

## Desenvolvimento de um simulador numérico para o estudo do escoamento de petróleo em meios porosos

Cintia Cassa Libardi\*, Oldrich Joel Romero

Engenharia de Petróleo, Universidade Federal do Espírito Santo – UFES campus São Mateus, Rodovia BR 101 Norte, km 60, Litorâneo, CEP 29.932-540, São Mateus, ES, Brasil

\*Autor para correspondência

Endereço eletrônico: [cintiacassa@hotmail.com](mailto:cintiacassa@hotmail.com) (Libardi, C. C.), [oldrich.romero@ufes.br](mailto:oldrich.romero@ufes.br) (Romero, O. J.)

*Conhecer bem as propriedades dos reservatórios de petróleo é fundamental para confiáveis previsões de produção e para avaliar possíveis estratégias para otimizar os processos de produção. Uma ferramenta muito utilizada para este fim é a simulação numérica de reservatórios de petróleo. Um simulador numérico de reservatórios pode fornecer informações importantes na predição do desempenho do reservatório, representando, assim, um instrumento fundamental na avaliação e desenvolvimento de campos de petróleo recém descobertos ou já existentes. O simulador desenvolvido é aplicado para o escoamento monofásico em reservatórios bidimensionais, governado pela equação da difusividade hidráulica. A discretização da equação governante é feita utilizando o Método de Diferenças Finitas, em coordenadas cartesianas. A discretização para os termos temporais é feita utilizando a formulação explícita. Para os cálculos iterativos é utilizado o Matlab®, pela facilidade de efetuar a programação e pela disponibilidade de diversas bibliotecas. A contribuição do simulador é dada academicamente, em futuros projetos de pesquisa, iniciações científicas e projetos de graduação, e como complemento da teoria de Engenharia de Reservatórios.*

Palavras-chave: Simulação de reservatórios. Diferenças finitas. Formulação explícita.

### 1. Introdução

É evidente a necessidade e a importância dos hidrocarbonetos no atual cenário energético global. Muitas vezes, porém, a produção do petróleo pode não ser viável economicamente, pelos mais diversos motivos, o que impacta fortemente na tomada de decisão sobre o desenvolvimento de um campo.

Nesse contexto, alguns parâmetros devem ser avaliados para uma tomada de decisão correta, e alguns métodos já existentes na indústria são utilizados para auxiliar nesta escolha, fornecendo às empresas boas estimativas de produção para que possam avaliar e fornecer expectativas positivas sobre o potencial da produção no futuro diante de seus investidores (CORDAZZO, 2006).

Um dos métodos bastante utilizados para prever o comportamento futuro do reservatório e analisar o potencial da produção são as ferramentas numéricas, que vêm de forma a complementar a experimentação em laboratório, que pode ser custosa às empresas e que muitas vezes não é capaz de traduzir com fidelidade as características do reservatório ao propor uma representação do mesmo em escala. Desta forma surge a simulação numérica de reservatórios, que tem sido utilizada desde a década de 1950 (MATTA e DALTON, 1990) até os dias atuais no planejamento a médio e longo prazo da produção.

A simulação de reservatórios é o meio pelo qual um modelo numérico, que represente as características geológicas e petrofísicas de um reservatório de petróleo, é utilizado para prever o comportamento dos fluidos desse reservatório ao longo do tempo de produção. A ferramenta utilizada para tal é o simulador de reservatórios.

Os simuladores de reservatórios são a implementação computacional das equações que governam o escoamento de fluidos em um reservatório, de forma que dados, ditos de entrada, sejam fornecidos, processados no simulador e se obtenha como resposta a solução do problema. O simulador pode ser utilizado na análise do efeito da vazão de produção e/ou injeção na recuperação, na determinação do melhor esquema de desenvolvimento do campo, determinação das vazões de produção críticas.

A modelagem do reservatório, incluindo seus aspectos geológicos, dados petrofísicos, características dos fluidos presentes, dimensionamento e geometria, precede a simulação do reservatório e

é utilizada na simulação com embasamento para a construção dos modelos físico e matemático. Desta forma, quanto mais precisos forem os dados utilizados na modelagem do reservatório, maior confiabilidade oferecerá o simulador numérico (SOUZA, 2013).

O reservatório é dividido em um grande número de pequenos volumes ou malha. Assim a malha pode ser definida como um conjunto de blocos com dimensões bem definidas, os quais trazem consigo as propriedades da rocha e do fluido escoado. A escolha da malha é a base para a modelagem do reservatório. A partir daí é necessário, ainda, adotar o sistema de coordenadas mais adequado para a malha escolhida, que será utilizado na discretização das equações governantes do fluxo.

Cordazzo (2006) propõe uma metodologia numérica para a simulação de reservatórios utilizando o método dos volumes finitos baseado em elementos, na qual trata o fluxo nas interfaces dos volumes de uma forma mais adequada que os métodos disponíveis na literatura. Souza (2013) propõe a implementação de um simulador de reservatórios utilizando o método de diferenças finitas, similar ao simulador desenvolvido neste trabalho.

Este trabalho propõe o desenvolvimento de um simulador numérico de reservatórios para estudar o escoamento de fluidos em um meio poroso. Para isso, é proposta a utilização do método das diferenças finitas para a formulação explícita.

## 2. Modelo matemático

Para simular o escoamento de fluidos em um reservatório deve ser possível modelar matematicamente o problema através de uma equação que considere não somente as propriedades da rocha e do reservatório, mas também as características do fluido a ser escoado.

No modelo matemático será considerado o escoamento bidimensional horizontal em coordenadas cartesianas (no plano  $x$ - $y$ ), moderadamente compressível, regime transiente, reservatório horizontal, e apenas escoamento de óleo (monofásico) em um reservatório retangular. A equação que governa o modelo *black oil* para essas condições é conhecida como equação da difusividade hidráulica.

