



Seleção de veículos em redes de logística reversa: um modelo de programação linear inteira mista

Vehicle selection in reverse logistics networks: a mixed-integer linear programming model

Henzo Perim¹, Elen Ferraz Prates¹, Samira Carrafa Manzini¹ e Marcos Wagner Jesus Servare Junior²

¹ Aluno(a) de Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal do Espírito Santo – Ufes, campus São Mateus, ES, Brasil

² Professor de Engenharia de Produção, Universidade Federal do Espírito Santo – Ufes, campus São Mateus, ES, Brasil

*Autor para correspondência, E-mail: henzo.perim@edu.ufes.br

Received: 16 July 2028 | Accepted: 31 August 2026 | Published online: 02 September 2026

Resumo: A logística reversa tem se consolidado como uma estratégia essencial para promover a sustentabilidade e a eficiência das cadeias de suprimentos, exigindo modelos capazes de apoiar decisões relacionadas ao transporte e à alocação de recursos. Nesse contexto, este trabalho propõe uma adaptação de um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) para redes de logística reversa, incorporando a seleção e o dimensionamento da frota de veículos como variável de decisão. A formulação foi baseada no modelo de Servare Junior et al. (2012), mantendo as instalações previamente definidas e concentrando a otimização nos fluxos reversos e na escolha dos veículos. A validação foi realizada por meio de experimentos computacionais utilizando o solver IBM ILOG CPLEX, com quinze instâncias divididas em três níveis de complexidade (pequeno, médio e grande porte). Os resultados demonstraram que o modelo foi capaz de encontrar soluções ótimas em tempos reduzidos para redes de pequeno e médio porte, confirmando a consistência da formulação proposta. Entretanto, nas instâncias de maior dimensão, observou-se crescimento expressivo no tempo de processamento e limitações decorrentes da capacidade de memória disponível, evidenciando a elevada complexidade combinatória do problema. Conclui-se que o modelo representa uma abordagem consistente para o planejamento tático e operacional de redes de logística reversa, permitindo integrar decisões de transporte e seleção de veículos em uma única formulação matemática. Como perspectivas futuras, recomenda-se a aplicação do modelo em casos reais e o desenvolvimento de abordagens heurísticas e metaheurísticas para viabilizar a resolução de instâncias de grande porte.

Palavras-chave: logística reversa; programação linear inteira mista; seleção de veículos; otimização; redes logísticas.

Abstract: Reverse logistics has become an essential strategy for improving the sustainability and efficiency of supply chains, requiring optimization models capable of supporting transportation and resource allocation decisions. In this context, this study proposes an adaptation of a Mixed-Integer Linear Programming (MILP) model for reverse logistics networks by incorporating vehicle selection and fleet sizing as decision variables. The formulation was based on the model developed by Servare Junior et al. (2012), considering fixed facility locations and focusing the optimization process on reverse flows and vehicle allocation. The model was validated through computational experiments using the IBM ILOG CPLEX solver, with fifteen test instances divided into three levels of complexity (small, medium, and large). The results demonstrated that the proposed model successfully obtained optimal solutions within short computational times for small and medium-sized networks, confirming the consistency of the mathematical formulation. However, large-scale instances showed a significant increase in computational time and memory requirements, highlighting the combinatorial complexity of the problem. The findings indicate that the proposed model provides a robust approach for tactical and operational planning in reverse logistics networks by integrating transportation and vehicle selection decisions into a single optimization

framework. Future research should focus on applying the model to real-world case studies and developing heuristic and metaheuristic approaches to efficiently solve large-scale instances.

Keywords: reverse logistics; mixed-integer linear programming; vehicle selection; optimization; logistics networks.

1 Introdução

Nas últimas décadas, a forma como as empresas pensam suas cadeias de suprimentos mudou consideravelmente. Por muito tempo, a atenção recaiu quase exclusivamente sobre o fluxo direto de materiais, do fornecedor até o consumidor final. Hoje, no entanto, o caminho de volta dos produtos, embalagens e resíduos ganhou um peso que antes não tinha, tanto pela pressão da sociedade em relação aos impactos ambientais do consumo quanto por exigências legais bastante concretas. No Brasil, a consolidação desse campo está associada tanto à ampliação das responsabilidades ambientais das organizações quanto à necessidade de estruturar sistemas capazes de reinserir materiais nos ciclos produtivos. Apesar dos avanços institucionais, esses sistemas ainda enfrentam entraves de coordenação, regulamentação e operação entre os agentes participantes (Couto e Lange, 2017).

A logística reversa deixou de ser vista apenas como uma obrigação a ser cumprida e passou a representar, para boa parte das empresas, uma oportunidade concreta de recuperar valor de materiais, reduzir a dependência de matéria-prima virgem e fortalecer sua imagem junto a consumidores cada vez mais atentos às práticas ambientais das marcas que consomem (Oliveira et al., 2021). Colocar essa visão estratégica em prática, porém, esbarra em obstáculos operacionais consideráveis, principalmente quando se olha para o transporte e a movimentação das cargas retornadas.

