



1º Encontro Interdisciplinar em Energia, Programa de Pós-graduação em Energia, Ufes



Estudo da dinâmica de colisão de gotas: abordagem de simulação numérica direta

Study of drop collision dynamics: direct numerical simulation approach

Cosme, V.M.¹, Deoclecio, L.H.P.³, Ribeiro, D.C.^{2,*}

¹ Aluno do Programa de Pós-Graduação em Energia, Universidade Federal do Espírito Santo – Ufes, campus São Mateus, ES, Brasil

² Professor do Programa de Pós-Graduação em Energia, Universidade Federal do Espírito Santo – Ufes, campus São Mateus, ES, Brasil

³ Professor do Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes, campus São Mateus, ES, Brasil

*Autor para correspondência, E-mail: daniel.ribeiro@ufes.br

Resumo: O fenômeno de colisão entre gotas é encontrado tanto no ambiente natural quanto na produção industrial. Na área da energia, é possível citar a presença deste fenômeno em processos de separação óleo-água, injeção de combustíveis e sistemas de pós-tratamento de gases oriundos da combustão. A colisão tem sido estudada extensivamente ao longo de várias décadas, mas grande parte da dinâmica de colisão entre gotas ainda precisa ser explorada. Questões como o impacto do tempo de drenagem do filme nas simulações e a validação por meio de dados experimentais, após análise adimensional, podem contribuir para os estudos ocupando um espaço até então pouco explorado. Nesse sentido, o objetivo desse trabalho foi investigar, por meio de simulações numéricas diretas, a dinâmica de colisão frontal entre gotas utilizando o parâmetro tempo de drenagem do filme e grupos adimensionais como o número de Weber, número de Reynolds, razão de massa específica e razão de viscosidade sobre os tempos de colisão e de recuperação. Para isso, foram adimensionalizadas as equações de conservação da massa e de quantidade de movimento; definidos um domínio bidimensional e uma malha adaptativa em função do diâmetro inicial da gota; desenvolvido o código para o *solver* de código aberto Basilisk® que foi a plataforma de solução numérica das equações de conservação. Os resultados evidenciaram que o tempo de colisão é impactado diretamente pelo tempo de drenagem do filme, diferentemente do tempo de recuperação que não apresentou alterações mesmo para tempos de drenagem diferentes. Os valores para o tempo de drenagem adimensional iguais a 0,35, para a condição de coalescência, e 0,60 para a condição de rebote permitiram similaridade com dados experimentais atestando a validade do modelo.

Palavras-chave: colisão binária; gotas; parâmetros adimensionais; simulação numérica direta; tempo de drenagem do filme.

Abstract: The phenomenon of droplet collision is found both in natural environments and in industrial production. In the energy sector, this phenomenon appears in oil–water separation processes, fuel injection, and post-combustion gas treatment systems. Collisions have been studied extensively over several decades, but much of the droplet-collision dynamics still needs to be explored. Issues such as the impact of the film drainage time on simulations and validation through experimental data, following dimensional analysis, can contribute to studies by occupying a space that has been little explored until now. In this context, the objective of this work was to investigate, by means of direct numerical simulations, the frontal collision dynamics between droplets using the film drainage time parameter and dimensionless groups such as the Weber number, Reynolds number, density ratio, viscosity ratio on the collision and recovery times. For this purpose, the conservation equations for mass and momentum were non-dimensionalized; a two-dimensional domain and an adaptive mesh were defined as a function of the

initial droplet diameter; and the code was developed for the open-source solver Basilisk[®], which served as the numerical solution platform for the conservation equations. The results showed that the collision time is directly impacted by the film-drainage time, unlike the recovery time, which did not change even for different drainage times. Dimensionless drainage-time values of 0.35 for the coalescence condition and 0.60 for the bouncing condition produced agreement with the experimental data, confirming the validity of the model.

Keywords: binary collision; dimensionless parameters; direct numerical simulation; drops; film drainage time.

1 Introdução

A colisão binária de gotas é um fenômeno encontrado amplamente no meio ambiente ou na produção industrial, como na formação de chuva e neblina, produtos biofarmacêuticos, pulverização de revestimentos, de inseticidas, dentre outros. Na área da energia pode-se citar os processos de separação óleo-água, injeção de combustíveis em motores de combustão interna e sistemas de pós-tratamento de gases oriundos da combustão (An et al., 2021; Huang et al., 2022; Samuelsson e Holmberg, 2013; Yuan et al., 2020). A colisão binária de gotas é atribuída a um processo em que duas gotas com diâmetros iguais ou diferentes se aproximam uma da outra sob uma velocidade relativa e dessa forma, a fase contínua entre as gotas é drenada. Os resultados dessas colisões podem ser categorizados em quatro tipos diferentes: rebote, coalescência, quebra ou separação e fragmentação. O rebote ocorre quando a velocidade relativa das duas gotas não é suficientemente alta para superar a resistência filme entre as superfícies de impacto. Nesse caso há uma fase de recuperação do formato que provoca um movimento de afastamento das gotas. A coalescência ocorre quando as duas gotas entram em contato e se fundem permanentemente em uma única gota. Conforme reportado Wang et al. (2020) e por Yuan et al. (2020), uma vez determinado que duas gotas coalescem após a colisão, um tempo de coalescência pode ser obtido. Esse tempo pode ser definido como a soma de um tempo de colisão (gotas colidem e comprimem a fase contínua entre elas) com um tempo de recuperação do formato quase esférico da gota coalescida. A quebra é uma coalescência temporária seguida pelo rompimento gerando duas ou mais gotas. A fragmentação ocorre sob condições de alta velocidade quando gotas muito menores que as originais são formadas após o impacto (Chen e Yang, 2020; Yuan et al., 2020).