Algumas hipóteses simplificadoras são consideradas para a formulação da equação da difusividade hidráulica. Fluxo horizontal, monofásico, isotérmico e com pequenos gradientes de pressão. O meio poroso é homogêneo e isotrópico. Na rocha reservatório a permeabilidade é constante e a compressibilidade deve ser pequena e constante. O fluido e a rocha não interagem entre si. Além disso, o poço produtor penetra totalmente a formação. As forças gravitacionais são desprezíveis.

A equação da difusividade hidráulica obtida fazendo-se as considerações citadas apresenta o seguinte aspecto em termos gerais

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \beta \frac{k_x A_x}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \left( \beta \frac{k_y A_y}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \Delta y = \frac{V_b \phi c}{\alpha B} \frac{\partial p}{\partial t} - q_{i,j} \quad (1)$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são fatores de conversão tal que  $\alpha = 5,615$  e  $\beta = 1,127$ ;  $k_x$  é a permeabilidade relativa à direção  $x$ , mD;  $k_y$  é a permeabilidade relativa à direção  $y$ , mD;  $A_x$  é a área aberta ao fluxo na direção  $x$ , ft<sup>2</sup>;  $A_y$  é a área aberta ao fluxo na direção  $y$ , ft<sup>2</sup>;  $\mu_o$  é a viscosidade do óleo, cP;  $B_o$  é o fator volume formação do óleo, 1rb/STB;  $V_b$  é o volume do meio poroso, ft<sup>3</sup>;  $\phi$  a porosidade, %;  $c_o$  a compressibilidade do óleo, 1/psi;  $p$  a pressão no meio poroso, psi; e  $t$  o tempo em dias.

### 2.1 Condições iniciais e de contorno

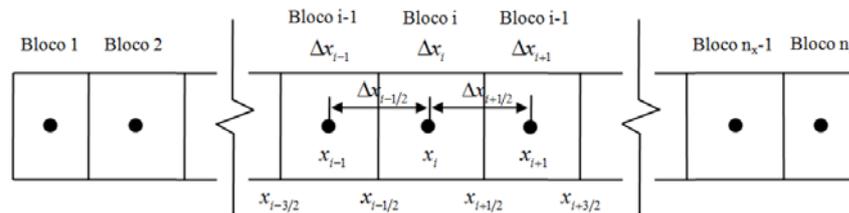
Esta etapa é fundamental para completar a especificação correta do modelo matemático. Condições iniciais são necessárias quando o reservatório está submetido a um transiente. Quando abordado uma situação em regime permanente, condições iniciais não são necessárias. As condições de contorno limitam o domínio de solução das equações governantes e podem ser condições tipo Neumann, tipo Dirichlet, ou mistas. Estas condições dependem do tipo de problema a resolver. Por exemplo, a condição de contorno do tipo Neumann, matematicamente representada por  $\partial p / \partial n = 0$ , pode ser tratada especificando-se transmissibilidades nulas nas faces externas das células situadas nos limites externos do reservatório. Entretanto deve-se lembrar que é uma etapa posterior à discretização das equações governantes. Na seção §5 é apresentado uma aplicação para melhor entendimento.

### 3. Abordagem numérica

Em geral, a solução exata de equações como a da difusividade hidráulica, Eq. (1), é difícil de ser obtida. Métodos numéricos permitem a obtenção da solução aproximada. Os métodos numéricos permitem transformar as equações diferenciais parciais em equações algébricas que podem ser representados matricialmente e resolvidos mediante técnicas de álgebra linear computacional. Em Engenharia de Reservatórios de Petróleo o método mais utilizados é o método de diferenças finitas, onde um domínio contínuo  $x$  (variável independente) é dividido em vários pequenos elementos com diversos pontos nodais  $i$  (valor inteiro) com posições  $x_i$ , e a variável dependente  $u$  é representado como  $u_i$  no ponto nodal  $i$ . Ainda neste método a derivada contínua  $du/dx$  é representada por  $(u_{i+1}-u_{i-1})/(x_{i+1}-x_{i-1})$ . Recentemente está sendo incorporado o método dos elementos finitos, que consiste basicamente em representar a incógnita do problema como uma combinação linear de coeficientes  $c_j$ , que são as novas incógnitas, e funções base  $\phi_j$ , isto é,  $u = \sum_{j=1}^N c_j \phi_j$ . São utilizados ainda funções peso  $\psi_j$ , que multiplicam a equação escrita na forma de resíduo de tal forma que a integral no domínio, ou media pondera, seja nula. Quando as funções base iguais às funções peso, o procedimento é conhecido como método de Galerkin dos elementos finitos.

O número de equações que representa o sistema dependerá do nível de refinamento da malha. Vale salientar que quanto mais refinada a malha, ou seja, quanto maior for o número de blocos que a compõe, menor será o erro associado.

Neste trabalho, as aproximações da equação da difusividade hidráulica foram feitas utilizando o Método de Diferenças Finitas com a formulação Explícita para o avanço dos termos temporais. As aproximações, nesse caso, são obtidas por truncamento das expansões da série de Taylor das variáveis desconhecidas nas equações. Para apresentar a formulação explícita a Fig. 1 é utilizada. Nesta figura o bloco  $i$  é o bloco central, ou nó central da malha, e o fluxo é unidimensional. A equação da difusividade hidráulica deve ser atendida em cada bloco.



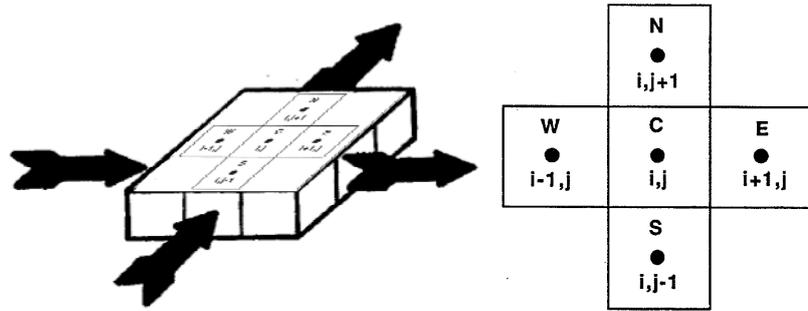
**Figura1:** Malha unidimensional mostrando os pontos centrais, ou nós, de cada um dos blocos onde as incógnitas (pressões) são calculadas (MARSILI, 2008).

