O estudo aqui apresentado é fruto de uma monografia de conclusão do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Viçosa, e está estruturado de forma a abordar a integração das TD, incluindo celulares inteligentes, GeoGebra e RA, na aprendizagem de Matemática, com foco em prismas e pirâmides (Machado, 2024).

### **Tecnologias Digitais, Celular, GeoGebra e Realidade Aumentada no Ensino de Matemática**

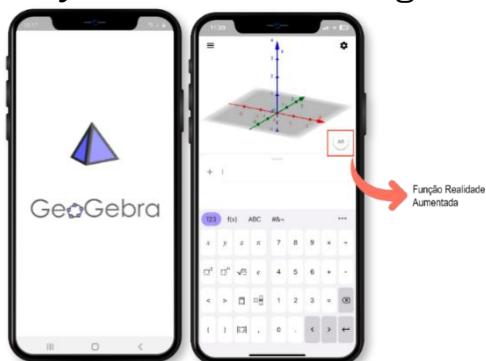
A influência das TD na aprendizagem de Matemática é inegável. Conforme destacado por Conceição *et al.* (2019), as tecnologias permitem a exploração visual e dinâmica de conceitos matemáticos complexos, tornando o aprendizado mais significativo e acessível, podendo simplificar e enriquecer a compreensão de conceitos matemáticos. Nesse contexto, a utilização do GeoGebra surge como uma ferramenta para a aprendizagem matemática.

O GeoGebra é um software de Matemática dinâmica, destinado ao ensino e aprendizagem da Matemática nos diferentes níveis de ensino. O programa permite construções geométricas utilizando pontos, retas, segmentos de reta, polígonos, círculos, dentre outros objetos matemáticos, além de oferecer comandos para se encontrar

raízes e pontos extremos de uma função e apresentar dados em tabela e gráficos em um único ambiente (Pereira, 2017).

O Software educacional apresenta uma versão 3D, chamada *Calculadora gráfica GeoGebra 3D*, que pode ser facilmente acessada por meio de celulares inteligentes. Conforme apresentado na Figura 1, a interface da Calculadora Gráfica GeoGebra 3D oferece botões intuitivos e recursos de manipulação 3D que favorecem a exploração dos sólidos. Essa versão simplifica a exploração de conceitos matemáticos tridimensionais. A interface intuitiva do GeoGebra 3D capacita os alunos não apenas a visualizar, mas também a interagir de maneira prática e envolvente com prismas e pirâmides.

**Figura 1:** Logo e layout da Calculadora gráfica GeoGebra 3D.



Fonte: Autores.

Além disso, a integração da RA com o GeoGebra 3D amplia ainda mais as possibilidades educacionais. A RA é definida como:

Um sistema que suplementa o mundo real com objetos virtuais gerados por computador, parecendo coexistir no mesmo espaço e apresentando as seguintes propriedades: combina objetos reais e virtuais no ambiente real; executa interativamente em tempo real; alinha objetos reais e virtuais entre si. (Tori; Hounsell, 2018, p. 40).

Ao integrar-se ao GeoGebra 3D, a Realidade Aumentada traz uma nova dimensão à visualização de sólidos geométricos. Segundo Tori e Hounsell (2018, p. 65), “a RA ocorre quando objetos virtuais são colocados no mundo real”, trazendo elementos virtuais para o ambiente físico do usuário, criando uma experiência de aprendizagem imersiva. A RA no GeoGebra permite que os alunos visualizem e

manipulem sólidos geométricos diretamente em seu espaço real, tornando a aprendizagem mais natural.

Esses avanços tecnológicos estão alinhados com as mudanças fundamentais no ensino, conforme destacado por Cordeiro (2020). O ensino não é mais restrito às paredes da sala de aula, e as TD oferecem novas oportunidades de aprendizado. Os educadores devem explorar esses recursos, buscando novos conhecimentos como o GeoGebra 3D com RA, para enriquecer a experiência educacional de seus alunos. Além disso, a proposta está em consonância com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que destaca a importância do desenvolvimento do pensamento geométrico e da capacidade de modelar, interpretar e representar fenômenos espaciais (BNCC, 2018).

Portanto, o estudo realizado explora a combinação do GeoGebra 3D e da RA para investigar prismas e pirâmides com alunos do Ensino Médio. Por meio de investigações matemáticas, discutimos o impacto dessas tecnologias na aprendizagem, levando em consideração a percepção dos alunos, seus níveis de engajamento e compreensão de conceitos geométricos tridimensionais. Para isso, foram realizadas atividades com uso de celulares em sala de aula, nas quais os alunos manipularam modelos 3D de prismas e pirâmides com RA, sendo posteriormente entrevistados sobre suas percepções e aprendizagens.

### **Coletivo Seres-Humanos-com-Mídias**

A interação entre seres humanos e TD na produção de conhecimento matemático é um fenômeno complexo e multifacetado. Borba e Villarreal (2005) propõem a discussão do construto teórico Seres-Humanos-com-Mídias. Desde meados da década de 1990, esse construto teórico se destacou, do ponto de vista epistemológico, o papel ativo tanto da mídia quanto dos humanos na produção de conhecimento. Do ponto de vista ontológico, esse construto enfatiza como a tecnologia disponível influencia a compreensão do que é ser humano (Borba *et al.*, 2023).

Borba e Villarreal (2005) destacam que a colaboração entre alunos e TD, como celulares inteligentes e softwares educacionais, promove a construção coletiva do conhecimento matemático. Eles

argumentam que as mídias digitais não são ferramentas passivas, mas meios para a expressão criativa e a resolução conjunta de problemas matemáticos. A exploração de prismas e pirâmides com o GeoGebra no celular reflete essa abordagem, incentivando a colaboração entre alunos e a produção de conhecimento matemático por meio da interação com a tecnologia.

Borba e Penteado (2010, p.48), refletindo sobre o coletivo apresentado, afirmam que o “[...] conhecimento só é produzido com uma determinada mídia, ou com uma tecnologia da inteligência”. Essa afirmação, polêmica e imponente, discute que as pessoas precisam interagir com um artefato ou uma tecnologia, digital ou não, para produzir conhecimento em uma moldagem recíproca. Nesse sentido, os autores embasam suas afirmações na noção de que o conhecimento é produzido por um coletivo formado por Seres-Humanos-com-Mídias.

[...] Em nossa perspectiva, os computadores não substituem ou apenas complementam os seres humanos [...]. Entendemos que não há apenas uma justaposição de técnica e seres humanos, como se a primeira apenas se juntasse aos últimos. Há uma interação entre humanos e não humanos de forma que aquilo que é um problema com uma determinada tecnologia passa a ser uma mera questão na presença de outra. (Borba; Penteado, 2010, p.49).