O processo de colisão de gotas envolve diversos fatores, o que dificulta uma descrição teórica por meios analíticos. Normalmente, as observações experimentais forneceram informações sobre as regularidades desse fenômeno. Em comparação com os estudos experimentais, a simulação da colisão de gotas apresenta alguns benefícios, como a visualização intuitiva das evoluções temporais e espaciais das superfícies das gotas ou com a mudança dos parâmetros físicos dos fluidos ou dos parâmetros de colisão (Chang et al., 2022). A maioria dos estudos existentes utilizou suposições ou aproximações com incertezas ou limitações consideráveis, devido à grande variação nas escalas de comprimento ao longo de todo o processo de colisão. Uma estrutura unificada baseada em simulação numérica direta é desejada para tratar a física multiescala da colisão de gotas com incertezas mínimas (Chen e Yang, 2020).

Alguns artigos publicados nos últimos anos sobre simulação numérica da colisão de gotas são encontrados na literatura. Yuan et al. (2020) estudaram a evolução da colisão de gotas em meio líquido através do método de dinâmica de fluidos computacional empregando o método *Volume of Fluid* VOF. Esse método também foi utilizado por Wang et al. (2020) para simular a coalescência de gotas de água em óleo verificando a influência das variáveis diâmetro e parâmetro de colisão no tempo de coalescência. Chang et al. (2022), por outro lado, propuseram um modelo de colisão binária de gotas imiscíveis no ar analisando os efeitos da velocidade e das viscosidades na dinâmica de colisão. Enquanto que Chen e Yang (2020) simularam a colisão entre duas gotas em vários números de Weber (We) e parâmetros de colisão considerando os resultados obtidos da colisão como a coalescência, a separação e o rebote. Os trabalhos de Cong et al. (2020) e Goyal et al. (2020) analisaram a colisão binária envolvendo gotas de tamanhos diferentes em uma faixa mais elevada de valores dos números de Weber e parâmetro de colisão. O modelo de Goyal et al. (2020) adotou ainda os regimes de colisão, coalescência permanente e separação. Chen et al. (2025) estudaram a influência de parâmetros como o diâmetro e a velocidade relativa em colisões binárias, com gotas de baixa viscosidade, nas condições de coalescência e separação usando o método VOF.

Nesse sentido, o objetivo desse trabalho foi investigar, por meio de simulações numéricas diretas, a dinâmica de colisão frontal entre gotas utilizando o parâmetro tempo de drenagem do filme e grupos adimensionais como o número de Weber, número de Reynolds, razão de massa específica e razão de

viscosidade sobre os tempos de colisão e de recuperação. Os resultados das simulações foram comparados, para fins de validação, com os dados experimentais de Pan et al. (2008).

2 Metodologia

2.1 Formulação matemática

As equações da conservação da massa e da quantidade de movimento, encontradas no método VOF, foram usadas na formulação matemática. A equação da conservação da massa pode ser expressa pela Eq. 1

$$\nabla \rho V + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

sendo ρ a massa específica; V o vetor velocidade; t o tempo.

Para modelos de um fluido, a equação da quantidade de movimento, compartilhada pelas duas fases juntas, pode ser representada pela Eq. 2

$$\rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \nabla V \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 V + \rho g + \sigma \kappa n \delta_s, \quad (2)$$

sendo p a pressão; μ a viscosidade; g a aceleração da gravidade; σ o coeficiente da tensão superficial; κ a curvatura média da interface; n o vetor unitário normal à interface; δ_s a função delta de Dirac que é atribuído o valor zero em todos os lugares exceto na interface.

Algumas hipóteses foram consideradas para a formulação matemática. A primeira, a temperatura foi considerada constante durante o processo de colisão. A segunda, a fase contínua esteve estagnada no início e as velocidades das gotas foram relativamente baixas resultando em números de $Re < 10$, logo, o escoamento se enquadrou no regime laminar. A terceira, devido às duas condições anteriores, a equação da energia não foi considerada. Portanto, apenas as equações da conservação da massa e da quantidade de movimento foram utilizadas. Além disso, a fim de simplificar o processo de adimensionalização, a equação da conservação da quantidade de movimento está na forma unidimensional e a aceleração da gravidade foi desprezada. A equação da conservação da massa adimensionalizada pode ser descrita pela Eq. 3

$$\frac{\partial \rho^* u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial \rho^*}{\partial t^*} = 0, \quad (3)$$

sendo ρ^* a massa específica adimensionalizada em função massa específica da fase contínua; u^* a velocidade adimensionalizada em função da velocidade inicial das gotas; x^* a coordenada cartesiana de direção adimensionalizada em função do diâmetro inicial das gotas; t^* o tempo adimensionalizado em função da velocidade e do diâmetro iniciais das gotas. A equação da quantidade de movimento pode ser descrita pela Eq. 4

$$\rho^* \left(\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right) = \frac{-\partial p^*}{\partial x^*} + \left(\frac{1}{Re} \right) \mu^* \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \left(\frac{1}{We} \right) \kappa^* n \delta_s, \quad (4)$$

sendo p^* a pressão adimensionalizada em função massa específica da fase contínua e da velocidade inicial das gotas; μ^* a viscosidade adimensionalizada em função da viscosidade da fase contínua; κ^* a curvatura adimensionalizada em função do diâmetro inicial das gotas. Os números de Re e We são representados pelas Eqs. 5, 6

$$Re = \frac{\rho_C v_0 D}{\mu_C}, \quad (5)$$

$$We = \frac{\rho_C (2v_0)^2 D}{\sigma}, \quad (6)$$

sendo ρ_C a massa específica da fase contínua; v_0 a velocidade inicial das gotas; D o diâmetro inicial das gotas; μ_C a viscosidade da fase contínua.