Deve ser enfatizado que a solução das equações por diferenças finitas é obtida apenas em pontos discretos do domínio. Por exemplo as pressões calculadas em um simulador de reservatório são conhecidas apenas em alguns pontos do reservatório, em contraste com a solução analítica em que as pressões são conhecidas em todos os pontos do reservatório (ERTEKIN, 2001).

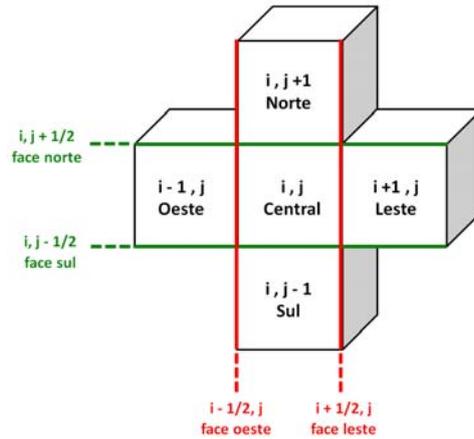
#### 3.1 Discretização espacial das equações governantes

A sequência da discretização da equação do escoamento de óleo, Eq. (1), utilizando o método das diferenças finitas, para a formulação explícita, é apresentada.

A Fig. 2a faz referência ao modelo de fluxo bidimensional que será utilizado na discretização das equações. A Fig. 2b representa um elemento genérico cujo nó central  $C$  é circundado por quatro nós vizinhos, dois referentes à posição ao longo da coordenada horizontal  $x$ , que são o nó leste  $E$  e o nó oeste  $W$ , e dois referentes à posição ao longo da coordenada vertical  $y$ , que são o nó norte  $N$  e o nó sul  $S$ . A face leste é identificada por  $(i+1/2, j)$ , a face oeste por  $(i-1/2, j)$ . A face norte é identificada por  $(i, j+1/2)$ , a face oeste por  $(i, j-1/2)$ . Essa representação é mais facilmente compreendida observando a Fig. 3.



**Figura 2:** (a) Esquema mostrando o modelo de fluxo bidimensional e (b) Nó central e adjacentes ao elemento principal bidimensional. Fonte: Ertekin *et al.* (2001).



**Figura 3:** Nó central e adjacentes ao elemento principal bidimensional e suas faces.

As derivadas de segunda ordem do lado esquerdo da Eq. (1) são reescritas através do uso da aproximação central e utilizando a notação da Fig. 3. Desta forma, tem-se

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \beta \frac{k_x A_x}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial x} \right] \Delta x \approx \frac{1}{\Delta x_i} \left[ \left( \beta \frac{A_x k_x}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2},j} - \left( \beta \frac{A_x k_x}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i-\frac{1}{2},j} \right] \Delta x \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[ \beta \frac{k_y A_y}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial y} \right] \Delta y \approx \frac{1}{\Delta y_j} \left[ \left( \beta \frac{k_y A_y}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial y} \right)_{i,j+\frac{1}{2}} - \left( \beta \frac{k_y A_y}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial y} \right)_{i,j-\frac{1}{2}} \right] \Delta y \quad (3)$$

Substituindo as relações anteriores na Eq. (1) e reorganizando os termos, tem-se

$$\frac{1}{\Delta x_i} \left[ \left( \beta \frac{k_x A_x}{\mu B} \right)_{i+\frac{1}{2},j} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2},j} - \left( \beta \frac{k_x A_x}{\mu B} \right)_{i-\frac{1}{2},j} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i-\frac{1}{2},j} \right] \Delta x + \frac{1}{\Delta y_j} \left[ \left( \beta \frac{k_y A_y}{\mu B} \right)_{i,j+\frac{1}{2}} \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right)_{i,j+\frac{1}{2}} - \left( \beta \frac{k_y A_y}{\mu B} \right)_{i,j-\frac{1}{2}} \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right)_{i,j-\frac{1}{2}} \right] \Delta y = \frac{v_b \phi c}{\alpha B} \frac{\partial p}{\partial t} - q_{i,j} \quad (4)$$

As derivadas espaciais de primeira ordem da Eq. (4),  $\frac{\partial p}{\partial x}$  e  $\frac{\partial p}{\partial y}$ , definidas nas faces, são discretizadas pela aproximação central seguinte

$$\left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2},j} = \frac{p_{i+1,j} - p_{i,j}}{x_{i+1,j} - x_{i,j}} = \frac{p_{i+1,j} - p_{i,j}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j}} \quad (5)$$

$$\left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i-\frac{1}{2},j} = \frac{p_{i,j} - p_{i-1,j}}{x_{i,j} - x_{i-1,j}} = \frac{p_{i,j} - p_{i-1,j}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2},j}} \quad (6)$$

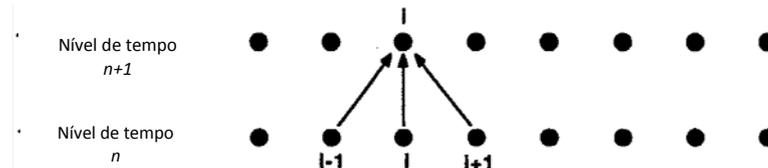
De maneira análoga é feita a discretização da derivada espacial  $\frac{\partial p}{\partial y}$ , para as faces  $(i, j + \frac{1}{2})$  e  $(i, j - \frac{1}{2})$ .

### 3.2 Discretização temporal

Na simulação de reservatórios o objetivo é varrer toda a malha do reservatório simulando o parâmetro de interesse em cada ponto da malha a cada intervalo de tempo, partindo das condições e tempo iniciais, e avançando para tempos futuros, até o tempo limite de produção que se deseja inferir os parâmetros. Para avançar no tempo a dependente temporal da equação da difusividade hidráulica precisa ser discretizada. Neste trabalho a discretização foi feita por meio da abordagem utilizando aproximações *forward* para o cálculo explícito para o novo nível de tempo da pressão.