A premissa fundamental dessa teoria é que a produção de conhecimento se dá em um contexto no qual seres humanos estão constantemente engajados em interações dinâmicas com diversas mídias. Ao adotar essa perspectiva, Borba e Penteado (2010) argumentam que a compreensão do conhecimento deve levar em consideração a interação entre seres humanos e mídias, reconhecendo que as tecnologias não são neutras e têm o potencial de reorganizar o pensamento e influenciar a forma como os problemas são formulados e resolvidos. Essa visão integrada destaca a importância de examinar como as diferentes mídias afetam o coletivo Seres-Humanos-com-Mídias em um determinado contexto educacional. Além disso, a teoria se alinha com a ideia de que mídias não se excluem mutuamente, mas coexistem e se complementam (Borba; Villarreal, 2005). Assim, ao utilizar o GeoGebra 3D com Realidade Aumentada em dispositivos

móveis, os estudantes do Ensino Médio tornam-se parte de um coletivo Seres-Humanos-com-Mídias, no qual a construção do conhecimento geométrico é mediada pela tecnologia e pelo diálogo entre os sujeitos, em um processo dinâmico e colaborativo.

### **Prismas e Pirâmides: Conceitos e Estruturas no Ensino Médio**

A geometria desempenha um papel fundamental na formação educacional dos estudantes da Educação Básica, sendo uma ramificação da Matemática que vai além dos cálculos. Ela pode proporcionar aos alunos uma compreensão visual e prática dos conceitos matemáticos, promovendo o desenvolvimento do pensamento lógico e da capacidade de resolver problemas.

No Ensino Médio, o foco na geometria espacial é crucial para a formação acadêmica do aluno. Sendo assim, a geometria espacial pode ser entendida como o campo matemático que estuda as propriedades, relações e medidas dos objetos tridimensionais no espaço. Ela se concentra na análise e compreensão das formas geométricas que ocupam o espaço tridimensional, indo além das figuras bidimensionais abordadas na geometria euclidiana plana (Dolce; Pompeo, 2013). De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), espera-se que os estudantes do Ensino Médio desenvolvam a capacidade de representar, descrever e analisar propriedades e relações de figuras geométricas, o que inclui o uso de tecnologias digitais para explorar tais conceitos.

Ao direcionarmos nosso olhar especificamente para prismas e pirâmides, identificamos a relevância destes sólidos geométricos na construção do conhecimento tridimensional. Iezzi *et al.* (1997) atribuem ao prisma - considerando como referência um prisma pentagonal - a seguinte definição:

Consideremos um polígono (ou região poligonal) ABCDE de cinco lados num plano  $\alpha$  e um segmento de reta PQ cuja reta-suporte intercepta  $\alpha$ . Tomemos segmentos de reta paralelos e congruentes a PQ, cada um deles com uma das extremidades num dos pontos de ABCDE e todos com a outra extremidade num mesmo semi-espacô dos determinados por  $\alpha$ . A reunião de todos

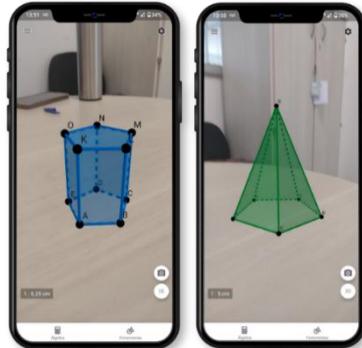
esses segmentos é um sólido chamado *prisma pentagonal*. (Iezzi et al., 1997, p. 496).

Em termos simples, um prisma é um objeto matemático tridimensional que tem duas faces paralelas e congruentes chamadas bases, conectadas por faces retangulares ou paralelogramos, conhecidas como lados. Apresentamos também a definição de pirâmide – considerando como referência uma pirâmide de base pentagonal – segundo Iezzi et al. (1997):

Consideremos um polígono (ou região poligonal) ABCDE de cinco lados num plano  $\alpha$  e um ponto V fora de  $\alpha$ . Tomemos segmentos de reta, todos com uma extremidade em V e a outra extremidade nos pontos de ABCDE. A reunião desses segmentos é um sólido chamado *pirâmide pentagonal*. (Iezzi et al., 1997, p. 506).

Em outras palavras, pirâmides são sólidos geométricos com uma base e faces laterais que convergem para um ponto chamado vértice. A base pode ser qualquer polígono e as faces são triângulos que têm um vértice comum no topo da pirâmide. As definições e entendimentos descritos fornecem uma base intuitiva para compreender e distinguir esses sólidos geométricos (Figura 2).

**Figura 2:** Prisma e Pirâmide pentagonais no app GeoGebra com RA.



Fonte: Autores.

Nesse cenário, as TD, como o GeoGebra 3D em RA, emergem como aliadas valiosas, proporcionando aos estudantes uma abordagem prática e interativa para a compreensão dessas construções tridimensionais. Por exemplo, ao manipular prismas e pirâmides no ambiente de RA, os alunos puderam identificar arestas, faces e vértices de forma interativa, favorecendo a abstração e a

compreensão das fórmulas de volume e área lateral. A aplicação desses recursos digitais não apenas facilita a investigação matemática, mas também promove a visualização de propriedades, proporcionando uma aprendizagem significativa e contextualizada. Assim, a integração do GeoGebra 3D em RA contribui para superar os desafios identificados na transição da geometria plana para a espacial, e enriquece o processo educacional ao oferecer uma abordagem dinâmica e envolvente para o estudo de prismas e pirâmides.

## Metodologia

A pesquisa discutida neste artigo está embasada na metodologia qualitativa. Essa abordagem é caracterizada pela participação direta do pesquisador no ambiente de estudo, pela coleta de dados por meio de práticas variadas e pela interpretação desses dados para compreender os fenômenos em termos dos significados atribuídos pelas pessoas envolvidas (Denzin; Lincoln, 2006). A produção de dados foi realizada em uma turma de terceiro ano do Ensino Médio da Escola Estadual Alice Loureiro.

Para coletar os dados da pesquisa, utilizamos uma combinação de instrumentos: gravações de áudio e vídeo, fotografias, folhas das atividades respondidas pelos alunos e registros do pesquisador em um caderno de campo.

A pesquisa qualitativa permitiu uma análise detalhada e contextualizada da realização de atividades matemáticas investigativas em um ambiente educacional real, considerando as interações entre alunos e a tecnologia, bem como as particularidades do contexto escolar.

A análise dos dados coletados seguiu uma abordagem qualitativa, envolvendo a categorização e interpretação dos dados para identificar e discutir os temas emergentes. Com o intuito de tornar acessível as atividades elaboradas para professores, alunos e interessados no assunto, as disponibilizamos em um GeoGebra Book<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/ysdpax4u>. Acesso em 30 de agosto de 2024.