2.2 Abordagem numérica

Nesta seção, o método do processo de colisão entre duas gotas em um fluido estagnado será descrito. Uma simulação bidimensional foi escolhida devido às suas vantagens, como o baixo custo computacional e resultados próximos do modelo tridimensional. Por se tratar de uma simulação em duas dimensões, as gotas referem-se às suas respectivas projeções. As interfaces foram representadas e advectadas com o modelo VOF, sendo o método Função Altura (HF) utilizado para determinar a posição, orientação e curvatura da interface, dado que o programa Basilisk[®] foi empregado para a realização das simulações. Os valores dos números adimensionais foram estabelecidos em 2,32 e 7,19 para Re e $3,64 \times 10^{-3}$ e $2,20 \times 10^{-2}$ para We . Além disso, os valores de Re estavam compreendidos na faixa adotada para escoamentos laminares. Para os valores adimensionais da razão de massa específica e da razão de viscosidade, foram escolhidos $1,62 \times 10^{-3}$ e $7,41 \times 10^{-3}$, respectivamente. Inicialmente, as simulações foram conduzidas sem a inserção do parâmetro tempo de prenagem do filme. Posteriormente, esse parâmetro foi adimensionalizado, inserido e determinada uma faixa de 0,30 a 1,65, com variação de 0,05, para a obtenção de um modelo que recriasse as condições experimentais do trabalho de Pan et al. (2008) de coalescência e rebote. As condições de contorno que determinam os limites externos da fase contínua foram definidas como abertas, com o gradiente de velocidade igual a zero e a pressão igual a zero.

2.2.1 Domínio computacional

O modelo de domínio computacional que foi usado é mostrado na Figura 1, em que há a recriação do instante inicial de uma colisão binária de duas gotas com velocidade inicial v_0 . Após testes de diferentes tamanhos de domínio, os resultados se mostraram pouco significativos quando o tamanho do domínio for maior que cinco vezes o diâmetro da gota para a colisão entre gotas iguais e considerando o fator como a redução do tempo de cálculo, esse foi o tamanho adotado. A distância inicial entre as gotas, $D/3$, foi baseada no modelo experimental de Pan et al. (2008) e nesse caso, igual a um terço do diâmetro inicial das gotas.

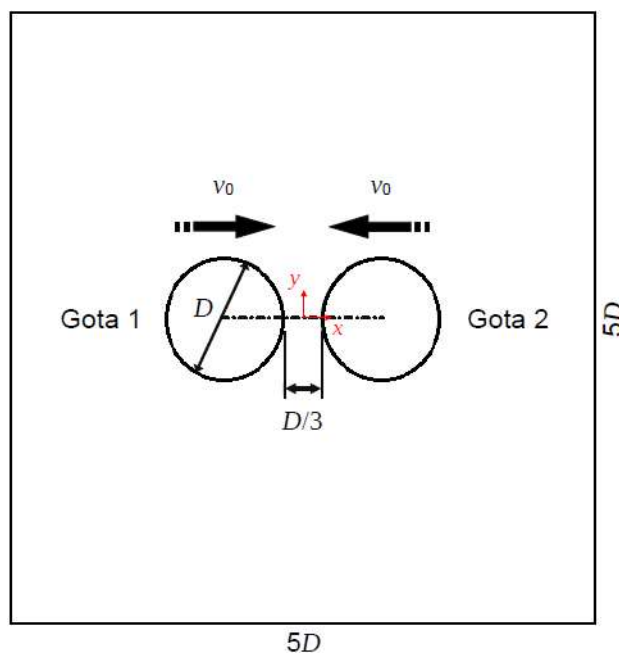


Figura 1. Modelo do domínio computacional.

2.2.2 Malha adotada

O diagrama da estrutura da malha é exibido na Figura 2, em que para a obtenção da malha adotada, testes foram conduzidos para garantir que os resultados não fossem influenciados pelo tamanho da malha. O uso de uma malha adaptativa permitiu um menor tempo de simulação e os tamanhos dos elementos de malha escolhidos, após os testes, foram $5D/2^4$ para a região de menor refino e $5D/2^9$ para a região de maior refino.

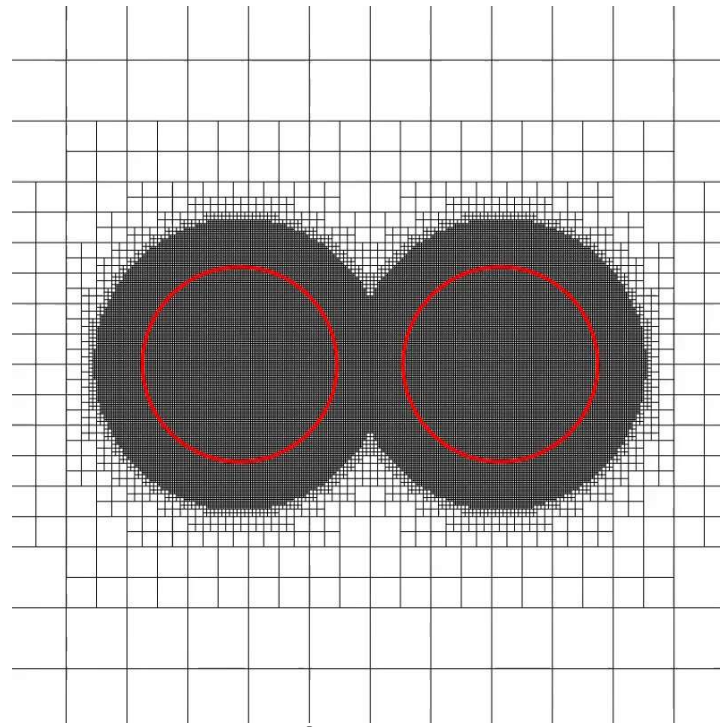


Figura 2. Malha adaptativa gerada pelo programa Basilisk®. Destaque para a interface em vermelho e o maior refino da malha nessa região.