A operacionalização da logística reversa apresenta características distintas da distribuição tradicional. Os retornos podem ocorrer de forma dispersa, em quantidades variáveis e com diferentes condições de qualidade, dificultando a previsão dos volumes e a definição dos destinos mais adequados (Arantes, Santos e Silva, 2023). Por isso, as redes reversas precisam articular os usuários finais e pontos de geração com instalações de coleta e inspeção, assistências técnicas, distribuidores, unidades de remanufatura e reciclagem e agentes responsáveis pela destinação final dos resíduos (Bernardo, Souza e Demajorovic, 2020)

Entre as decisões associadas ao transporte, destacam-se a seleção dos tipos de veículos e o dimensionamento da frota, já que impactam diretamente a eficiência de todo o sistema de transporte reverso. Veículos com capacidades e estruturas de custos distintas podem produzir combinações diferentes de utilização, número de viagens e custo total. Aplicações de programação inteira e otimização de frotas evidenciam que a definição conjunta da capacidade, da quantidade e da disponibilidade dos veículos pode melhorar o aproveitamento dos recursos de transporte e reduzir custos operacionais (Kramer, Subramanian e Penna, 2016; Longaray et al., 2021; Pedruzzi et al., 2016). Em redes reversas, essa decisão torna-se ainda mais relevante devido à irregularidade dos retornos e à necessidade de encaminhar os produtos para diferentes formas de recuperação ou destinação.

Embora a literatura brasileira apresente avanços na gestão da logística reversa, na localização de instalações e no dimensionamento de frotas, essas decisões são frequentemente tratadas de forma separada. Há estudos voltados à estruturação gerencial dos sistemas reversos, outros direcionados à localização e à alocação dos fluxos e trabalhos concentrados na composição ou programação da frota (Couto e Lange, 2017; Ferri, Chaves e Ribeiro, 2015; Almeida, Amaral e Morabito, 2016; Longaray et al., 2021). Nesse cenário, permanece relevante desenvolver formulações que integrem múltiplos elos da rede, capacidades das instalações, fluxos de recuperação e seleção de veículos, bem como avaliar os limites computacionais decorrentes do aumento das variáveis inteiras.

Dessa maneira, o objetivo deste trabalho é utilizar o artigo de Servare Junior et al. (2012) como base para adaptar um modelo matemático focado estritamente em redes de logística reversa, inserindo a decisão de seleção de veículos, e validá-lo por meio de experimentos computacionais. Mais especificamente, pretende-se estender a formulação consolidada na literatura, incorporando variáveis inteiras e restrições relativas ao tipo e à quantidade de veículos utilizados no transporte dos produtos retornados entre os varejistas, centros de coleta, assistências técnicas, unidades de recuperação e centros de descarte. A validação da proposta será feita por meio de experimentos computacionais progressivos, nos quais serão avaliados o desempenho do algoritmo exato, o tempo de processamento e os limites de escalabilidade e memória do software frente a instâncias de diferentes níveis de complexidade combinatória. Espera-se, com isso, contribuir tanto para o avanço teórico da modelagem de redes reversas quanto para a compreensão

prática das barreiras computacionais inerentes à otimização simultânea dos fluxos de transporte e do dimensionamento da frota.

2 Referencial teórico

2.1 Logística reversa e redes de recuperação

A logística reversa corresponde ao planejamento e ao controle do retorno de produtos, materiais e informações aos ciclos de negócios ou de produção, de modo a recuperar valor ou garantir uma destinação ambientalmente adequada (Oliveira Neto et al., 2014). Gonçalves-Dias e Teodósio (2006) evidenciam que o desempenho desses sistemas depende da articulação de vários atores e não apenas das ações internas de uma empresa. No Brasil, por exemplo, a Política Nacional de Resíduos Sólidos (PNRS), instituída pela Lei nº 12.305/2010 (Brasil, 2010) passou a obrigar diversos setores produtivos, entre eles os de pneus, pilhas, baterias e embalagens em geral, a estruturar sistemas de logística reversa por meio de acordos setoriais firmados com o poder público.

A evolução desse campo também se relaciona ao conceito de cadeia de suprimentos de ciclo fechado, no qual os fluxos diretos e reversos são coordenados para manter produtos, componentes e materiais em circulação por mais tempo. Sassaki et al. (2024) ressaltam que essas cadeias podem contribuir para a redução de desperdícios e para o aproveitamento do valor dos recursos ao longo do ciclo de vida dos produtos. Nessa perspectiva, os itens retornados podem ser direcionados ao reparo, à reutilização, à remanufatura, à reciclagem ou ao descarte, conforme seu estado, seu valor residual e a viabilidade técnica e econômica da recuperação.

A efetividade dos sistemas reversos também depende da distribuição de responsabilidades entre os participantes. Pereira e Pereira (2011) mostram que a cadeia reversa envolve geradores, operadores, poder público e unidades de tratamento, com exigências específicas de segregação e transporte. A falta de comunicação sobre os pontos e os procedimentos de descarte pode limitar a participação dos consumidores nos sistemas de retorno (Demajorovic et al., 2012). Souza, Paula e Souza-Pinto (2012) acrescentam que as cooperativas de reciclagem exercem papel relevante nos canais pós-consumo ao conectar a coleta dos materiais às etapas posteriores de triagem e comercialização.