O GeoGebra Book produzido inclui cinco atividades interativas com sólidos geométricos, cada uma delas acompanhada de orientações didáticas e objetivos de aprendizagem, com foco na visualização, manipulação e resolução de problemas envolvendo prismas e pirâmides. A divulgação do material didático produzido tem como intuito oferecer uma alternativa de trabalhar com prismas e pirâmides, com ênfase na utilização do GeoGebra e da RA, mediada pelo celular, de forma investigativa.

Esclarecemos que a pesquisa realizada foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal de Viçosa<sup>2</sup>. O Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) foi entregue, lido e aceito por todos participantes com idade inferior a 18 anos. Do mesmo modo, o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) foi entregue e devidamente assinado pelos responsáveis pelos alunos menores de 18 anos e pelos próprios alunos com idade igual a 18 anos. Assim, foi autorizada a divulgação científica dos dados produzidos junto aos estudantes.

## Análise de dados

No contexto do ensino de Matemática, é essencial desenvolver abordagens que estimulem a compreensão conceitual dos alunos, tornando o aprendizado mais dinâmico e significativo. Por outro lado, o Ensino Regular, embasado em práticas tradicionais, muitas vezes limita-se à exposição teórica dos conceitos, negligenciando a experiência prática e a aplicação de TD (Faria; Maltempi, 2020). No entanto, defendemos a importância da integração de recursos midiáticos contemporâneos, em especial as TD, ao processo de ensino, a fim de potencializar a aprendizagem dos estudantes.

Em vista disso, foram realizadas atividades investigativas sobre prismas e pirâmides utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* em celulares inteligentes. A turma era composta por um grupo diversificado em termos de habilidades e interesses, com idades entre 17 e 18 anos. Durante as atividades, registramos no

<sup>2</sup> Pesquisa aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal de Viçosa (CAAE: 75809723.7.0000.5153).

caderno de campo que, dentre os 25 alunos presentes na sala de aula, 24 deles possuíam celulares inteligentes. Isso evidenciou a ampla presença desse dispositivo no dia a dia dos estudantes. Essa informação nos permite afirmar que o celular se apresenta como uma alternativa viável e conveniente para ensinar Matemática, indo além dos métodos tradicionais de ensino, mesmo em escolas públicas periféricas.

Pedimos que os alunos se organizassem em duplas ou trios. Solicitamos que, ao menos um aluno por dupla ou trio, baixasse o aplicativo. Dentre os 24 alunos presentes, 15 instalaram o GeoGebra. Registramos que, dentre esses aparelhos com GeoGebra instalado, 10 estavam equipados com a função de RA. Segundo Oliveira (2021, p.104), “A incompatibilidade dos aparelhos com a RA está diretamente ligada com o aparato de hardware de cada dispositivo”, de modo que aparelhos mais simples não possuem capacidade de processamento compatível com a tecnologia de realidade aumentada. O mesmo fato ocorreu e foi relatado em outras pesquisas que utilizaram a Calculadora Gráfica GeoGebra 3D com RA, situações que também foram resolvidas agrupando os alunos (Ancochea; Cárdenas, 2020; Budinski; Lavicza, 2019; Oliveira, 2021).

As atividades foram divididas em dois encontros, com duração de 1h 40min cada (2 horas/aula), nos quais buscamos investigar como a integração do GeoGebra no celular, aliado à RA, pode contribuir para a aprendizagem de prismas e pirâmides no Ensino Médio.

O primeiro encontro foi iniciado revisando alguns conceitos que seriam fundamentais para as atividades investigativas. Foi realizada uma apresentação diferenciando objetos matemáticos bidimensionais e tridimensionais, usando slides que continham figuras e definições claras. Primeiramente, foram explicadas as formas geométricas bidimensionais, que possuem apenas comprimento e largura. Foram mostrados exemplos comuns de objetos, como triângulos, quadrados e círculos, desenhados em planos cartesianos<sup>3</sup> nos slides. Em seguida, foi apresentada a definição de polígonos, explicando que são figuras

---

<sup>3</sup> Os alunos estavam estudando Geometria Analítica com a professora regular e, portanto, estavam familiarizados com algumas representações no plano cartesiano.

geométricas planas formadas por um número finito de segmentos de reta chamados de lados. A seguir, introduzimos a definição de polígono regular, destacando sua importância para a compreensão dos sólidos que os estudantes investigariam. Depois, introduzimos as formas geométricas tridimensionais, explicando que essas possuem três dimensões: comprimento, largura e altura, ocupando espaço no mundo real. Citamos exemplos de objetos tridimensionais, como cubos, esferas e cilindros, além de prismas e pirâmides que seriam o foco das nossas atividades investigativas.

Para facilitar a compreensão dos alunos, destacamos a diferença entre área e volume. Explicamos que a área mede a quantidade de superfície coberta por uma figura plana, enquanto o volume mede a quantidade de espaço ocupado por um objeto tridimensional. Essa diferenciação foi crucial para as atividades investigativas relacionadas à área total e ao volume de prismas e pirâmides. Durante a apresentação, foram utilizados objetos tridimensionais de acrílico para que os alunos pudessem observá-los e manuseá-los (Figura 3).

**Figura 3:** Prismas e Pirâmides de acrílico.



Fonte: Autores.

Essa abordagem prática ajudou a tornar os conceitos mais concretos e acessíveis, preparando os estudantes para a próxima etapa da aula, onde começariam a atividade investigativa sobre a construção de prismas utilizando o software GeoGebra 3D em celulares inteligentes.

### **Investigação dos Prismas**

Para iniciar a atividade investigativa sobre prismas regulares<sup>4</sup>, apresentamos a definição de prismas que constava nas folhas de atividades. Foi explicado que um prisma regular é um sólido geométrico que possui duas faces paralelas, com mesmas medidas, chamadas bases, conectadas por faces laterais que são retângulos. Em seguida, distribuímos prismas de acrílico para que os estudantes pudessem ter uma experiência visual e tátil, observando e manuseando esses sólidos geométricos.

Com os alunos organizados em duplas ou trios, iniciamos a construção dos prismas utilizando o aplicativo GeoGebra 3D. Primeiro, orientamos os alunos a posicionarem os eixos e o plano em duas dimensões (x e y) no aplicativo. Em seguida, eles deveriam acessar as configurações e selecionar a opção Exibir Malha, desmarcando Exibir Plano para obter uma visualização mais clara. Com a ferramenta Ponto, os alunos marcaram os pontos A e B como referências iniciais. Em seguida, utilizaram a ferramenta Polígono Regular para desenhar um polígono com número de lados genérico ( $n$ ) na Janela de Álgebra com um mínimo de 3, máximo de 6 e incremento de 1, permitindo a criação de quatro tipos de prismas regulares. Após configurar o polígono, os estudantes reposicionaram os eixos e o plano em três dimensões (x, y e z).