2.2.3 Variáveis dependentes e independentes

O procedimento para a variação dos parâmetros de simulação foi por meio da determinação de quais tipos de variáveis que poderão ser dependentes ou independentes a fim de priorizar as mais significativas. Desse modo, os parâmetros de entrada, constituídos pelos números de Re , We , pela razão de massa específica dos fluidos, pela razão de suas viscosidades e pelo tempo de drenagem, representaram as variáveis independentes, enquanto que os parâmetros de saída, constituídos pelo tempo de colisão, tempo de recuperação, e pela transição coalescência/rebote as variáveis dependentes.

A faixa limite para a ocorrência da coalescência/rebote foi inserida na Tabela 1 em que ρ_c/ρ_d e μ_c/μ_d representam as razões da fase contínua sobre a fase dispersa (gotas) da massa específica e da viscosidade, respectivamente. Os valores da faixa foram os mesmos para ambas condições estando então, relacionado ao mesmo número de We , apesar de diferentes números de Re . Desses resultados, foram extraídos dois tempos de drenagem para reproduzir o experimento através das simulações: para a coalescência o valor encontrado foi de $t^* = 0,35$ e para a condição de rebote $t^* = 0,60$.

Tabela 1. Variação do tempo de drenagem em função dos parâmetros adimensionais.

We	Re	ρ_c/ρ_d	μ_c/μ_d	Tempo de Drenagem [-]	
				Intervalo Simulado	Faixa Limite: Coalescência/Rebote
$3,64 \times 10^{-3}$	2,32	$1,62 \times 10^{-3}$	$7,41 \times 10^{-3}$	0,30 ... 1,65	0,55 ... 0,60
$3,68 \times 10^{-3}$	2,95				0,55 ... 0,60

3 Resultados e discussões

Esta seção tem como objetivo apresentar e discutir os resultados obtidos a partir da simulação numérica da colisão entre gotas. Os resultados foram comparados com os dados experimentais de Pan, et al. (2008), seguidos por uma análise dos fenômenos de coalescência e rebote. A análise qualitativa foi estabelecida através de uma inspeção visual dos registros de colisão composto por uma galeria de imagens do comportamento da colisão de gotas na simulação numérica e das as fotografias dos experimentos dos autores citados. Diante disso, foi determinada uma faixa variando os tempos de drenagem para encontrar o valor mais adequado a reproduzir o experimento e também o intervalo limite para a transição coalescência/rebote e vice-versa.

Os resultados das simulações, para a condição de coalescência, podem ser vistos nas Figuras 3 e 4 da Subseção 3.1. Conforme observado na Figura 3, a região destacada em vermelho apresenta a deformação das gotas antes da coalescência (vista no experimento de Pan et al. (2008)) o que não pôde ser observado na simulação. É possível observar diferenças temporais dos registros devido, principalmente, à pouca deformação das gotas enquanto ocorre a drenagem do filme. Essa deformação é percebida no experimento a partir do instante $t^* = 0,176$ até $t^* = 0,541$. Na simulação, a partir de $t^* = 0,228$, ocorre o início da fusão das gotas o que é percebido no registro do experimento somente a partir de $t^* = 0,562$. Usando o modelo de cálculo definido por Yuan et al. (2020) e Wang et al. (2020), foi possível obter os valores para o tempo de colisão igual a 0,228 e para o tempo de recuperação da forma igual a 1,202 para a simulação. Para o experimento esses valores foram 0,562 e 1,373 respectivamente. Assim, houve uma diferença significativa para o tempo de colisão, o que demonstrou a necessidade do tempo de drenagem do filme e, dessa forma, ser possível representar a deformação ocorrida nos registros do experimento a partir do instante $t^* = 0,176$ até $t^* = 0,541$. Nesse caso, o resultado da simulação para a recuperação da forma se mostrou adequado ao modelo experimental. O resultado obtido após a inserção do parâmetro tempo de drenagem do filme, com valor igual a 0,35, é apresentado na Figura 6. É possível observar uma boa aderência dos registros da simulação com o experimento. A deformação das gotas durante a drenagem do filme foi percebida no experimento a partir do instante $t^* = 0,176$ até $t^* = 0,541$, sendo que na simulação foi a partir de $t^* = 0,176$ até $t^* = 0,466$. O início da fusão das gotas no registro do experimento ocorre a partir de $t^* = 0,562$ enquanto na simulação a partir de $t^* = 0,542$. Usando o modelo de cálculo definido por Yuan et al. (2020) e Wang et al. (2020), foi possível obter os valores para o tempo de colisão igual a 0,542 e para o tempo de recuperação da forma igual a 1,453 para a simulação enquanto que para o experimento esses valores foram 0,562 e 1,373, respectivamente. Assim, o método pode ser utilizado para se estimar o tempo de drenagem do filme já que se mostrou satisfatoriamente aderente a condição experimental. Para a recuperação da forma, o tempo se mostrou aderente ao do experimento.