2.2 Planejamento e modelagem de redes de logística reversa

O planejamento de uma rede de logística reversa envolve decisões em diferentes níveis. No nível estratégico, são definidas a localização, a capacidade e a função das instalações; no nível tático, estabelecem-se a alocação dos fluxos e os recursos de transporte; e, no nível operacional, são programadas as coletas e os despachos. Um exemplo bem ilustrativo dessa complexidade aparece no trabalho de Ferri, Chaves e Ribeiro (2015), que analisaram a localização de centros de armazenamento e triagem de resíduos sólidos urbanos em um município brasileiro e mostraram como essa decisão influencia diretamente a eficiência da coleta e o custo do transporte até os pontos de reprocessamento ou de destinação final, o que exige modelos matemáticos capazes de equilibrar cobertura territorial e viabilidade econômica.

A rede reversa também pode incorporar organizações com funções distintas, tais como varejistas, centros de coleta, unidades de triagem, cooperativas, assistências técnicas, instalações de recuperação e centros de descarte. Demajorovic et al. (2014), ao examinarem a integração entre empresas e cooperativas de catadores, mostram que esses agentes podem atuar como nós de coleta, separação e encaminhamento dos materiais, embora enfrentem restrições de infraestrutura, capacidade e coordenação. A diversidade de participantes amplia a necessidade de estabelecer balanços de fluxo e regras claras para o direcionamento dos produtos entre os elos.

A Programação Linear Inteira Mista (PLIM) é adequada para esse tipo de análise porque permite representar, em um mesmo modelo, decisões de diferentes naturezas. Farias e Borenstein (2017), por exemplo, utilizam variáveis contínuas para representar as quantidades de matérias-primas e produtos movimentadas entre os elos da rede, enquanto as variáveis binárias indicam a seleção de fábricas e centros de distribuição. De forma semelhante, Almeida, Amaral e Morabito (2016) mostram que modelos desse tipo podem integrar decisões de localização, alocação dos fluxos, atendimento da demanda, capacidades disponíveis e custos de transporte. No caso analisado neste trabalho, como os pontos da rede já estão previamente definidos, não é necessário decidir onde instalar novas unidades. Assim, a modelagem pode se concentrar na distribuição dos volumes entre origens e destinos, no respeito às capacidades e na definição dos recursos de transporte, mantendo relacionadas as decisões sobre fluxo e custo da operação.

2.3 Seleção de veículos e dimensionamento da frota

O dimensionamento da frota consiste em determinar a quantidade e a composição dos veículos necessários para atender aos fluxos de transporte. Em uma frota heterogênea, os veículos podem apresentar diferentes capacidades, custos fixos de utilização e custos variáveis. Foroutan, Rezaeian e Mahdavi (2020) formularam um problema de roteamento sustentável com frota heterogênea e coleta de produtos retornados, considerando simultaneamente custos operacionais e ambientais. Os resultados reforçam que a escolha do veículo e a utilização de sua capacidade influenciam diretamente o desempenho econômico da operação. Kramer, Subramanian e Penna (2016) analisaram um problema de roteamento com frota heterogênea e limitada em uma indústria de bebidas, evidenciando a importância de considerar conjuntamente a disponibilidade, a capacidade e os custos dos veículos.

Conforme demonstram Longaray et al. (2021), a frota precisa ser definida de acordo com o volume e as características das cargas, evitando a falta de veículos ou o uso de uma estrutura maior do que o necessário. Uma frota mal dimensionada tende a gerar dois problemas opostos: de um lado, a subutilização da capacidade de carga, que representa baixo aproveitamento dos veículos e pode aumentar o custo por unidade transportada, especialmente quando não há adequada consolidação das cargas (Pedruzzi et al., 2016); de outro, a operação com excesso de peso, que intensifica o desgaste dos componentes dos veículos e amplia os riscos operacionais (Jesus e Fontenele, 2014).

Em redes de logística reversa, a seleção de veículos deve ser relacionada à origem, ao destino e à quantidade de produtos encaminhados entre os elos. A decisão adotada neste trabalho não determina a sequência de visitas dos veículos nem constrói circuitos de coleta, como ocorre em um problema clássico de roteamento. O modelo define a quantidade de veículos de cada tipo necessária para transportar os fluxos alocados em cada ligação da rede. Dessa forma, as variáveis inteiras de frota conectam as decisões de transporte aos limites de capacidade e aos custos fixos de despacho.

2.4 Complexidade computacional e métodos de solução

Segundo Bernardes et al. (2010), os modelos de Programação Linear Inteira Mista podem ser resolvidos por métodos exatos, como branch-and-bound e branch-and-cut, disponíveis em solucionadores como o IBM ILOG CPLEX. Morales e Ronconi (2016) destacam que esses métodos permitem comprovar a otimalidade da solução ou, quando isso não ocorre dentro do tempo estabelecido, informar a diferença entre a melhor solução encontrada e o limite teórico do problema. Entretanto, conforme observado por Toledo et al. (2007), o aumento da quantidade de variáveis inteiras e binárias amplia de forma combinatória o espaço de soluções, elevando o esforço computacional e dificultando a resolução de problemas de maior porte.