Usando o ícone Extrusão para Prisma, os alunos clicaram no polígono construído e inseriram a altura desejada, completando assim a construção dos prismas. Para finalizar, os estudantes utilizaram a ferramenta de RA do GeoGebra 3D para projetar os prismas construídos, proporcionando uma visualização interativa dos sólidos geométricos.

Os alunos seguiram esses passos para construir os quatro prismas, explorando diferentes valores para  $n$  e alturas (Figura 4). A divisão em grupos foi de suma importância, pois permitiu a colaboração entre os estudantes e assegurou que pelo menos um celular tivesse a tecnologia de RA para visualizar os prismas construídos. Essa abordagem prática e colaborativa facilitou o

---

<sup>4</sup> Embora os alunos tivessem acesso a prismas e, posteriormente, a pirâmides oblíquas de acrílico, o foco das atividades investigativas eram prismas e pirâmides regulares.

entendimento dos conceitos geométricos e permitiu aos alunos aplicarem a teoria de maneira interativa e dinâmica, alinhando-se à ideia de “explorar novas oportunidades de aprendizagem, bem mais centradas na atividade dos alunos, flexíveis, motivadoras e capazes de sustentar processos de autoria e autonomia” (Demo, 2011).

**Figura 4:** Alunos construindo prismas no GeoGebra e usando a RA.



Fonte: Dados da pesquisa.

Após a construção dos prismas regulares, os estudantes foram incentivados a participar da atividade investigativa dos prismas construídos. A atividade foi dividida nos seguintes itens (Quadro 1):

**Quadro 1:** Investigação dos Prismas construídos no aplicativo GeoGebra 3D.

- a) Junto ao seu grupo, identifique os elementos do prisma: Vértices, Faces e Areias.
- b) Volte a janela para 3D (sair da realidade aumentada). Aperte o play do controle deslizante n, e observe diferentes prismas formados com bases de polígonos regulares.
- c) De acordo com o número de lados do polígono regular da base, quais tipos de prismas regulares vocês conseguem identificar?
- d) Escolha um dos prismas criados e, junto ao seu grupo, investigue a área total da superfície e o volume do prisma.

Fonte: Dados da pesquisa.

Na análise das respostas dos alunos para o item a), ficou evidente que eles não encontraram dificuldades. A utilização dos prismas construídos no aplicativo GeoGebra 3D, junto com os prismas de acrílico, facilitou a observação e identificação dos elementos dos prismas. Como podemos perceber, os alunos mostraram uma compreensão sólida dos conceitos investigados ao analisar os prismas construídos (Quadro 2). Eles contaram cada um desses elementos utilizando tanto os prismas no GeoGebra 3D quanto os prismas de

acrílico, sem recorrer à relação de Euler<sup>5</sup>. Sendo assim, essa abordagem prática e visual facilitou o entendimento dos conceitos geométricos, evidenciando a eficácia dessa combinação de recursos midiáticos na aprendizagem da geometria. Como Borba e Souto (2016) afirmam,

A cultura da sociedade atual protagoniza configurações e reconfigurações de diversas perspectivas teóricas, as quais sugerem que o ator humano não deve ser visto como o único, nem o principal responsável pelo conhecimento produzido, há uma ênfase na coletividade com a coparticipação de não humanos nesse processo. [...] as mídias também são necessárias no processo de produção de conhecimento Matemático. (Borba; Souto, 2016, p. 219).

**Quadro 2:** Respostas dos alunos – Item a da atividade Investigação dos Prismas.

a) Prismas - 6 vértices Triangular 5 faces 9 arestas	Prisma - 52 vértices Intagonal 8 faces 38 arestas.
Prisma Quadrangular - 8 vértices 6 faces 12 arestas	Prisma Pentagonal - 10 vértices 7 faces 15 arestas.

Fonte: Dados da pesquisa.

No item b), os estudantes foram orientados a voltar para a janela 3D do GeoGebra e usar o Controle Deslizante para observar os diferentes prismas formados por bases de polígonos regulares. Essa etapa da atividade permitiu que os alunos visualizassem a transição e a formação de prismas em diversas bases, enriquecendo sua percepção espacial e compreensão da estrutura dos prismas.

Já no item c), foi solicitado que as duplas identificassem os tipos de prismas regulares formados de acordo com o número de lados das bases poligonais. A dupla 1, usando o Controle Deslizante para realizar os itens a) e c), demonstrou capacidade de correlacionar o número de lados das bases com a nomenclatura dos prismas (Quadro 3), reforçando a aplicação prática dos conceitos teóricos de geometria

<sup>5</sup> Relação de Euler: “Para todo poliedro convexo, ou para sua superfície, vale a relação  $V - A + F = 2$  em que  $V$  é o número de vértices,  $A$  é o número de arestas e  $F$  é o número de faces do poliedro”. (Dolce, Pompeo, 2013, p. 121).

abordados<sup>6</sup>. Porém, a dupla 2 cometeu um erro conceitual na denominação “prisma quadricular” – o correto é “prisma quadrangular”. Esse deslize pode ser uma confusão terminológica, sendo importante corrigi-lo para garantir precisão na linguagem matemática. Apesar disso, a dupla demonstrou entendimento da relação entre o número de lados do polígono da base e a nomenclatura dos prismas.

**Quadro 3:** Respostas dos alunos – Item c) da atividade Investigação dos Prismas.

Deixando o n = no 3 ↳ 6 vértices Prisma 9arestas Triangular 5 faces Deixando o n = no 4 ↳ 8 vértices Prisma 12arestas Quadrangular 6 faces	Deixando o n = no 5 ↳ 10 vértices Prisma 15arestas Pentagonal 7 faces Deixando o n = no 6 ↳ 12 vértices Prisma 18arestas Hexagonal 8 faces
c) Prisma com 3 lados = prisma triangular Prisma com 4 lados = prisma quadrangular	

Fonte: Dados da pesquisa.

Por fim, no item d) da atividade investigativa, as duplas foram desafiadas a escolher um dos prismas criados durante a exploração no GeoGebra 3D e a investigar tanto a área total da superfície quanto o volume desse prisma. Essa etapa da atividade visava não apenas consolidar o entendimento dos conceitos geométricos estudados, mas também estimular a aplicação prática dos conhecimentos construídos. A análise dessas medidas permitiu aos alunos compreender a relação entre a estrutura do prisma e suas propriedades geométricas, promovendo uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos envolvidos.

A resposta fornecida pela dupla 1 (Quadro 4) indica uma compreensão básica dos conceitos de área total da superfície e volume de um prisma quadrangular. Os estudantes reconheceram corretamente que a área total da superfície de um prisma é a soma das áreas de suas faces laterais e das bases. Além disso, descreveram

---

<sup>6</sup> O termo ‘quadragular’, utilizado pela dupla 1, pode ser um erro ortográfico. O termo correto é ‘quadrangular’.

corretamente o cálculo do volume, demonstrando compreensão da fórmula matemática.