Os resultados, para a condição de rebote, são apresentados nas Figuras 5 e 6 da Subseção 3.2. Na Figura 5 não é possível observar a ocorrência do regime de rebote, por isso a ausência dos demais registros. Nesse caso, no instante $t^* = 0,203$, da simulação, foi o limite de transição para a fusão das gotas. Assim, o resultado demonstrou a necessidade do tempo de drenagem do filme a fim de reproduzir o rebote. Além disso, não foi possível determinar os tempos de colisão e de recuperação da forma, pois, de acordo com Yuan et al. (2020) e Wang et al. (2020), se aplicam somente nas condições de coalescência. Na Figura 6, com o tempo de drenagem do filme igual a 0,60, é possível observar a ocorrência do regime de rebote. Nesse caso, o modelo foi capaz de reproduzir, sob uma análise qualitativa, o experimento. Assim, o resultado pôde ser validado.

3.1 Condição de coalescência

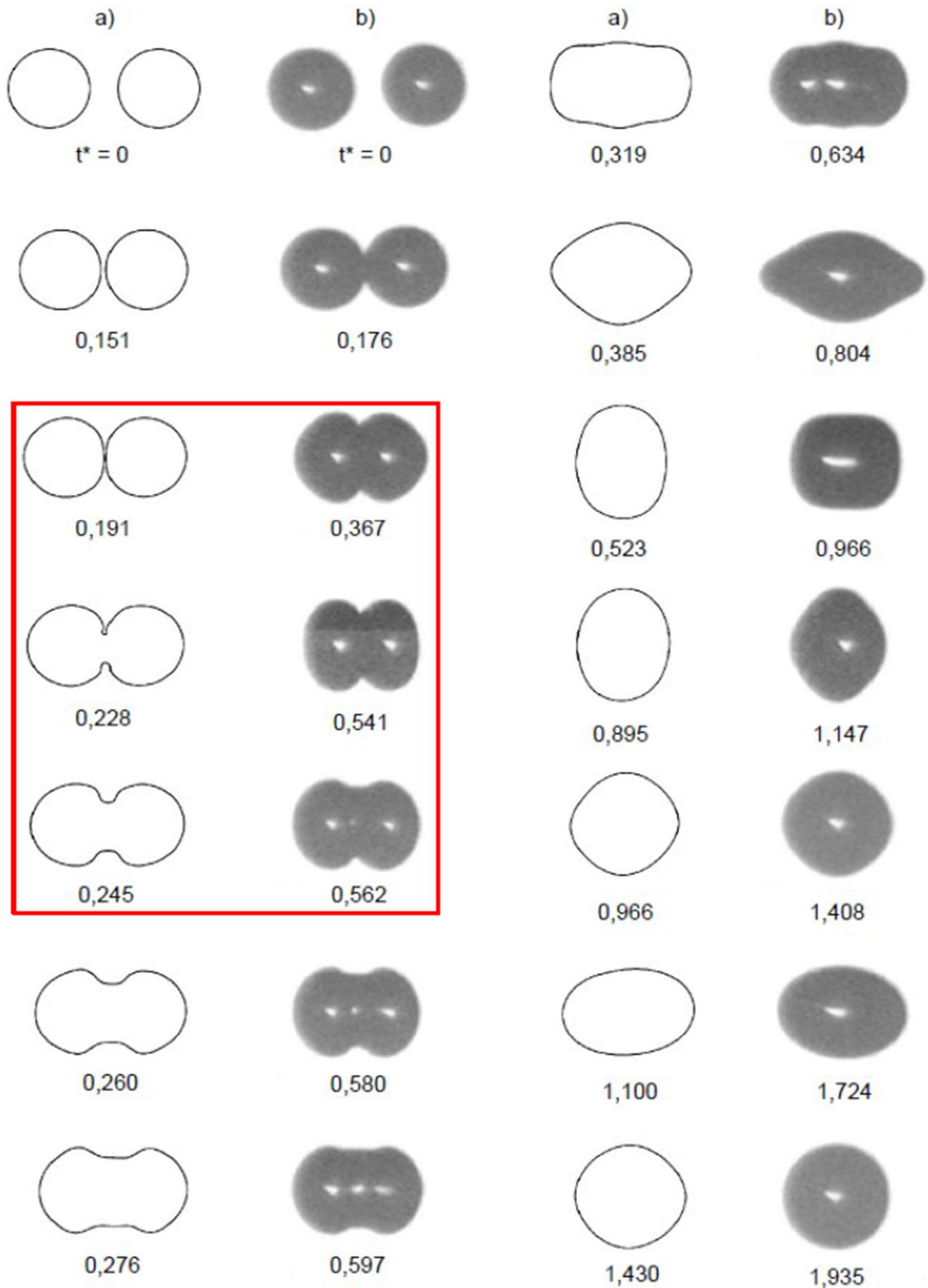


Figura 3. Registros resultantes de colisão entre gotas no regime de coalescência: a) simulação numérica realizada pelos autores e b) experimento de Pan et al. (2008). Valores adimensionais: $We = 3,64 \times 10^{-3}$; $Re = 2,32$.