Em uma rede com vários varejistas, centros de inspeção, assistências técnicas, unidades de recuperação, centros de descarte e tipos de veículos, cada combinação entre origem, destino e veículo pode gerar novas variáveis e restrições. Kramer, Subramanian e Penna (2016) destacam que problemas envolvendo frotas heterogêneas pertencem a uma classe de elevada dificuldade de resolução, de modo que o esforço computacional cresce rapidamente com o aumento da instância.

Diante dessas limitações, a literatura nacional combina métodos exatos e abordagens heurísticas de acordo com a dimensão e a natureza do problema. Kramer, Subramanian e Penna (2016), por exemplo, recorreram a uma estratégia heurística para tratar uma aplicação com frota heterogênea. No presente trabalho, optou-se inicialmente pela solução exata e pela construção de instâncias progressivas, permitindo verificar a validade das equações, identificar as dimensões nas quais a formulação permanece computacionalmente viável e estabelecer uma base para o desenvolvimento futuro de heurísticas ou metaheurísticas.

3 Metodologia

3.1 Caracterização do problema e estratégia de validação

Nesta seção apresenta-se o modelo matemático desenvolvido para o problema de seleção de veículos em redes de logística reversa, detalhando também a estratégia computacional definida para a validação do código. O modelo caracteriza-se como um problema de Programação Linear Inteira Mista (PLIM), estruturado para definir a melhor alocação dos fluxos de produtos devolvidos e selecionar de forma otimizada a quantidade e os tipos de veículos necessários para o transporte, garantindo o menor custo total possível para a rede. Diferente de abordagens focadas em expansão de infraestrutura, a localização das

instalações nesta modelagem é considerada fixa e predeterminada, concentrando o esforço de otimização na eficiência dos fluxos e no dimensionamento correto da frota sob limites operacionais físicos.

A rede logística reversa modelada neste trabalho é composta por cinco elos principais: varejistas, centros de coleta/inspeção, assistências técnicas, centros de produção/recuperação e centros de descarte final. Os produtos retornados são coletados e encaminhados diretamente dos varejistas para os centros de coleta/inspeção ou para as assistências técnicas. Nos pontos de coleta/inspeção, o fluxo é segregado entre uma fração (j) destinada ao descarte e uma fração complementar ($1 - j$) considerada recuperável e enviada para as unidades de produção/recuperação. Nas assistências técnicas, os produtos são triados entre uma fração (h) descartada e encaminhada ao descarte final e uma fração ($1 - h$) contendo os equipamentos reparados que retornam para os varejistas. O grande diferencial deste modelo é a tomada de decisão sobre a seleção de tipos de veículos específicos ($v \in V$), nos quais capacidades de carga distintas (cap_v) e custos fixos de despacho por viagem (f) interagem dinamicamente com os custos variáveis unitários de transporte (c) para determinar a frota ideal para cada ligação da rede.

Como o foco deste trabalho é a validação estrutural da formulação matemática e a análise do comportamento do algoritmo, a metodologia se baseia em experimentos computacionais. O objetivo principal é submeter o código desenvolvido a diferentes níveis de estresse numérico, observando de forma controlada o tempo de resposta do software e a estabilidade do sistema até a obtenção da solução ótima. Para isso, o modelo é testado utilizando um conjunto de matrizes de parâmetros gerados de forma controlada e aleatória. A estratégia de validação consiste na aplicação de 15 instâncias computacionais, divididas equitativamente em três blocos de complexidade. O conjunto é formado por 5 instâncias pequenas, que representam problemas com redes de topologia reduzida; 5 instâncias médias, simulando um adensamento da cadeia de logística reversa; e 5 instâncias grandes, voltadas para problemas de alta complexidade combinatória e elevado número de nós na malha de transporte.

3.2 Formulação matemática

O modelo de Programação Linear Inteira Mista proposto é fundamentado nos conjuntos, parâmetros e variáveis definidos a seguir, resultando na função objetivo e em suas restrições operacionais. A formulação matemática apresentada é uma adaptação e evolução do modelo desenvolvido por Servare Junior et al. (2012). Enquanto a modelagem original integra os fluxos diretos e reversos para decisões estratégicas de localização de instalações, essa abordagem foca na otimização da rede de logística reversa, introduzindo a decisão sobre a seleção e o dimensionamento da frota de veículos para o escoamento de produtos.

Conjuntos:

$k \in K$: Conjunto de varejistas.

$l \in L$: Conjunto de centros de coleta/inspeção.

$s \in S$: Conjunto das assistências técnicas.

$i \in I$: Conjunto de centros de produção/recuperação.

$m \in M$: Conjunto de centros de descarte final ou destinação final.

$v \in V$: Conjunto de tipos de veículos disponíveis para transporte.

Parâmetros:

d_k : Demanda do varejista k .

r_k : Taxa de retorno de produtos para a inspeção.

x_k : Taxa de retorno de produtos para a assistência técnica.

j : Fração média de descarte nos centros de coleta/inspeção.

h : Fração média de descarte nas assistências técnicas.

cap_v : Capacidade de carga do veículo do tipo v .

cap_{inspec}_l : Capacidade máxima do centro de coleta/inspeção l .

cap_{assist}_s : Capacidade máxima da assistência técnica s .

cap_{prod}_i : Capacidade máxima do centro de produção/recuperação i .

cap_{desc}_m : Capacidade máxima do centro de descarte m .