Por outro lado, a resposta apresentada pela dupla 2 demonstra uma compreensão fundamental dos conceitos de área total e volume de um prisma triangular. Ao dividir o prisma em duas faces individuais, os alunos reconheceram as faces laterais e as bases. Ao calcular a área das faces retangulares, a dupla multiplicou corretamente a base pela altura. Em seguida, somou as áreas de todas as faces para obter a área total do prisma. Quanto ao volume, percebemos novamente o uso correto da fórmula matemática.

#### **Quadro 4:** Respostas dos alunos – Item d da atividade Investigação

<p>ii) Fizemos no prisma quadrangular para decidir a área total do prisma quadrangular basta somar sua área lateral com as áreas da base. Ou calculam a área da base base e multiplicam por 2. E contam todas multiplicam o comprimento pela largura do prisma e depois pelo altura.</p>
<p>iii) triangular a) área total: começarmos dividindo o prisma em duas faces individuais. Para as faces retangulares, calculamos a área multiplicando a base pela altura; somando as áreas de todas as faces obtemos a área total. volume: multiplicando a área da base pelo comprimento do prisma para obter o volume</p>

dos Prismas.

Fonte: Dados da pesquisa.

Embora as duplas tenham demonstrado familiaridade com as fórmulas tradicionais para calcular a área total e o volume dos prismas, entendemos que uma abordagem mais crítica teria enriquecido suas respostas. No entanto, é possível que eles tenham usado um tipo de raciocínio ao decidir como abordar o problema, mesmo que tenham optado por seguir as fórmulas convencionais. Já a dupla 2 investigou a relação entre as diferentes partes do prisma e desenvolveu suas próprias estratégias de cálculo da área total do prisma, como é possível observar no quadro anterior. Essa atitude é coerente com a visão de Braumann (2002), que afirma:

Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode

verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos. (Braumann, 2002, p. 5).

O autor enfatiza que aprender Matemática não se resume a entender o conhecimento matemático já estabelecido. Em vez disso, é crucial desenvolver a capacidade de conduzir investigações matemáticas, apropriadas ao nível de ensino de cada estudante. Esta abordagem é essencial para uma compreensão abrangente da Matemática, sua utilidade na interpretação do mundo e na capacidade de agir sobre ele. Esses resultados corroboram os objetivos desta pesquisa ao demonstrar que a integração de recursos digitais e investigativos favorece a aprendizagem de conceitos geométricos, tornando o processo mais interativo, visual e significativo para os estudantes. Assim, o verdadeiro domínio do conhecimento matemático só é alcançado com o aprimoramento da prática investigativa. O uso integrado de tecnologias digitais e materiais manipuláveis demonstrou ser uma estratégia eficaz para promover uma aprendizagem ativa, investigativa e significativa no ensino de geometria. Além de estimular o engajamento dos alunos, essas ferramentas contribuíram para a construção autônoma e colaborativa do conhecimento (Guedes, Faria, 2024).

### **Investigação das Pirâmides**

No segundo encontro, o foco foi a investigação de pirâmides. Para iniciar a aula, foi perguntado aos alunos o que vinha à mente deles quando ouviam falar de pirâmides. Muitos mencionaram as pirâmides egípcias, destacando suas impressionantes arquiteturas. No entanto, um aluno mencionou as pirâmides financeiras, o que nos proporcionou uma oportunidade para discutir brevemente esse assunto e esclarecer as similaridades e diferenças entre essas estruturas abstratas e as pirâmides geométricas.

Em seguida, foi apresentada uma definição de pirâmides que estava nas folhas de atividades. Para que os estudantes pudessem compreender essa definição formal de pirâmides, foram utilizados prismas e pirâmides de acrílico e os incentivamos a apontar as

semelhanças e diferenças entre os dois objetos tridimensionais. Através da observação e manuseio dos sólidos de acrílico, os alunos puderam notar que tanto os prismas quanto as pirâmides podem possuir uma base poligonal. No entanto, enquanto os prismas têm faces retangulares - ou paralelogramos, dependendo do prisma -, as pirâmides têm faces laterais triangulares que convergem para um único vértice. Além disso, os alunos perceberam que os prismas têm duas bases com mesmas medidas, enquanto as pirâmides têm apenas uma base. Essas comparações ajudaram a destacar as principais características distintas e comuns desses sólidos geométricos.

Após essa análise inicial, os alunos, novamente divididos em duplas, seguiram o passo a passo disponível nos slides para construírem as pirâmides no aplicativo GeoGebra 3D. Posicionaram os eixos e o plano em duas dimensões, selecionaram a opção Exibir Malha e desmarcaram Exibir Plano. Utilizaram a ferramenta Ponto para marcar os pontos A e B e, em seguida, a ferramenta Polígono Regular para desenhar um polígono com o número de lados  $n$ , configurando-o com um mínimo de 3, máximo de 6 e incremento de 1. Repositionaram os eixos e o plano em três dimensões, usaram o ícone Fazer Extrusão para Pirâmide para construir as pirâmides, e finalmente projetaram os sólidos em RA para uma visualização imersiva e interativa (Figura 5).

**Figura 5:** Alunos construindo Pirâmides no GeoGebra e usando a RA.



Fonte: Dados da pesquisa.

Depois de concluírem a construção das pirâmides regulares, os estudantes foram incentivados a participar da atividade investigativa dos objetos matemáticos que haviam criado. A investigação foi organizada nos itens descritos no quadro 5:

**Quadro 5:** Investigação das Pirâmides construídas no aplicativo GeoGebra 3D.

- e) Junto ao seu grupo, identifique os elementos da pirâmide: Vértice, Faces e Areias.
- f) Volte a janela para 3D (sair da realidade aumentada). Aperte o play do controle deslizante n, e observe diferentes pirâmides formadas com bases de polígonos regulares.
- g) De acordo com o número de lados do polígono regular da base, quais tipos de pirâmides regulares vocês conseguem identificar?
- h) Escolha uma das pirâmides criadas e, junto ao seu grupo, investigue a área total da superfície e o volume da pirâmide.

Fonte: Dados da pesquisa.

A análise das respostas dos alunos no item e) da atividade investigativa sobre pirâmides revela que eles compreenderam bem os elementos constituintes dessas formas geométricas. Ao compararem as pirâmides com os prismas utilizando objetos de acrílico, os alunos puderam visualizar as semelhanças e diferenças entre os dois sólidos. Essa atividade preliminar de comparação facilitou a identificação dos vértices, faces e arestas nas pirâmides. Além disso, o uso do GeoGebra 3D permitiu que eles manipulassem os modelos virtuais, reforçando a compreensão visual e prática dos conceitos considerados.