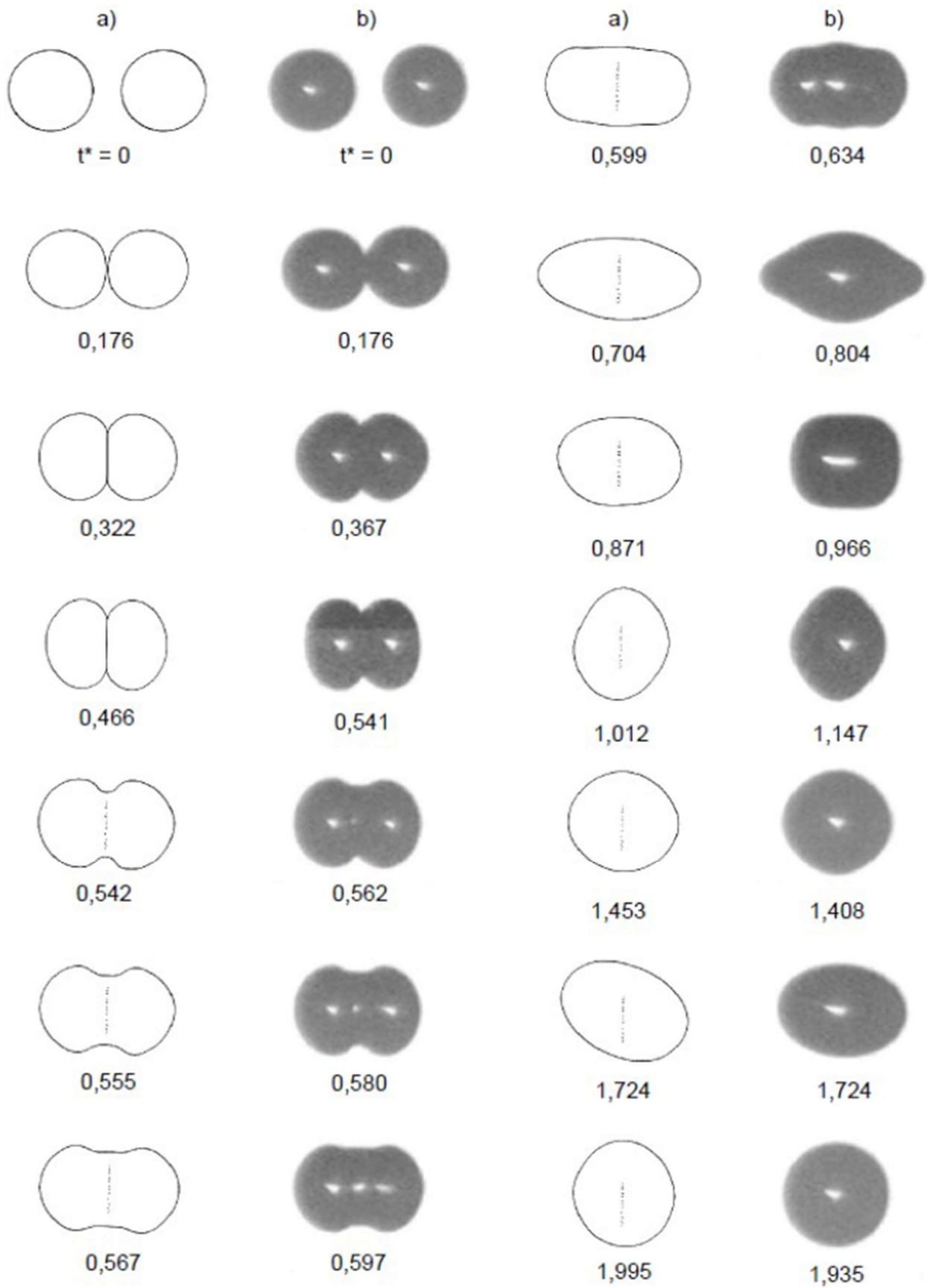


Figura 4. Registros resultantes de colisão entre gotas no regime de coalescência: a) simulação numérica realizada pelos autores e b) experimento de Pan et al. (2008). Valores adimensionais: tempo de drenagem do filme igual a 0,35; $We = 3,64 \times 10^{-3}$; $Re = 2,32$.