$c_{klv}, c_{ksv}, c_{liv}, c_{lmv}, c_{skv}, c_{smv}$: Custos variáveis unitários de transporte em suas respectivas ligações da rede usando o veículo v .

$f_{klv}, f_{ksv}, f_{liv}, f_{lmv}, f_{skv}, f_{smv}$: Custos fixos de despacho (viagem) do veículo v em suas respectivas ligações da rede.

Variáveis de Decisão Fluxo Contínuas (≥ 0) :

Q_{klv} : Fluxo de produtos do varejista k para a inspeção l no veículo v .

B_{ksv} : Fluxo de produtos do varejista k para a assistência s no veículo v .

P_{liv} : Fluxo recuperável da inspeção l para a recuperação i no veículo v .

T_{lmv} : Fluxo descartado da inspeção l para o descarte m no veículo v .

G_{skv} : Fluxo reparado da assistência s para o varejista k no veículo v .

D_{smv} : Fluxo descartado da assistência s para o descarte m no veículo v .

Variáveis de Decisão de Veículos Inteiras ($\in \mathbb{Z}^+$):

$NVQ_{klv}, NVB_{ksv}, NVP_{liv}, NVT_{lmv}, NVG_{skv}, NVD_{smv}$: Número de veículos do tipo v selecionados para cada rota correspondente.

Função Objetivo:

$$\begin{aligned} \min Z = \sum_{v \in V} [& \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} (c_{klv} Q_{klv} + f_{klv} NVQ_{klv}) + \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} (c_{ksv} B_{ksv} + f_{ksv} NVB_{ksv}) \\ & + \sum_{l \in L} \sum_{i \in I} (c_{liv} P_{liv} + f_{liv} NVP_{liv}) + \sum_{l \in L} \sum_{m \in M} (c_{lmv} T_{lmv} + f_{lmv} NVT_{lmv}) \\ & + \sum_{s \in S} \sum_{k \in K} (c_{skv} G_{skv} + f_{skv} NVG_{skv}) + \sum_{s \in S} \sum_{m \in M} (c_{smv} D_{smv} + f_{smv} NVD_{smv})] \end{aligned} \quad (1)$$

Restrições:

Coleta de Produtos (Atendimento à Demanda Reversa):

$$\sum_{l \in L} \sum_{v \in V} Q_{klv} = r_k \cdot d_k \quad \forall k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{s \in S} \sum_{v \in V} B_{ksv} = x_k \cdot d_k \quad \forall k \in K \quad (3)$$

Balanço de Triagem (Conservação de Fluxo Nodal):

$$\sum_{m \in M} \sum_{v \in V} T_{lmv} = j \cdot \left(\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} Q_{klv} \right) \quad \forall l \in L \quad (4)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{v \in V} P_{liv} = (1 - j) \cdot \left(\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} Q_{klv} \right) \quad \forall l \in L \quad (5)$$

$$\sum_{m \in M} \sum_{v \in V} D_{smv} = h \cdot \left(\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} B_{ksv} \right) \quad \forall s \in S \quad (6)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} G_{skv} = (1 - h) \cdot \left(\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} B_{ksv} \right) \quad \forall s \in S \quad (7)$$

Seleção e Capacidade de Veículos:

$$Q_{klv} \leq cap_v \cdot NVQ_{klv} \quad \forall k \in K, l \in L, v \in V \quad (8)$$

$$B_{ksv} \leq cap_v \cdot NVB_{ksv} \quad \forall k \in K, s \in S, v \in V \quad (9)$$

$$P_{liv} \leq cap_v \cdot NVP_{liv} \quad \forall l \in L, i \in I, v \in V \quad (10)$$

$$T_{lmv} \leq cap_v \cdot NVT_{lmv} \quad \forall l \in L, m \in M, v \in V \quad (11)$$

$$G_{skv} \leq cap_v \cdot NVG_{skv} \quad \forall s \in S, k \in K, v \in V \quad (12)$$

$$D_{smv} \leq cap_v \cdot NVD_{smv} \quad \forall s \in S, m \in M, v \in V \quad (13)$$

Limites de Capacidade das Instalações:

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} Q_{klv} \leq cap_inspec_l \quad \forall l \in L \quad (14)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{v \in V} B_{ksv} \leq cap_assist_s \quad \forall s \in S \quad (15)$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{v \in V} P_{liv} \leq cap_prod_i \quad \forall i \in I \quad (16)$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{v \in V} T_{lmv} + \sum_{s \in S} \sum_{v \in V} D_{smv} \leq cap_desc_m \quad \forall m \in M \quad (17)$$

Condições de Não-Negatividade e Integralidade:

$$Q, B, P, T, G, D \geq 0 \quad (18)$$

$$NVQ, NVB, NVP, NVT, NVG, NVD \in \mathbb{Z}^+ \quad (19)$$

Para facilitar a compreensão da formulação matemática, apresenta-se a seguir uma breve descrição sobre cada uma das equações do modelo: A Equação (1) define a Função Objetivo, que busca minimizar o custo total da rede reversa, contabilizando simultaneamente os custos variáveis operacionais e os custos fixos atrelados ao despacho da frota em todas as ligações de transporte da rede. As Equações (2) e (3) garantem o atendimento à demanda, assegurando que todo o volume de devolução gerado pelo mercado seja obrigatoriamente coletado e encaminhado para as unidades de inspeção ou assistência técnica.