Uma das duplas, ao identificar e listar os vértices, faces e arestas de cada tipo de pirâmide – triangular (P3), quadrangular (P4), pentagonal (P5) e hexagonal (P6) -, mostrou as habilidades de observar e generalizar as características estruturais das pirâmides conforme a base poligonal aumenta em número de lados (Quadro 6). A precisão das respostas indica um entendimento correto das relações geométricas e confirma que o uso dos modelos no GeoGebra 3D e de acrílico foi essencial para a visualização e contagem desses elementos. Os alunos foram capazes de aplicar o conhecimento construído nas comparações entre prismas e pirâmides para realizar a tarefa de maneira eficiente. Isso reflete a ideia de Borba e Penteado (2010) de que os seres humanos, ao interagirem com novas tecnologias, não só ampliam suas formas de pensamento, mas também transformam essas tecnologias, criando um conhecimento integrado que combina pessoas e mídias.

**Quadro 6:** Respostas dos alunos – Item e da atividade Investigação das Pirâmides.

e)	P <sub>3</sub>	Vértice	4	5	6	7	8
	P <sub>4</sub>		4	6			
	P <sub>5</sub>		5	8			
	P <sub>6</sub>		6	10			
			7	12			

Fonte: Dados da pesquisa.

No item f), os estudantes foram orientados a voltar à visualização 3D no GeoGebra e observar diferentes pirâmides formadas por bases de polígonos regulares. Essa atividade proporcionou uma oportunidade valiosa para que os alunos visualizassem a transformação dinâmica das pirâmides e compreendessem melhor como a base poligonal influencia a estrutura da pirâmide. Ao manipular o Controle Deslizante, os alunos puderam ver como pirâmides com diferentes bases poligonais se formam e observar a variação por número de faces, arestas e vértices. Essa experiência interativa não apenas facilitou a identificação correta dos elementos geométricos, mas também reforçou a compreensão das propriedades geométricas das pirâmides em um ambiente tridimensional, promovendo um aprendizado mais intuitivo e visualmente estimulante.

As respostas dos alunos para o item g) revelam variações na precisão da nomenclatura das pirâmides. Conforme apresentado no Quadro 7, a dupla 1 utilizou terminologia quase correta, embora “quadricular” devesse ser corrigido para “quadrangular”. Por outro lado, a dupla 2 forneceu nomes de polígonos em vez de identificar as pirâmides formadas por esses polígonos. Essa variação indica uma compreensão geral dos tipos de bases poligonais, mas uma inconsistência na aplicação correta da nomenclatura das pirâmides, evidenciando a necessidade de reforçar a terminologia geométrica específica para evitar confusões entre os alunos.

**Quadro 7:** Respostas dos alunos – Item g da atividade Investigação das Pirâmides.

g) Prismas Triângulo, quadrado, pentágono, hexágono
G. Hexágono Triângulo pentágono Quadrilátero

Fonte: Dados da pesquisa.

No item h) os alunos foram estimulados a investigar a área total da superfície e o volume de uma pirâmide escolhida por eles. As respostas fornecidas revelam diferentes níveis de compreensão e abordagem para resolver o problema proposto. A dupla 1 mostrou dificuldades em relacionar as medidas necessárias para calcular a área e o volume da pirâmide. Eles identificaram a necessidade das dimensões da pirâmide – altura, comprimento e largura -, mas não conseguiram associar esses elementos com as expressões matemáticas apropriadas, indicando uma lacuna na compreensão das propriedades geométricas e na aplicação de fórmulas matemáticas específicas para pirâmides, como apresentado no quadro 8.

Por outro lado, a dupla 2 apresentou uma compreensão mais sólida. Eles corretamente identificaram a necessidade de calcular separadamente a área da base e as áreas das faces laterais para obter a área total da superfície da pirâmide. Além disso, demonstraram iniciativa ao pesquisar a fórmula correta para calcular o volume da pirâmide, mostrando que entenderam a aplicação da fórmula (Quadro 8). Como Demo (2011) ressalta,

Cabe ao professor orientar e avaliar, enquanto os alunos partem para a luta a seu modo. Usam o conhecimento que já possuem, dividem as tarefas entre eles, aproveitam as habilidades mais marcantes de cada um. Antes, precisam entender o problema (teorizar o problema, levantar hipóteses de trabalho, divisar saídas e becos sem saída, imaginar onde buscar soluções, etc.); depois, tentam dar conta do problema, agregando, aos poucos e sistematicamente, as partes componentes do quebra-cabeça. (Demo, 2011, p. 23).

A diferença nas respostas destaca a importância de assegurar que todos os alunos compreendam plenamente as expressões matemáticas e conceitos geométricos fundamentais. Incentivar a pesquisa e a autoaprendizagem, como fez a dupla 2, é essencial para desenvolver uma compreensão mais profunda e autônoma dos conceitos matemáticos.

**Quadro 8:** Respostas dos alunos – Item h da atividade Investigação das Pirâmides

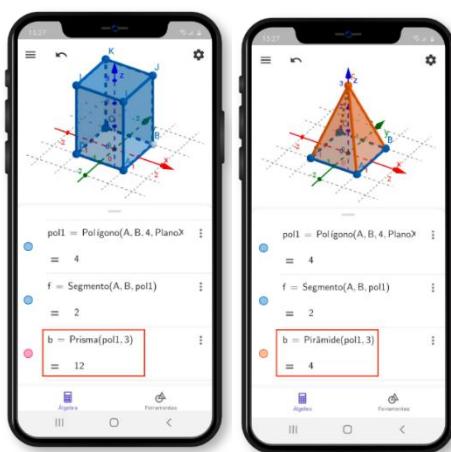
<p>g) área: para identificarmos precisamos de altura, comprimento e largura, mas não sabemos como relacionar esses medidos volume: acreditamos que usamos as mesmas medidas mas também não sabemos relacionar.</p>
<p>h) Para calcular a área total da superfície de uma pirâmide triangular precisamos calcular a área da base e a área das faces laterais e depois soma tudo. O volume já vemos que pesquisar. Para calcular basta usar a fórmula <math>V = \frac{1}{3} \cdot \text{base} \cdot \text{altura}</math> (base é a área da base da pirâmide e altura é a altura da pirâmide).</p>

Fonte: Dados da pesquisa.