3.2 Condição de rebote

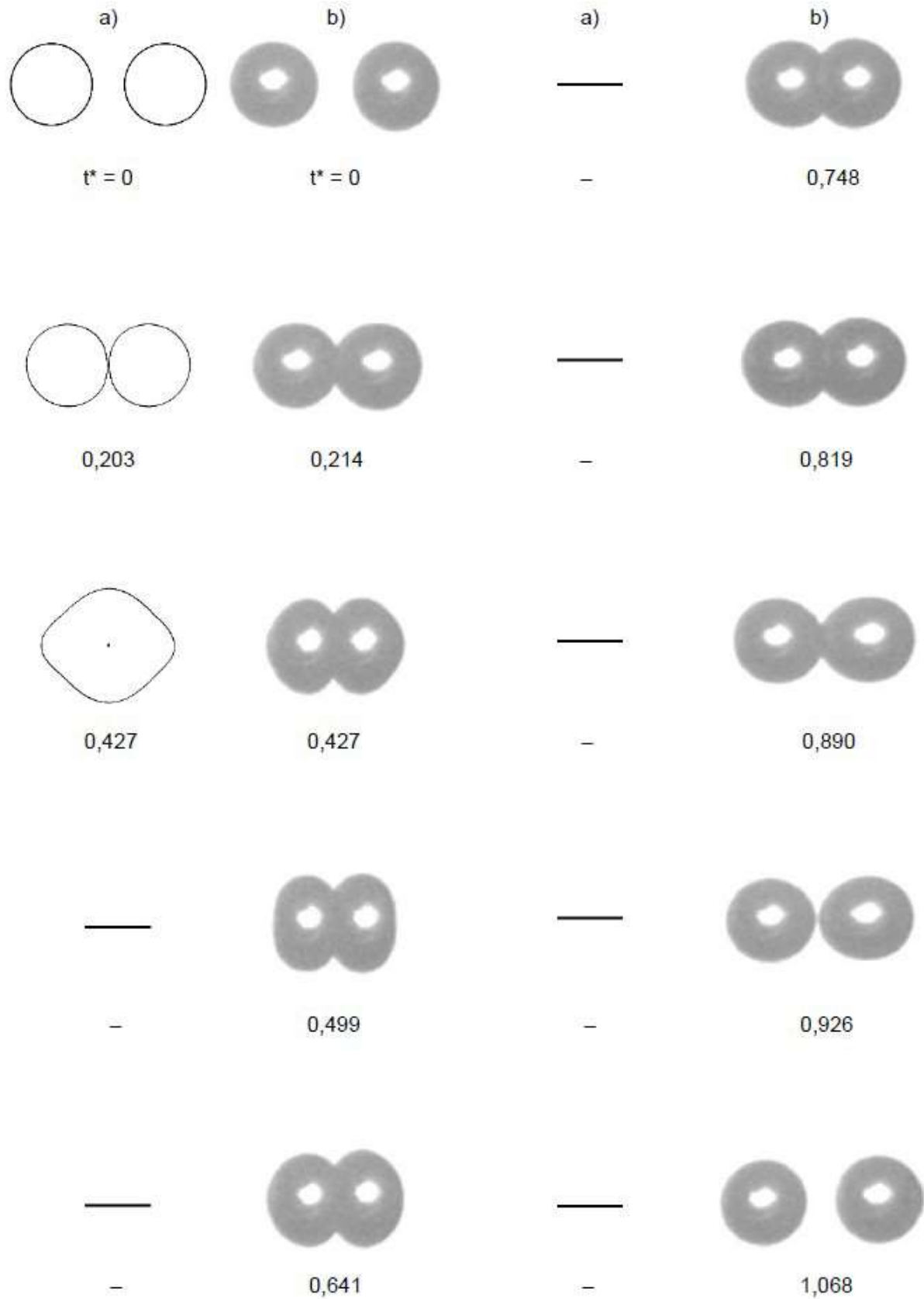


Figura 5. Registros resultantes de colisão entre gotas no regime de rebote: a) simulação numérica realizada pelos autores e b) experimento de Pan et al. (2008). Valores adimensionais: $We = 3,68 \times 10^{-3}$; $Re = 2,91$.