Em seguida, as Equações de (4) a (7) determinam a conservação de fluxo e a triagem nas instalações intermediárias, dividindo o volume recebido entre a fração de produtos que seguirá para a recuperação e a sucata destinada ao descarte. O núcleo da decisão logística concentra-se nas Equações de (8) a (13), que condicionam o fluxo de produtos à seleção de veículos, garantindo que a carga transportada seja sempre menor ou igual à capacidade total dos caminhões efetivamente despachados.

Para evitar conflitos físicos na rede, as Equações de (14) a (17) impõem limites de infraestrutura, impedindo que as instalações recebam volumes superiores às suas respectivas capacidades de processamento. Finalizando, as Equações (18) e (19) estabelecem os domínios matemáticos do problema, definindo a não-negatividade para as variáveis de fluxo contínuo e a natureza estritamente inteira para as variáveis de contratação de veículos.

4 Resultados

4.1 Caracterização do problema

O modelo de Programação Linear Inteira Mista formulado foi implementado e submetido a um solver computacional para a resolução das matrizes geradas. Os testes foram executados em um computador com sistema operacional Windows 11 Home Single Language, processador Intel Core i3-10100F (3.60 GHz) e 16 GB de memória RAM, utilizando o software IBM ILOG CPLEX.

Para testar a escalabilidade do algoritmo, foram elaboradas 15 instâncias divididas em três blocos de complexidade: pequenas, médias e grandes. O número de tipos de veículos disponíveis para escolha ($v \in V$)S foi fixado em 3 para todas as instâncias. Essa quantidade foi definida para representar de forma realista

frotas de pequeno, médio e grande porte, viabilizando a tomada de decisão sem causar uma sobrecarga combinatória imediata no sistema.

A complexidade de cada instância foi modulada aumentando progressivamente a quantidade de nós da rede, partindo de 5 varejistas na Instância 1 até um cenário robusto com 250 varejistas e centenas de instalações intermediárias e de descarte na Instância 15. A Tabela 1 detalha os intervalos numéricos e as distribuições estatísticas adotadas para a geração aleatória dos parâmetros do modelo em todos os cenários testados.

Tabela 1. Parâmetros utilizados para a elaboração do modelo.

Parâmetro	Intervalo	Parâmetro	Intervalo
d_k	Uniforme (80 ~ 250)	cap_inspec_l	Uniforme (250 ~ 700)
r_k	Uniforme (0,25 ~ 0,40)	cap_assist_s	Uniforme (150 ~ 400)
x_k	Uniforme (0,25 ~ 0,50)	cap_prod_i	Uniforme (600 ~ 1500)
j	= 0,25	cap_desc_m	Uniforme (150 ~ 400)
h	=0,20	$c_{klv}, c_{ksv}, c_{liv}, c_{lmv}, c_{skv}, c_{smv}$	Uniforme (4 ~ 12)
cap_v	Uniforme (80 ~ 400)	$f_{klv}, f_{ksv}, f_{liv}, f_{lmv}, f_{skv}, f_{smv}$	Uniforme (50 ~ 300)

4.2 Análise de desempenho computacional

Para mensurar a eficiência do algoritmo nesta etapa, o critério principal de avaliação adotado foi o tempo computacional (t), registrado em segundos, que o software exigiu para convergir à solução ótima em cada um dos cenários. A Tabela 2 detalha a configuração topológica de todas as instâncias submetidas aos testes, acompanhada de seus respectivos tempos de execução.

Tabela 2. Instâncias e resultados obtidos (*CPLEX parou por falta de memória).

Problema n°	K (Varejistas)	L (Inspeção)	I (Recuperação)	S (Assistências)	M (Descarte)	V (Veículos)	Tempo t(s)
Instancias pequenas							
1	5	2	2	5	1	3	0,02
2	7	4	4	7	3	3	0,05
3	7	4	4	10	3	3	0,05
4	10	6	6	10	4	3	0,14
5	12	6	8	10	6	3	0,11
Instancias médias							
6	15	10	20	5	8	3	1,58
7	25	12	22	5	10	3	4,70
8	25	12	25	6	11	3	18,91
9	50	14	30	10	12	3	55,75
10	55	16	35	12	12	3	2434*
Instancias grandes							
11	75	16	60	14	14	3	839,61
12	100	25	80	20	30	3	2172,11*

13	150	40	120	25	30	3	5088,47*
14	200	50	150	30	30	3	1012,92*
15	250	60	200	35	35	3	240,42*

Os resultados demonstraram que o modelo matemático apresentou um excelente desempenho prático e funcional para redes de pequeno e médio porte. As instâncias menores (1 a 5) foram resolvidas de forma quase instantânea, exigindo menos de 1 segundo de processamento. Contudo, conforme as dimensões da rede foram ampliadas, observou-se um aumento natural no tempo de resolução, ocasionado pelo crescimento exponencial das variáveis de decisão inteiras atreladas à alocação da frota.