No método explícito, as derivadas são construídas em torno da posição central  $i$  e do tempo conhecido  $n$ . As pressões associadas ao tempo de referência  $n$  são utilizadas para calcular as pressões no tempo futuro  $n + 1$ . Como a solução envolve apenas uma incógnita, que tem referência no tempo  $n + 1$ , a solução pode ser explicitada através de uma equação envolvendo as derivadas centrais e ascendentes (ROSA, 2006).

As pressões podem ser calculadas em cada célula partindo-se das condições iniciais do problema e incrementando o tempo em intervalos definidos. Para cada incremento de tempo será resolvido um número de equações lineares independentes igual ao número de blocos na malha de simulação. **Figura 4** esquematiza a discretização utilizando a formulação explícita.



**Figura 4:** Discretização pelo MDF utilizando a formulação explícita (ERTEKIN, 2001).

A derivada temporal do lado direito da Eq. (4) também precisa ser discretizada. Neste trabalho a **formulação explícita** é utilizada, a qual consiste em que a variável a ser determinada no instante de tempo  $n+1$  seja calculada de valores conhecidos associados com o tempo  $n$ . Portanto, pode-se dizer que

$$\frac{V_b \phi c}{\alpha B} \frac{\partial p}{\partial t} \approx \frac{V_b \phi c}{\alpha B} \frac{1}{\Delta t} [p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^n] \quad (7)$$

Substituindo as discretizações espaciais de  $\frac{\partial p}{\partial x}$  e  $\frac{\partial p}{\partial y}$ , e aplicando a formulação explícita da discretização temporal, Eq. (7), tem-se

$$\frac{1}{\Delta x_i} \left[ \left( \beta \frac{k_x A_x}{\mu B} \right)_{i+\frac{1}{2},j}^n \frac{p_{i+1,j}^n - p_{i,j}^n}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j}} - \left( \beta \frac{k_x A_x}{\mu B} \right)_{i-\frac{1}{2},j}^n \frac{p_{i,j}^n - p_{i-1,j}^n}{\Delta x_{i-\frac{1}{2},j}} \right] \Delta x + \frac{1}{\Delta y_j} \left[ \left( \beta \frac{k_y A_y}{\mu B} \right)_{i,j+\frac{1}{2}}^n \frac{p_{i,j+1}^n - p_{i,j}^n}{\Delta y_{i,j+\frac{1}{2}}} - \left( \beta \frac{k_y A_y}{\mu B} \right)_{i,j-\frac{1}{2}}^n \frac{p_{i,j}^n - p_{i,j-1}^n}{\Delta y_{i,j-\frac{1}{2}}} \right] \Delta y = \frac{V_b \phi c}{\alpha B} \frac{1}{\Delta t} [p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^n] - q_{i,j} \quad (8)$$

Considerando  $k_x = k_y = k$ , simplificando os termos  $\Delta x_i$  e  $\Delta y_j$ , e organizando os denominadores das derivadas da pressão  $\Delta x_{i\pm 1/2,j}$ ,  $\Delta y_{i,j\pm 1/2}$ , pode-se definir a transmissibilidade  $T$  na face leste da Fig. 3, como

$$T_{i+\frac{1}{2},j}^n = \left( \beta A_x \frac{k}{\mu B \Delta x} \right)_{i+\frac{1}{2},j}^n \quad (9)$$

O procedimento análogo é realizado para as faces oeste  $\left( T_{i-\frac{1}{2},j}^n \right)$ , norte  $\left( T_{i,j+\frac{1}{2}}^n \right)$  e sul  $\left( T_{i,j-\frac{1}{2}}^n \right)$ .

Alguns componentes das transmissibilidades são dependentes da pressão e, portanto, das incógnitas da equação. Para facilitar o cálculo numérico assume-se que estas serão calculadas explicitamente no tempo de referência anterior conhecido  $n$ . Com isso a Eq. (8) resulta em

$$\left[ T_{i+\frac{1}{2},j}^n (p_{i+1,j}^n - p_{i,j}^n) - T_{i-\frac{1}{2},j}^n (p_{i,j}^n - p_{i-1,j}^n) \right] + \left[ T_{i,j+\frac{1}{2}}^n (p_{i,j+1}^n - p_{i,j}^n) - T_{i,j-\frac{1}{2}}^n (p_{i,j}^n - p_{i,j-1}^n) \right] = \frac{V_b \phi c}{\alpha B} \frac{1}{\Delta t} [p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^n] - q_{i,j} \tag{10}$$

3.3 Tratamento dos pontos internos do domínio

A solução para os pontos internos do domínio, representados pelo nó central na Fig. 3, é obtida isolando o termo de interesse ( $p_{i,j}^{n+1}$ ), na Eq. (10) de forma que possa ser re-escrita como

$$p_{i,j}^{n+1} = p_{i,j}^n + \frac{\alpha B \Delta t}{V_b \phi c} \left[ T_{i+\frac{1}{2},j}^n (p_{i+1,j}^n - p_{i,j}^n) - T_{i-\frac{1}{2},j}^n (p_{i,j}^n - p_{i-1,j}^n) + T_{i,j+\frac{1}{2}}^n (p_{i,j+1}^n - p_{i,j}^n) - T_{i,j-\frac{1}{2}}^n (p_{i,j}^n - p_{i,j-1}^n) \right] - \frac{\alpha B \Delta t}{V_b \phi c} q_{i,j} \tag{11}$$

Nesta equação todas as pressões no tempo  $n$  são conhecidas, visto que foram estipuladas as pressões iniciais em cada bloco. Da mesma forma as transmissibilidades também podem ser calculadas utilizando as propriedades do reservatório, que são parâmetros de entrada e assumidos como sendo conhecidos. Assim, a Eq. (11) é facilmente resolvida já que a pressão de interesse é a única incógnita da equação. Este é o procedimento explícito para a solução das equações discretizadas.