Deduzir que o volume de uma pirâmide é um terço do volume de um prisma com a mesma base e altura pode ser desafiador para os alunos, pois essa relação não é intuitivamente óbvia e requer um entendimento mais profundo de geometria espacial. Porém, usando o GeoGebra 3D, os estudantes poderiam construir um prisma e uma pirâmide com a mesma base e altura e observar diretamente a diferença em seus volumes, percebendo que o volume da pirâmide é menor que o volume do prisma. Além disso, os estudantes podem observar diretamente os volumes dos objetos tridimensionais construídos calculados pelo próprio aplicativo, apresentados na Janela de Álgebra. Por exemplo, se um prisma possui um volume exibido como 12 e uma pirâmide com a mesma base e altura exibe um volume 4, os alunos podem calcular a razão entre esses volumes, que é 4/12 ou 1/3 (Figura 6). A visualização dos valores dos volumes,

juntamente com a observação das construções, ajuda os alunos a concluir que o volume da pirâmide é sempre um terço do volume do prisma correspondente (embora não tenhamos realizado uma demonstração matemática). Essa experiência prática ilustra como as mídias digitais podem transformar a aprendizagem, facilitando a compreensão de conceitos complexos. Como Borba e Souto (2016) destacam, “os seres humanos, ao interagirem com as mídias, reorganizam o pensamento de acordo com múltiplas possibilidades e restrições que elas oferecem”.

**Figura 6:** Prisma e Pirâmide de mesma base e altura.



Fonte: Autores.

Nesse contexto, coletivo Seres-Humanos-com-Mídias propõe que essa relação é de impregnação mútua, onde tanto os seres humanos quanto as mídias se moldam reciprocamente (Borba; Souto, 2016). Ao utilizarem o GeoGebra 3D com RA, não apenas os alunos reorganizaram seu pensamento geométrico, mas também a forma como a tecnologia foi empregada nas atividades investigativas foi transformada pelas interações humanas. Os alunos não utilizaram o software para realizar cálculos de volumes, mas o exploraram de maneiras que podem não ter sido inicialmente previstas pelos desenvolvedores do aplicativo. (Borba; Villarreal, 2005; Borba; Souto, 2016).

Após a atividade “Investigação das Pirâmides”, os alunos tiveram a oportunidade de revisar e consolidar o que aprenderam nos dois encontros. Eles participaram ativamente de uma roda de

conversas, respondendo a algumas perguntas que ajudaram a esclarecer suas compreensões e dificuldades sobre os prismas e as pirâmides. Perguntados sobre as semelhanças entre prismas e pirâmides, Euclides<sup>7</sup> deu a seguinte resposta:

Euclides: A base, os vértices, as faces, as arestas, [isto é], são tridimensionais. (Interpolação dos autores).

Essa observação mostra que o aluno entende a natureza tridimensional desses objetos geométricos e a presença de elementos estruturais comuns. No entanto, quando questionados sobre como encontrar a área do prisma e da pirâmide, as respostas mostraram algumas confusões. Um aluno respondeu:

Pitágoras: [A área do prisma é calculada pela multiplicação do] comprimento vezes largura vezes altura. (Interpolação dos autores).

Na verdade, o aluno se referiu ao cálculo do volume de um prisma, e não da área. Confusão semelhante ocorreu quando outro aluno afirmou que, ao calcular a área da pirâmide, é preciso multiplicar a:

Eratóstenes: [área da] base vezes altura. (Interpolação dos autores).

É evidente que, embora tenham compreendido aspectos fundamentais de prismas e pirâmides, como suas características estruturais, há uma dificuldade em aplicar corretamente as relações matemáticas para calcular áreas e volumes desses objetos. Compreender conceitos geométricos espaciais pode ser desafiador para os alunos, pois esses conceitos exigem habilidades de visualização tridimensional, que nem todos desenvolvem naturalmente. Muitos estudantes estão mais acostumados a trabalhar com figuras bidimensionais em papel, e a transição para a compreensão de formas tridimensionais pode ser difícil sem apoio visual adequado. É como afirma Carvalho (2005):

Como habitantes de um mundo tridimensional, temos grande facilidade para lidar com o mundo

<sup>7</sup> Para preservar a identidade dos alunos, seus nomes verídicos foram substituídos por nomes de matemáticos destacados no campo da Geometria, como pseudônimos.

bidimensional da Geometria Plana [...]. Quando passamos para o mundo tridimensional da Geometria Espacial passamos a enfrentar limitações de diversa ordem. (Carvalho, 2005, p. 1).

Essa situação destaca a importância de utilizar métodos de ensino que permitam uma prática mais aplicada e concreta e o uso de TD que ajudem os alunos a visualizar e manipular formas. Quando questionados se a utilização do celular e do GeoGebra 3D com RA facilitou a visualização e a realização das atividades investigativas, uma aluna respondeu:

Hipátia: Eu acho que para visualizar ficaria mais difícil [sem o uso do aplicativo]. Pelo aplicativo a gente pode ver diferentes formas, mover elas, ver altura, as faces; e pela imagem [em papel] você vai ver uma imagem plana tentando representar o que o aplicativo mostrar. (Interpolações dos autores).

A resposta positiva da aluna sugere que o uso de mídias, especialmente as TD, pode ajudar a superar obstáculos na compreensão de conceitos geométricos espaciais, proporcionando uma aprendizagem interativa e eficaz. Essas análises mostram que o uso do GeoGebra 3D com RA contribuiu significativamente para o desenvolvimento da visualização espacial dos alunos, atendendo ao objetivo da pesquisa de explorar estratégias inovadoras para o ensino de geometria espacial. Assim, constatou-se que o uso de recursos digitais interativos, como o GeoGebra 3D com RA, potencializa a aprendizagem de conceitos espaciais ao permitir uma imersão visual e manipulativa, o que seria difícil de alcançar apenas com materiais bidimensionais.

## Considerações Finais

Na pesquisa descrita neste artigo, o software *Calculadora gráfica GeoGebra 3D* com RA foi utilizado para transformar e enriquecer a aprendizagem de conceitos geométricos relacionados a prismas e pirâmides. Através desse aplicativo, os alunos puderam explorar visualmente e interativamente os elementos geométricos, promovendo uma melhor compreensão e aplicação dos conceitos teóricos. As atividades investigativas desenvolvidas mostraram que a

utilização de TD desempenhou um papel importante como meio de comunicação e interação no processo de aprendizagem.

Os alunos do Ensino Médio, que desde cedo estão familiarizados com a tecnologia, mostraram-se receptivos e motivados ao utilizar o GeoGebra 3D com RA. Nesse contexto, a tecnologia aproximou os estudantes da Matemática de maneira dinâmica, incentivando uma atitude positiva em relação ao aprendizado geométrico. As atividades realizadas demonstraram que o uso de mídias digitais pode enriquecer significativamente o processo de aprendizagem, contribuindo para a construção de conhecimentos sólidos.

A análise evidenciou que o GeoGebra 3D com RA proporciona discussões matemáticas aprofundadas sobre a construção de formas geométricas tridimensionais, despertando a curiosidade dos estudantes e promovendo a interação entre alunos e professores. Essa dinâmica interativa e colaborativa está alinhada com o coletivo Seres-Humanos-com-Mídias, ressaltando a importância do uso de TD na aprendizagem dos alunos e na construção do conhecimento.