O limite computacional do software ficou evidente a partir da Instância 10, que processou os dados por 2.434 segundos até a execução ser interrompida por falta de memória. Nos cenários de grande porte, esse esgotamento tornou-se o padrão, mas apresentou uma variabilidade de tempo atrelada à geração aleatória dos parâmetros. A Instância 11, por exemplo, conseguiu convergir para a solução ótima em aproximadamente 14 minutos. Em contrapartida, a Instância 13 gerou combinações numéricas muito mais restritas, forçando o algoritmo a processar dados por mais de 1 hora e 20 minutos (5.088,47 s) antes de ser interrompida por falta de memória. Já na Instância 15, o tamanho extremo da rede fez com que a memória RAM fosse totalmente consumida em cerca de 4 minutos logo durante a estruturação inicial da matriz do problema, impedindo sequer o início da busca por soluções. Assim, os testes comprovam que as equações do modelo são válidas e funcionais, mesmo que a obtenção da resposta final fique limitada pela capacidade de processamento do computador nas instâncias maiores.

5 Conclusões

Ao concluir esta pesquisa, constatou-se que o presente trabalho atingiu o seu objetivo de adaptar e validar um modelo matemático para redes de logística reversa com foco na otimização e seleção de veículos. A partir da literatura base de Servare Junior et al. (2012), o modelo foi ajustado para focar apenas no fluxo reverso, eliminando instalações intermediárias da formulação original e enviando os produtos retornados direto para os centros de coleta e assistências técnicas, com a adição estratégica da decisão de seleção de veículos.

- O foco primordial desta etapa de modelagem não consistiu em obter valores exatos de custo para uma operação real, mas sim em testar o rigor das equações matemáticas e compreender como o software seria executado e se comportar ao calcular os fluxos de transporte e alocar veículos com diferentes restrições de capacidade e custo.
- Os experimentos computacionais comprovaram que a formulação proposta funciona adequadamente, confirmando que a inserção da seleção de veículos é uma abordagem sólida e de potencial de aplicação para o planejamento tático e operacional logístico. Ao testar o código em instâncias de diferentes tamanhos, ficou evidente que o modelo exato é altamente eficiente para cenários de pequeno e médio porte, resolvendo-os de maneira rápida e estável.
- A análise de desempenho também expôs as limitações físicas frente a problemas de alta complexidade combinatória. Nas instâncias de grande porte, o software não foi capaz de concluir o processamento devido à falta de memória, que é justificado pelo crescimento exponencial de possibilidades geradas pelas variáveis inteiras de alocação de frota.
- Como sugestões para trabalhos futuros, recomenda-se a aplicação deste modelo utilizando dados reais de empresas do setor, permitindo avaliar o comportamento logístico e financeiro da rede na prática. Além disso, tendo em vista que este estudo já evidenciou o limite de memória do software frente a cenários de grande porte resolvidos por métodos exatos, sugere-se o desenvolvimento e a implementação de algoritmos heurísticos ou metaheurísticas. Essa abordagem permitirá contornar as limitações computacionais gerado pelas redes de grande porte viabilizando a resolução do modelo e o planejamento de redes de logística reversa em proporções industriais sem esbarrar nas restrições de memória RAM.