3.4 Tratamento das fronteiras do domínio

A dificuldade envolvida no processo de implementação de um modelo com fluxo bidimensional está no tratamento das condições de contorno do problema, que envolvem o comportamento do fluxo nas fronteiras da malha. Para o fluxo bidimensional, há quatro bordas a serem tratadas, as faces leste, oeste, norte e sul das extremidades da malha. Haverá ainda mais quatro blocos, das quatro extremidades do plano  $x$ - $y$ , a serem tratados pelas condições de contorno. A melhor compreensão do exposto anteriormente pode ser feita através da visualização da Fig. 5.

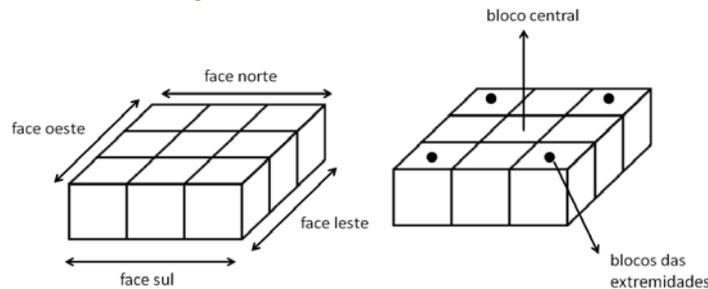


Figura 5: Representação dos elementos a serem considerados no tratamento das bordas.

Para o problema em questão, assume-se que não há fluxo das fronteiras externas para algum ponto distante do reservatório. A condição de contorno do tipo Neumann implica que a variação da pressão nas fronteiras da malha é especificada e nula. Como já comentado anteriormente, uma maneira de implementar essa condição é definir as transmissibilidades como nulas nas faces externas.

Para os elementos da face oeste, que não estão nas pontas das extremidades do domínio, como representado na Fig. 6, a transmissibilidade correspondente à face oeste será nula.

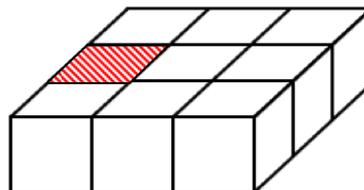


Figura 6: Tratamento dos elementos internos da face oeste.

ou seja, na Eq. (11), o termo  $T_{i-\frac{1}{2},j}^n$  é nulo. Desta forma, a referida equação para os elementos internos da face oeste pode ser escrita como

$$p_{i,j}^{n+1} = p_{i,j}^n + \frac{\alpha B \Delta t}{V_b \phi c} \left[ T_{i+\frac{1}{2},j}^n (p_{i+1,j}^n - p_{i,j}^n) + T_{i,j+\frac{1}{2}}^n (p_{i,j+1}^n - p_{i,j}^n) - T_{i,j-\frac{1}{2}}^n (p_{i,j}^n - p_{i,j-1}^n) \right] - \frac{\alpha B \Delta t}{V_b \phi c} q_{i,j} \quad (12)$$

Analogamente, o mesmo procedimento é feito para as faces leste, norte e sul, anulando a transmissibilidade correspondente a cada face.

O mesmo procedimento é feito para os elementos das extremidades de cada face. Para o elemento da extremidade da face oeste e da face sul, concomitantemente, representado na Fig. 7, as transmissibilidades correspondentes a cada uma das faces são nulas.

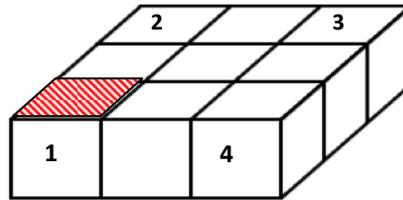


Figura 7: Tratamento do elemento extremo das faces oeste e sul.

como visto, na Eq. (11) os termos  $T_{i-\frac{1}{2},j}^n$  e  $T_{i,j-\frac{1}{2}}^n$  são nulos e pode ser escrita como

$$p_{i,j}^{n+1} = p_{i,j}^n + \frac{\alpha B \Delta t}{V_b \phi c} \left[ T_{i+\frac{1}{2},j}^n (p_{i+1,j}^n - p_{i,j}^n) + T_{i,j+\frac{1}{2}}^n (p_{i,j+1}^n - p_{i,j}^n) \right] - \frac{\alpha B \Delta t}{V_b \phi c} q_{i,j} \quad (13)$$

Analogamente, o mesmo procedimento é feito para os elementos 2, 3 e 4 da Fig. 7, anulando as transmissibilidades correspondentes as face em que estão os elementos.

#### 4. O simulador acadêmico Petrovoir

Para facilitar a entrada de dados assim como o processo de solução das equações discretizadas apresentadas na seção §3, foi desenvolvida uma interface gráfica na plataforma de programação Matlab®. A interface recebeu o nome de Petrovoir e apresenta diversas funcionalidades tipicamente implementados em *softwares* comerciais. O objetivo desta ferramenta é que possa ser utilizada no ensino de disciplinas da grade de Engenharia de Petróleo assim como no desenvolvimento de pesquisa básica. Espera-se que diversos alunos possam trabalhar complementando suas funcionalidades de tal forma que em um futuro não muito longo tenha-se um *software* acadêmico que permita tratar problemas básicos da Engenharia de Reservatórios.

O código utiliza as equações governantes do modelo bidimensional monofásico já discretizadas em coordenadas cartesianas utilizando o método de diferenças finitas para a formulação explícita. Na Fig. 8 é representado de forma esquemática o algoritmo que rege o funcionamento do *software*.

É possível observar na Fig. 9 a interface do *software* acadêmico desenvolvido, os dados de entrada e suas respectivas unidades. O Petrovoir conta com outras ferramentas como a velocidade com que os gráficos da distribuição de pressão são mostrados, a opção de gravar um filme dos gráficos para cada passo de tempo da simulação realizada, além das opções de inserir automaticamente dados de entrada padrão e a opção de limpar todos os campos para que novos dados possam ser inseridos e outra simulação possa ser feita.