Sendo assim, o estudo demonstrou que o uso do GeoGebra 3D com RA contribuiu significativamente para o aprendizado dos conceitos geométricos abordados ao proporcionar uma experiência interativa e visualmente rica. A capacidade de manipular os sólidos geométricos permitiu que os alunos explorassem as propriedades das figuras de maneira mais concreta e dinâmica, o que foi crucial para a construção do conhecimento geométrico.

Apesar dos resultados positivos, reconhecemos as limitações do estudo realizado, como o tempo restrito a dois encontros de duas horas/aula cada, e o número de participantes limitado a uma turma, o que sugere cautela na generalização dos resultados.

Indicamos a realização de futuras pesquisas que investiguem o impacto do uso do GeoGebra 3D com RA em outros conteúdos da Geometria Espacial, e ainda em diferentes etapas da Educação Básica, ampliando a compreensão sobre suas potencialidades pedagógicas. Recomendamos também que professores de Matemática explorem o GeoGebra 3D com RA com seus alunos em diferentes etapas do ensino

da geometria, utilizando-o como ferramenta de investigação, visualização e validação de propriedades geométricas.

## Referências

- ANCOCHEA, B.; CÁRDENAS, M. I. Exploring Real World Environments using Potential of GeoGebra AR. In: **Roseta Online Conference**, 2020, Borsdorf. Research on Outdoor STEM Education in the digiTal Age [...] Borsdorf: Münster, 11 jun. 2020, v. 6, p. 41-46. Disponível em: <https://www.wtmverlag.de/DOI-Deposit/978-3-95987-144-0/978-3-95987-144-0-05.pdf>. Acesso em: 16 mai. 2024.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
- BORBA, M. C.; SOUTO, D. L. P. Seres humanos-com-internet ou internet-com-seres humanos: Uma troca de papéis? **Revista Latinoamericana de Investigación em Matemática Educativa (Relime)**, Vol. 19. n. 2, jul. 2016, p. 216 – 242. Disponível em: [https://igce.rc.unesp.br/Home/Pesquisa58/gpimem-pesqeminformaticaoutrasmidiaseducacaomatematica/seres\\_humanos\\_com\\_internet.pdf](https://igce.rc.unesp.br/Home/Pesquisa58/gpimem-pesqeminformaticaoutrasmidiaseducacaomatematica/seres_humanos_com_internet.pdf). Acesso em: 16 mai. 2024.
- BORBA, M. C.; SOUTO, D. L. P.; CUNHA, J. F. T.; DOMINGUES, N. S. Humans-with-Media: Twenty-Five Years of a Theoretical Construct in Mathematics Education. In: Pepin, B. (org.). **Handbook of Digital Resources in Mathematics Education**, New York: Springer, 2023.
- BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. New York: Springer, 2005.
- BRASIL. MEC. **Base Nacional Comum Curricular**. 2018.
- BRAUMANN, C. **Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática**. Lisboa: SEM-SPCE, 2002. p. 5 - 24.
- BUDINSKI, N.; LAVICZA, Z. Teaching Advanced Mathematical Concepts with Origami and GeoGebra Augmented Reality. In: BRIDGES 2019 CONFERENCE, 2019, Linz. Bridges Linz 2019 [...] Linz: **Tessellations Publishing**, jul. 2019, p. 387-390. Disponível em: <https://archive.bridgesmathart.org/2019/bridges2019-387.pdf>. Acesso em: 16 mai. 2024.
- CARVALHO, P. C. P. **Introdução à geometria espacial**. 4. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2005.
- CONCEIÇÃO, T. M. G.; MARTIN, E. M.; FERREIRA, W. M.; TORISU, E. M. Coletivo pensante seres-humanos-com-geogebra-e-smartphone: demonstrando a fórmula de Bhaskara. **Polyphonia**, v. 30, n. 2, jul.-dez. 2019.

CORDEIRO, K. M. A. **O impacto da pandemia na educação:** a utilização da tecnologia como ferramenta de ensino, 2020, p. 1-15.

DEMO, P. Aprendizagens e novas tecnologias. **Roteiro**, Joaçaba, v. 36, n. 1, p. 9 - 32, jan./jun. 2011.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. **Planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens.** 2. ed. Porto Alegre: ARTMED, 2006.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de matemática elementar.** Vol.10: geometria espacial, posição e métrica – 7. ed. – São Paulo: Atual, 2013.

FARIA, R. W. S. C.; MALTEMPI, M. V. Raciocínio Proporcional na Matemática Escolar. **Revista Educação em Questão**, Natal, v. 58, n. 57, p. 1-18, e-20024, jul./set. 2020.

GUEDES, T. M. R.; FARIA, R. W. S. C. Aprendizagem Interdisciplinar por meio da construção de Padrões Fractais com Tecnologias Digitais. REMATEC, Belém, v. 19, n. 47, p. e2024022, 2024. 1980-3141.2024.n47.e2024022.id626. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/626>. Acesso em: 26 maio. 2025.

IEZZI, G; DOLCE, O; DEGENSZAJN, D. M.; PÉRIGO, R. **Matemática – Volume único.** São Paulo: Atual, 1997.

MACHADO, L. P. Investigação de Prismas e Pirâmides com o GeoGebra no Celular. **Monografia** (Licenciatura em Matemática. Universidade Federal de Viçosa, 2024.

OLIVEIRA, O. G. O uso do GeoGebra 3D com realidade aumentada no ensino de Geometria Espacial. **Dissertação.** Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2021. Disponível em: <https://tede2.uepg.br/jspui/bitstream/prefix/3581/1/Odailson%20Gon%C3%A7alves%20de%20Oliveira.pdf>. Acesso em: 16 mai. 2024.

PEREIRA, F. S. Estudo do volume de sólidos geométricos com a utilização do software GeoGebra. **Dissertação.** Programa de Pós-Graduação em Matemática. Universidade Federal do Amazonas, 2017.

TORI, R.; HOUNSELL, M. S. **Introdução à Realidade Virtual e Aumentada.** Porto Alegre: Editora SBC, 2018.

## Sobre os Autores

### Leandro Pacheco Machado

leandro.pacheco@ufv.br

Possui Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Viçosa. Atualmente é Mestrando pelo Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Estatística Aplicada e Biometria.

### Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria

rejane.faria@ufv.br

Professora Adjunta do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Viçosa (UFV) - MG. Mestre (2012) e Doutora (2016) em Educação Matemática pela UNESP - Rio Claro - SP. Licenciada em Matemática pelo Instituto Federal Fluminense - Campos dos Goytacazes - RJ (2009). Membro do "NERO - Núcleo de Especialização em Robótica – UFV" e do "GATE - Grupo de Atenção às Tecnologias na Educação - UFV".