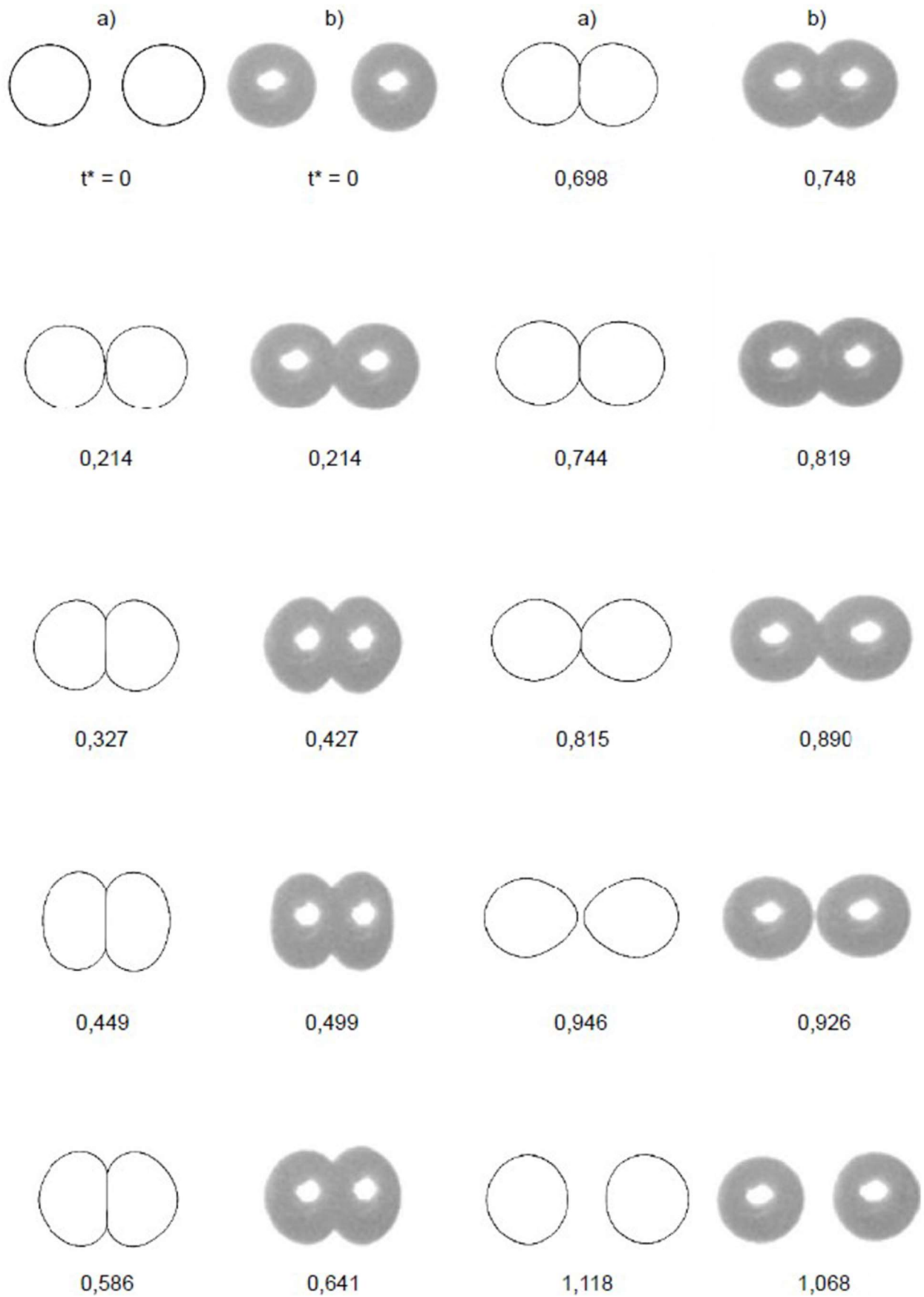


Figura 6. Registros resultantes de colisão entre gotas no regime de rebote: a) simulação numérica realizada pelos autores e b) experimento de Pan et al. (2008). Valores adimensionais: tempo de drenagem do filme igual a 0,60; $We = 3,68 \times 10^{-3}$; $Re = 2,95$.

4 Conclusões

Pôde-se chegar às seguintes conclusões:

1. O domínio bidimensional $5D \times 5D$ se mostrou adequado as simulações tanto no regime de coalescência quanto no regime de rebote.
2. Nas simulações foi usada uma malha adaptativa com tamanho máximo igual a $5D/2^4$ e mínimo igual a $5D/2^9$. A malha foi considerada adequada para as simulações, o que pôde ser visto através dos resultados obtidos.
3. A validação dos resultados por meio da comparação com os dados experimentais de Pan et al. (2008) mostrou a confiabilidade da metodologia proposta.
4. Com um tempo adimensional de drenagem do filme igual a 0,35, para a condição de coalescência, os tempos adimensionais simulados de colisão e de recuperação foram, respectivamente, 0,542 e 1,453, valores próximos dos experimentais, que foram 0,562 e 1,373. Isso atesta a validade do modelo para essa condição. Já para o rebote, embora a simulação tenha reproduzido o fenômeno os tempos não puderam ser calculados, já que se aplicam apenas a condição de coalescência.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Agradecemos ao Centro Universitário Norte do Espírito Santo (CEUNES) pela disponibilização da estrutura para a realização dessa pesquisa.

Referências bibliográficas

- An, X, Dong, B, Li, W, Zhou, X and Sun, T (2021) ‘Simulation of binary droplet collision with different angles based on a pseudopotential multiple-relaxation-time lattice Boltzmann model’ *Computers & Mathematics with Applications*, [e-journal], vol. 92, pp. 76–87. <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2021.03.036>.
- Chang, J, Xu, R, Cui, J, Song, Q and Shen, T (2022) ‘Influences of Liquid Viscosity and Relative Velocity on the Head-On Collisions of Immiscible Drops’ *Energies*, [e-journal] 15(22), 8544. <https://doi.org/10.3390/en15228544>.
- Chen, X and Yang, V (2020) ‘Direct numerical simulation of multiscale flow physics of binary droplet collision’ *Physics of Fluids*, [e-journal] 32(6), 062103. <https://doi.org/10.1063/5.0006695>.
- Chen, Y, Chen, X, Fan, C, Ge, S, Zhou, G and Shi, Y (2025) ‘Study on the dynamic behaviors of collision and coalescence of binary double low-viscosity droplets’ *Physics of Fluids*, [e-journal] 37(1), 013320. <https://doi.org/10.1063/5.0245384>.
- Cong, H, Qian, L, Wang, Y and Lin, J (2020) ‘Numerical simulation of the collision behaviors of binary unequal-sized droplets at high Weber number’ *Physics of Fluids*, [e-journal] 32(10), 103307. <https://doi.org/10.1063/5.0020709>.
- Goyal, N, Shaikh, J and Sharma, A (2020) ‘Bubble entrapment during head-on binary collision with large deformation of unequal-sized tetradecane droplets’ *Physics of Fluids*, [e-journal] 32(12), 122114. <https://doi.org/10.1063/5.0029179>.
- Huang, B, Liang, H and Xu, J (2022) ‘Lattice Boltzmann simulation of binary three-dimensional droplet coalescence in a confined shear flow’ *Physics of Fluids*, [e-journal] 34(3), 032101. <https://doi.org/10.1063/5.0082263>.
- Pan, KL, Law, CK and Zhou, B (2008) ‘Experimental and mechanistic description of merging and bouncing in head-on binary droplet collision’ *Journal of Applied Physics*, [e-journal] 103(6), 064901. <https://doi.org/10.1063/1.2841055>.
- Samuelsson, E and Holmberg, S (2013) *A CFD Study of the Urea Supply, Droplet Breakup and Mixing in a Pipe Upstream of a SCR Catalyst – A design application under development at Volvo Penta*. Masters thesis, Chalmers University of Technology, Sweden.

Wang, Y, Qian, L, Chen, Z and Zhou, F (2020) ‘Coalescence of Binary Droplets in the Transformer Oil Based on Small Amounts of Polymer: Effects of Initial Droplet Diameter and Collision Parameter’ *Polymers*, [e-journal] 12(9), 2054. <https://doi.org/10.3390/polym12092054>.

Yuan, S, Dabirian, R, Shoham, O and Mohan, RS (2020) ‘Numerical Simulation of Liquid Droplet Coalescence and Breakup’ *Journal of Energy Resources Technology*, [e-journal] 142(10), 102101. <https://doi.org/10.1115/1.4046603>.