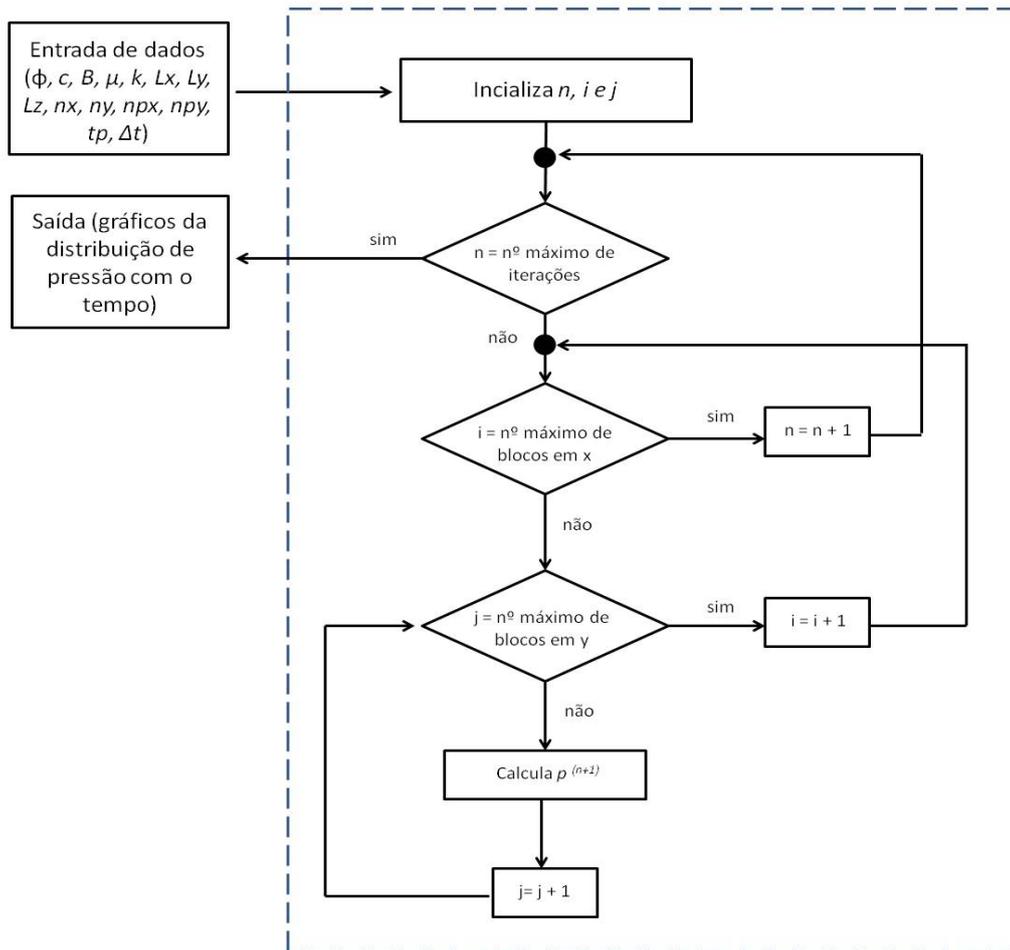


Figura 8: Diagrama de fluxo do funcionamento do *software*.

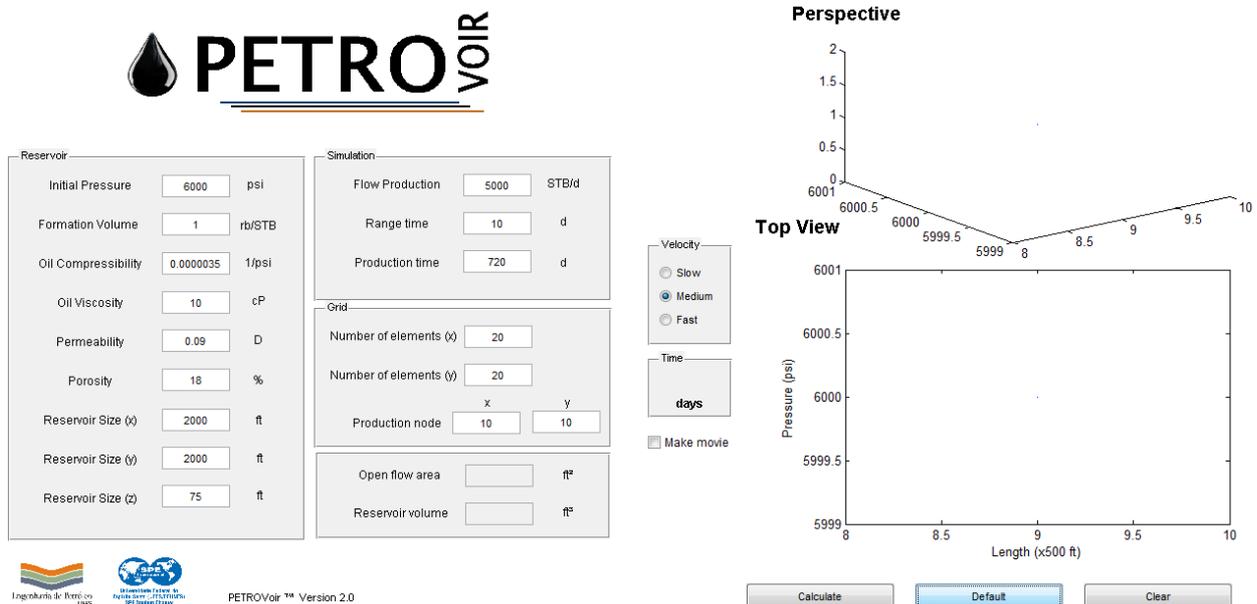


Figura 9: Interface do simulador.