Referências bibliográficas

- Almeida, MS, Amaral, M and Morabito, R (2016) ‘Um estudo sobre localização de terminais intermodais na rede de escoamento da soja brasileira’, *Production*, 26(3), pp. 562–580. <https://doi.org/10.1590/0103-6513.144513>
- Arantes, FP, Santos, RA dos and Silva, ARF da (2023) ‘Desafios para implantação da logística reversa’, *Direito e Desenvolvimento*, 14(1), pp. 6–22. <https://doi.org/10.26843/direitoeddesenvolvimento.v14i1.1624>
- Bernardes, ED, Araujo, SA and Rangel, S (2010) ‘Reformulação para um problema integrado de dimensionamento e sequenciamento de lotes’, *Pesquisa Operacional*, 30(3), pp. 637–655. <https://doi.org/10.1590/S0101-74382010000300008>
- Bernardo, OO, Souza, MTS de and Demajorovic, J (2020) ‘Inovação na cadeia reversa de resíduos eletroeletrônicos: um estudo sobre os sistemas de informação e as tecnologias de rastreamento’, *Revista de Administração de Empresas*, 60(4), pp. 248–261. <https://doi.org/10.1590/S0034-7590202000402>
- Brasil (2010) *Lei nº 12.305, de 2 de agosto de 2010. Institui a Política Nacional de Resíduos Sólidos*. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 3 August.
- Couto, MCL and Lange, LC (2017) ‘Análise dos sistemas de logística reversa no Brasil’, *Engenharia Sanitária e Ambiental*, 22(5), pp. 889–898. <https://doi.org/10.1590/S1413-41522017149403>
- Demajorovic, J, Caires, EF, Gonçalves, LNS and Silva, MJC da (2014) ‘Integrando empresas e cooperativas de catadores em fluxos reversos de resíduos sólidos pós-consumo: o caso Vira-Lata’, *Cadernos EBAPE.BR*, 12(spe), pp. 513–532. <https://doi.org/10.1590/1679-39519020>
- Demajorovic, J, Huertas, MKZ, Boueres, JA, Silva, AG da and Sotano, AS (2012) ‘Logística reversa: como as empresas comunicam o descarte de baterias e celulares?’, *Revista de Administração de Empresas*, 52(2), pp. 165–178. <https://doi.org/10.1590/S0034-75902012000200004>
- Farias, ES and Borenstein, D (2017) ‘Modelando o projeto logístico de uma indústria multicommodity’, *Gestão & Produção*, 24(1), pp. 148–160. <https://doi.org/10.1590/0104-530X842-16>
- Ferri, GL, Chaves, GLD and Ribeiro, GM (2015) ‘Análise e localização de centros de armazenamento e triagem de resíduos sólidos urbanos para a rede de logística reversa: um estudo de caso no município de São Mateus, ES’, *Production*, 25(1), pp. 27–42. <https://doi.org/10.1590/S0103-65132014005000014>
- Foroutan, RA, Rezaeian, J and Mahdavi, I (2020) ‘Green vehicle routing and scheduling problem with heterogeneous fleet including reverse logistics in the form of collecting returned goods’, *Applied Soft Computing*, 94, 106462. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106462>
- Gonçalves-Dias, SLF and Teodósio, ASS (2006) ‘Estrutura da cadeia reversa: “caminhos” e “descaminhos” da embalagem PET’, *Produção*, 16(3), pp. 429–441. <https://doi.org/10.1590/S0103-65132006000300006>
- Jesus, FG de and Fontenele, HB (2014) ‘Excesso de peso nos veículos rodoviários de carga e seu efeito no fator de equivalência de carga’, *Revista de Engenharia e Tecnologia*, 6(3), pp. 108–117.
- Kramer, R, Subramanian, A and Penna, PHV (2016) ‘Problema de roteamento de veículos assimétrico com frota heterogênea limitada: um estudo de caso em uma indústria de bebidas’, *Gestão & Produção*, 23(1), pp. 165–176. <https://doi.org/10.1590/0104-530X1442-14>
- Longaray, AA, Guerreiro, RR, Chaves, TG, Munhoz, PR and Tondolo, VG (2021) ‘Utilização de um modelo de programação inteira no dimensionamento de frota de um operador logístico: um estudo de caso’, *Revista Produção Online*, 21(2), pp. 393–414. <https://doi.org/10.14488/1676-1901.v21i2.3760>
- Morales, SG and Ronconi, DP (2016) ‘Formulações matemáticas e estratégias de resolução para o problema job shop clássico’, *Production*, 26(3), pp. 614–625. <https://doi.org/10.1590/0103-6513.058512>
- Oliveira Neto, GC de, Souza, MTS de, Silva, D da and Silva, LA (2014) ‘Avaliação das vantagens ambientais e econômicas da implantação da logística reversa no setor de vidros impressos’, *Ambiente & Sociedade*, 17(3), pp. 199–220. <https://doi.org/10.1590/S1414-753X2014000300012>
- Oliveira, SFS, Fontes, SV, Medeiros, BVPGO, Silva, NHGP and Silva, CSS (2021) ‘Logística reversa: contribuição para o desenvolvimento sustentável e aumento da vantagem competitiva para as empresas’, *Anais do XVIII Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia (SEGeT)*, Resende, Brazil.

- Pedruzzi, S, Nunes, LPA, Rosa, RA and Arpini, BP (2016) ‘Modelo matemático para otimização da capacidade volumétrica de caminhões para transporte de produtos alimentícios’, *Gestão & Produção*, 23(2), pp. 350–364. <https://doi.org/10.1590/0104-530X1898-14>
- Pereira, AL and Pereira, SR (2011) ‘A cadeia de logística reversa de resíduos de serviços de saúde dos hospitais públicos de Minas Gerais: análise a partir dos conceitos da Política Nacional de Resíduos Sólidos’, *Desenvolvimento e Meio Ambiente*, 24, pp. 185–199. <https://doi.org/10.5380/dma.v24i0.21005>
- Sasaki, RP, Rodríguez, ECA, Marins, FAS and Chaves, AA (2024) ‘Inventory policy using the Multi-Echelon Closed-Loop Supply Chain in the Acquisition Market’, *Gestão & Produção*, 31, e0624. <https://doi.org/10.1590/1806-9649-2024v31e0624>
- Servare Junior, MWJ, Ribeiro, GM and Chaves, GLD (2012) ‘Um modelo matemático para redes logísticas com fluxos diretos e reversos e novos integrantes’, *Anais do XXXII Encontro Nacional de Engenharia de Produção (ENEGEP)*, Bento Gonçalves, Brazil, 15–18 October.
- Souza, MTS de, Paula, MB de and Souza-Pinto, H de (2012) ‘O papel das cooperativas de reciclagem nos canais reversos pós-consumo’, *Revista de Administração de Empresas*, 52(2), pp. 246–262. <https://doi.org/10.1590/S0034-75902012000200010>
- Toledo, CFM, França, PM, Morabito, R and Kimms, A (2007) ‘Um modelo de otimização para o problema integrado de dimensionamento de lotes e programação da produção em fábricas de refrigerantes’, *Pesquisa Operacional*, 27(1), pp. 155–186. <https://doi.org/10.1590/S0101-74382007000100009>