



Simpósio de Matemática em Comemoração aos 60 anos do curso de Matemática da UFES

Modelagem Matemática e Equações Diferenciais

João Victor Dos Santos Neves Fogos¹, Cássio Henrique Viera Moraes²

¹Universidade Federal do Espírito Santo

²Universidade Federal do Espírito Santo

joaofogos2014@gmail.com¹, Cássio.moraes@ufes.br²

Palavras-chave: terremoto; massa-mola; autovalor.

Discutiremos um modelo de uma estrutura composta por múltiplos andares submetida à ação de um terremoto. Utilizaremos um modelo baseado em sistemas massa-mola, que permite descrever a interação entre os diferentes níveis da edificação durante um abalo sísmico. Esse modelo nos conduz a um sistema de equações diferenciais de segunda ordem, cuja análise fornece informações sobre a resposta estrutural do edifício. Um aspecto central desse estudo é a matriz que descreve as relações entre os andares, cujas propriedades influenciam o comportamento da solução do sistema. Com isso, pretendemos destacar como a matemática pode oferecer meios eficazes para compreender fenômenos complexos.

1. Introdução

Eventos sísmicos representam uma das forças naturais mais impactantes sobre estruturas construídas pelo ser humano. Ao longo da história, terremotos provocaram inúmeros desastres, daí a necessidade de compreender como edificações respondem a vibrações de diferentes intensidades.

2. Metodologia

A metodologia adotada neste trabalho baseia-se no estudo de um projeto presente na obra "Dennis G Zill. Equações diferenciais com aplicações em modelagem. Cengage Learning, 2016.". O ponto de partida consiste em modelar o edifício como um sistema

massa-mola, no qual cada andar é representado por uma massa e as ligações entre os andares são descritas por molas com constantes elásticas associadas.

A partir das leis de Newton, foi possível deduzir um sistema de equações diferenciais de segunda ordem, que descreve a evolução temporal das posições horizontais de cada andar.

Para compreender a dinâmica da estrutura, realizamos um estudo da matriz associada, determinando seus autovalores e autovetores. Essa análise fornece as frequências naturais de vibração do edifício, fundamentais para identificar comportamentos do edifício além disso, foram feitas simulações numéricas em um caso particular com três andares, permitindo visualizar a resposta temporal da estrutura.

3. Resultados Principais

O principal resultado deste trabalho é a formulação e análise de um modelo matemático baseado em sistemas massa-mola, que permite descrever a resposta de uma estrutura de múltiplos andares a um abalo sísmico.

Um resultado central demonstrado foi que todas as soluções do sistema homogêneo podem ser expressas como combinações lineares de funções senoidais associadas às frequências naturais de vibração da estrutura. Os resultados desse trabalho mostram que, ao conhecer as frequências naturais de uma construção, é possível prever comportamentos de ressonância caso a frequência de um terremoto coincida com alguma dessas frequências.

4. Conclusão

Os resultados obtidos mostraram que a modelagem matemática de estruturas submetidas a abalos sísmicos, por meio de sistemas massa-mola, fornece informações relevantes sobre o comportamento dinâmico de edifícios. A análise permitiu determinar as frequências naturais de vibração, elemento essencial para compreender como cada andar reage a impulsos iniciais e como podem ocorrer fenômenos de ressonância.

Referências

- [1] Carlos M Da Fonseca. On the eigenvalues of some tridiagonal matrices. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 200(1):283–286, 2007.
- [2] George T Gilbert. Positive definite matrices and sylvester’s criterion. *The American Mathematical Monthly*, 98(1):44–46, 1991.

- [3] Devadatta Kulkarni, Darrell Schmidt, and Sze-Kai Tsui. Eigenvalues of tridiagonal pseudo-toeplitz matrices. *Linear Algebra and its Applications*, 297:63–80, 1999.
- [4] Silvia Noschese, Lionello Pasquini, and Lothar Reichel. Tridiagonal toeplitz matrices: properties and novel applications. *Numerical linear algebra with applications*, 20(2):302–326, 2013.
- [5] Wen-Chyuan Yueh. Eigenvalues of several tridiagonal matrices. *Applied Mathematics E-Notes*, 5:66–74, 2005.
- [6] Dennis G Zill. *Equações diferenciais com aplicações em modelagem*. Cengage Learning, 2016.