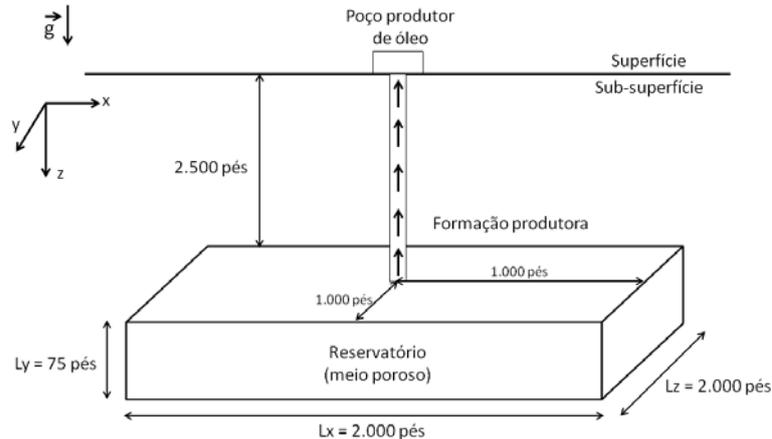
Na interface do Petrovoir são inseridos todos os dados de entrada necessários, os quais são lidos no código. A partir do comando do usuário na interface, o simulador resolve, através das equações governantes já discretizadas, o problema especificado.

Os resultados da simulação são mostrados na tela da interface do simulador (Fig. 9). Muitas vezes o usuário do simulador não tem afinidade com a linguagem com a qual ele foi desenvolvido, trazendo dificuldades em sua utilização. A criação de uma interface gráfica proporcionou a utilização do simulador

de uma forma bastante intuitiva, deixando o usuário confortável para escolher a melhor forma de visualização dos resultados, como por exemplo a velocidade com que a distribuição de pressão é mostrada no gráfico à cada tempo de produção. É possível também gravar um filme no formato AVI com a sequência de gráficos da simulação realizada.

## 5. Aplicação do Petrovoir ao estudo do escoamento de óleo em um reservatório

O aplicativo Petrovoir é utilizado para resolver o escoamento de óleo em um reservatório homogêneo bidimensional. A geometria foi definida como sendo retangular, contendo um poço produtor vertical centrado no reservatório, totalmente completado e abrangendo toda a espessura do reservatório, como é possível observar pela análise da Fig. 10.



**Figura10:** Esquema do modelo poço-reservatório.

O reservatório possui 2.000 pés de comprimento, 2.000 pés de largura e 75 pés de espessura. O reservatório está sob uma pressão inicial de 6.000 psi. O fluxo é bidimensional e monofásico, com o poço produzindo apenas óleo.

Para o problema abordado, nas fronteiras externas é assumido que não há fluxo na fronteira externa do reservatório. Essa condição diz respeito à condição de contorno do tipo Neumann, matematicamente representada por  $\partial p / \partial n = 0$ , onde  $n$  representa a direção normal à fronteira do reservatório. Em outras palavras, a variação da pressão nas fronteiras do reservatório é nula. Em termos das equações discretizadas, esta condição pode ser implementada especificando-se transmissibilidades ( $T$ ) nulas nas faces externas das células situadas nos limites externos do reservatório.

Algumas propriedades da rocha e do fluido são constantes e serão previamente definidas. As propriedades do reservatório, da rocha e do fluido são mostradas na Tabela 1.

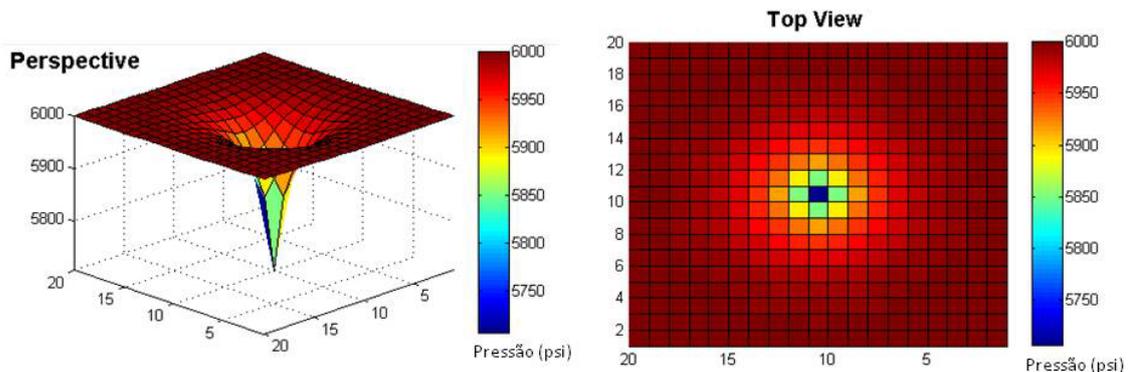
**Tabela 1:** Propriedades do reservatório, da rocha e do fluido consideradas no modelo físico do problema.

Parâmetro	Valor
Comprimento do reservatório, pés	2.000
Largura do reservatório, pés	2.000
Espessura do reservatório, pés	75
Pressão inicial, psi	6.000
Compressibilidade da rocha, $\text{psi}^{-1}$	$3,5 \times 10^{-6}$
Porosidade do reservatório, %	18
Permeabilidade do reservatório, mD	90
Viscosidade do óleo, cP	10
Fator volume formação, rb/STB	1

A escolha do nível de discretização mais apropriado para o modelo do reservatório deve ser baseada no acompanhamento da variação de um parâmetro com o grau de refinamento, assim como o tempo computacional utilizado para obter a solução. Cinco malhas com 1.000, 40.000, 250.000, 1.000.000 e 4.000.000 elementos foram testadas. O parâmetro monitorado foi a pressão de fundo de poço em função do tempo de produção. O tempo computacional aumenta à medida que a malha é refinada. Isso se deve ao

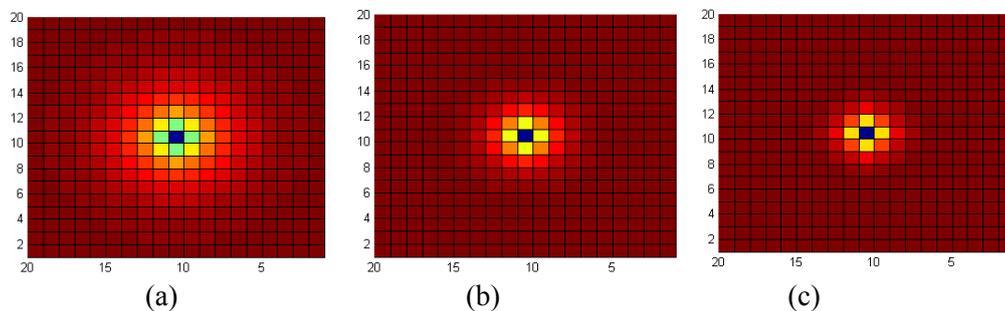
fato de que quando se aumenta o número de blocos da malha, o tamanho do sistema de equações lineares aumenta e conseqüentemente, aumenta o número de cálculos a serem realizados pelo simulador. Libardi (2014) apresenta detalhes sobre a relação entre o tamanho das malhas e o tempo computacional em sistemas semelhantes ao tratado neste artigo.

Diversos tempos de produção foram simulados porém, devido a representatividade dos resultados, serão apresentados os referentes a um tempo de simulação de 720 dias de produção. Tal como mostra a Fig. 11, a queda de pressão é mais evidente nas proximidades do poço produtor. Na medida que o tempo de produção avança a queda de pressão se propaga nos blocos mais distantes do poço, até que, dependendo das propriedades e da vazão de produção, atinja os limites do reservatório, instante que determina o fim do regime transiente e o início do pseudo permanente.



**Figura 11:** Pressão no reservatório após 720 dias de produção.

Na Fig. 12 é possível observar a variação de pressão em cada célula do reservatório para diferentes viscosidades do óleo. Como esperado, quanto maior a viscosidade do óleo maior o tempo necessário para a propagação da pressão no reservatório e maior o tempo necessário para atingir o regime pseudo-permanente, isto é justificado porque a resistência ao escoamento aumenta com esta propriedade.



**Figura 12:** Variação da pressão com a viscosidade: (a) 10 cP, (b) 30 cP, (c) 50 cP.

## 6. Considerações finais

A obtenção da solução analítica da equação da difusividade hidráulica (EDH) não é uma tarefa simples. A utilização de métodos numéricos, através de simuladores numéricos de reservatórios de petróleo, se apresentam como a única alternativa para resolver problemas complexos como é o caso do escoamento multifásico em meios porosos.

Neste trabalho é apresentado o desenvolvimento de um simulador acadêmico, o Petrovoir, mostrando as etapas mais importantes deste processo que poucas vezes é apresentado em trabalhos técnicos. O objetivo desta ferramenta é mostrar que é possível, embora em pequena escala, trabalhar no desenvolvimento de um simulador próprio, que seja utilizada no ensino assim como no desenvolvimento de pesquisa básica de temas relacionados à Engenharia de Reservatórios de Petróleo, mediante projetos de pesquisa, iniciações científicas e projetos de graduação. Espera-se que diversos alunos possam trabalhar complementando suas funcionalidades de tal forma que no mediano prazo tenha-se um *software* acadêmico que permita tratar problemas básicos do escoamento em meios porosos.

A motivação para a realização deste trabalho é a pouca disponibilidade de *softwares* de simulação de baixo custo, a dificuldade da obtenção de versões para teste ou de licenças acadêmicas, salvo raras exceções.

O Petrovoir resolve a EDH utilizando o método de diferenças finitas mediante a formulação explícita. Na interface do simulador são alimentados os dados de propriedades do reservatório, parâmetros da modelagem do reservatório e parâmetros da produção. Essas informações são processadas no simulador de modo que se tenha como resposta a solução para o problema a ser estudado.

Os resultados iniciais satisfatórios mostram o potencial da ferramenta. A resposta da simulação é a distribuição de pressão por toda a extensão do reservatório para cada tempo de produção. Essa informação é fornecida pelo simulador em forma de gráficos, permitindo que o usuário acompanhe a queda de pressão no reservatório ao longo do tempo.

Uma versão do simulador utilizando a formulação implícita, além da implementação da EDH para o escoamento bifásico em meios porosos, está sendo desenvolvida. Para futuros trabalhos recomenda-se implementar a EDH para o escoamento bifásico ou até trifásico no meio poroso, além da simulação tridimensional, incluindo poços horizontais e multilaterais.

## **Agradecimentos**

Professor Oldrich Joel Romero agradece à FAPES pelo suporte financeiro concedido.

## **Referencias bibliográficas**

CORDAZZO, J. Simulação de reservatórios de petróleo utilizando o método EbFVM e multigrig algébrico. Universidade Federal de Santa Catarina, 2006.

ERTEKIN, T., ABOU-KASSEM, J. H., KING, G. R.. *Basic Applied Reservoir Simulation*. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers, 2001.

LIBARDI, C. C. Desenvolvimento de um simulador numérico para o estudo do escoamento de petróleo em meios porosos. Projeto de Graduação em Engenharia de Petróleo, Universidade Federal do Espírito Santo. São Mateus, ES, 2014.

MARSILI, M. *Simulação Numérica da Injeção de Água como Método de Recuperação Suplementar para um Campo com Alto Grau de Exploração*. Monografia. Rio de Janeiro: UFRJ/ Escola Politécnica, 2008.

MATTAX, C. C. and DALTON, R. L. *Reservoir Simulation*. SPE Monograph Series, Vol 13, Society of Petroleum Engineers, Richardson, TX, 1990.

ROSA, A. J., CARVALHO, R. S., XAVIER, J. A. D.. Engenharia de Reservatórios de Petróleo, Ed. Interciência, Rio de Janeiro, 2006.

SOUZA JR, B. G. Simulador numérico bidimensional para escoamento monofásico em meios porosos. Macaé-RJ. Universidade Estadual do Norte Fluminense, 2013.